

---

## Théorie des Langages

Examen du 18 mai 2011 - Durée 1h30 - 2 pages (recto-verso)

Aucun document n'est autorisé

Le barème est donné à titre indicatif

---

**Exercice 1** (3.5 points) - Soit le langage  $L = (a^*b + b)^*a$  construit sur l'alphabet  $\Sigma = \{a, b\}$ .

1. Construire l'automate reconnaissant ce langage **en utilisant le théorème d'Arden**
2. Déterminez et complétez l'automate obtenu

**Exercice 2** (5 points) - Soit la grammaire  $G = \langle V, \Sigma, P, S \rangle$ , avec  $V = \{a, b, S, X, Z, T, R, M\}$ ,  $\Sigma = \{a, b\}$  et  $P$  contenant les règles suivantes :

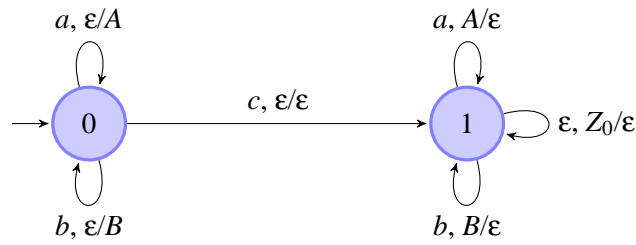
$$\begin{aligned} S &\rightarrow aSbSX \mid Z \mid \varepsilon \\ X &\rightarrow ab \mid Xb \mid XT \\ Z &\rightarrow M \mid \varepsilon \\ T &\rightarrow XYT \\ R &\rightarrow SX \mid a \mid \varepsilon \\ M &\rightarrow b \end{aligned}$$

1. Transformez la grammaire  $G$  en une grammaire  $G'$  équivalente propre et réduite
2. Cette grammaire  $G'$  est-elle sous forme normale de Greibach ? Justifiez
3. Mettez la grammaire  $G'$  sous forme normale de Chomsky

**Exercice 3** (2 points) - Donnez un automate à pile qui reconnaît le langage suivant :

$$L = \{a^n b^{2n} a^m \mid n > 0, m \geq 0\}$$

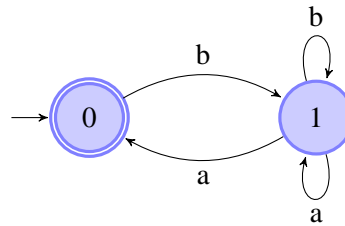
**Exercice 4** (4.5 points) - Soit l'automate à pile suivant reconnaissant le langage  $L$  par pile vide :



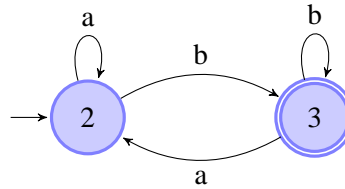
1. Cet automate est-il déterministe ? Justifiez.
2. Donner les différentes étapes de reconnaissance du mot  $abcba$
3. Quel langage est généré par cet automate ?
4. Modifier l'automate de façon à avoir une reconnaissance par état final

**Exercice 5** (5 points) - Soit  $\Sigma = \{a, b\}$ . Soient les deux automates  $M_1$  et  $M_2$  suivant

– Automate  $M_1$



– Automate  $M_2$



1. Construire l'automate  $M$  qui reconnaît le langage  $\mathcal{L}(M) = \mathcal{L}(M_1) + \mathcal{L}(M_2)$
2. Donnez les expressions régulières équivalentes aux automates  $M_1$  et  $M_2$ . Vous utiliserez une fois le théorème d'Arden et une fois la méthode d'élimination des états