

Examen de rattrapage

EXERCICE 1 : (4 pts)

Soit l'alphabet $\pi = \{a, b\}$; on note L l'ensemble des mots de π^* qui contiennent un nombre pair de lettres «a» ainsi qu'un nombre pair de lettres «b».

- 1) Quels sont les mots de L de longueur inférieure ou égale à 4. (1 pt)
- 2) Combien y a-t-il, dans L , de mots de longueur $2n$? (0,5 pt)
- 3) Combien y a-t-il, dans L , de mots de longueur $2n$ et qui commencent par la lettre «a» ? (0,5 pt)
- 4) Trouver une grammaire, de type 3, qui génère L . (2 pts)

EXERCICE 2 : (5 pts)

Pour chacun des langages suivants, donner une grammaire qui l'engendre :

- a) $L_1 = \{ a^{2n-1} / n \geq 1 \}$ (1,5 pts)
- b) $L_2 =$ langage des expressions de la logique propositionnelle défini sur $\{ p, (,), \neg, \wedge \}$ (1,5 pts)
- c) $L_3 = \{ (a^i b^i)^2 / i \geq 0 \}$ (2 pts)

EXERCICE 3 : (5 pts)

- 1) Soit la grammaire $G_1 = (\{a, b\}, \{S, A\}, P_1, S)$

$$P_1 : S \rightarrow aAS \mid AbA$$

$$aA \rightarrow a$$

$$Ab \rightarrow ba$$

- 1-1) Déterminer $L(G_1)$. (1,5 pts)
- 1-2) Construire une grammaire régulière équivalente à G_1 . (1 pt)
- 2) Soit la grammaire $G_2 = (\{a, b, c\}, \{S, A, B\}, P_2, S)$

$$P_2 : S \rightarrow BA \mid \varepsilon$$

$$B \rightarrow aBb \mid \varepsilon$$

$$bA \rightarrow Ac$$

$$A \rightarrow \varepsilon$$

- 2-1) Déterminer $L(G_2)$. (1,5 pts)
- 2-2) Construire une grammaire à contexte libre équivalente à G_2 . (1 pt)

EXERCICE 4 : (6 pts)

Soit L_1 le langage des mots de $\{a, b\}^*$ contenant un nombre impair de lettres «a» ; et $L_2 = \{aa, ab\}$.

- 1) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_1 . (1,5 pts)
- 2) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_2 . (1,5 pts)
- 3) Construire un automate d'états finis simple qui accepte $L_1 \cup L_2$. (1,5 pts)
- 4) Rendre l'automate de 3) déterministe. (1,5 pts)