

## Examen de rattrapage

### EXERCICE 1 : (4 pts)

Soit l'alphabet  $\pi = \{a, b\}$  ; on note  $L$  l'ensemble des mots de  $\pi^*$  qui contiennent un nombre pair de lettres «a» ainsi qu'un nombre pair de lettres «b».

- 1) Quels sont les mots de  $L$  de longueur inférieure ou égale à 4. (1 pt)
- 2) Combien y a-t-il, dans  $L$ , de mots de longueur  $2n$  ? (0,5 pt)
- 3) Combien y a-t-il, dans  $L$ , de mots de longueur  $2n$  et qui commencent par la lettre «a» ? (0,5 pt)
- 4) Trouver une grammaire, de type 3, qui génère  $L$ . (2 pts)

### EXERCICE 2 : (5 pts)

Pour chacun des langages suivants , donner une grammaire qui l'engendre :

- a)  $L_1 = \{ a^{2n-1} / n \geq 1 \}$  (1,5 pts)
- b)  $L_2 =$  langage des expressions de la logique propositionnelle défini sur  $\{ p, (, ), \neg, \wedge \}$  (1,5 pts)
- c)  $L_3 = \{ (a^i b^i)^2 / i \geq 0 \}$  (2 pts)

### EXERCICE 3 : (5 pts)

- 1) Soit la grammaire  $G_1 = (\{a, b\}, \{S, A\}, P_1, S)$

$$P_1 : S \rightarrow aAS \mid AbA$$

$$aA \rightarrow a$$

$$Ab \rightarrow ba$$

- 1-1) Déterminer  $L(G_1)$ . (1,5 pts)
- 1-2) Construire une grammaire régulière équivalente à  $G_1$ . (1 pt)
- 2) Soit la grammaire  $G_2 = (\{a, b, c\}, \{S, A, B\}, P_2, S)$

$$P_2 : S \rightarrow BA \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow aBb \mid \varepsilon$$

$$bA \rightarrow Ac$$

$$A \rightarrow \varepsilon$$

- 2-1) Déterminer  $L(G_2)$ . (1,5 pts)
- 2-2) Construire une grammaire à contexte libre équivalente à  $G_2$ . (1 pt)

### EXERCICE 4 : (6 pts)

Soit  $L_1$  le langage des mots de  $\{a, b\}^*$  contenant un nombre impair de lettres «a» ; et  $L_2 = \{aa, ab\}$ .

- 1) Construire un automate d'états finis simple qui accepte  $L_1$ . (1,5 pts)
- 2) Construire un automate d'états finis simple qui accepte  $L_2$ . (1,5 pts)
- 3) Construire un automate d'états finis simple qui accepte  $L_1 \cup L_2$ . (1,5 pts)
- 4) Rendre l'automate de 3) déterministe. (1,5 pts)