Université Mouloud MAMMERI de Tizi-Ouzou
Faculté de génie électrique et informatique
Département d'informatique

Année universitaire : 2014/2015
2ième année licence – Informatique
module : Théorie des langages

Examen de Rattrapage

Le 08/04/2015 – Durée 1h 30mn – documents non autorisés

EXERCICE **1** : (***5 pts***)

1) Soit le mot $x = ((acb)^R.cbaa)^R$ (α^R désigne le reflet miroir de α)

   1-1) Donner la chaîne de caractères à laquelle x est égal. ***(0,5 pt)***

   1-2) Quelle est la valeur de $|x|$? ***(0,5 pt)***

   1-3) Donner un préfixe propre de x contenant au moins deux lettres 'a'. ***(0,5 pt)***

   1-4) Donner la sous-chaîne de x qui commence par 'b' et se termine par 'a'. ***(0,5 pt)***

2) Soit V un alphabet ; et w un mot de V^* de longueur n.

   2-1) Quel est le nombre de préfixes de w ? ***(1 pt)***

   2-2) En supposant que toutes les lettres de w sont différentes, quel est le nombre de sous-chaînes de w ? ***(1 pt)***

   2-3) Donner une condition nécessaire sur n pour que toutes les lettres de w soient différentes. ***(1 pt)***

EXERCICE **2** : (***8 pts***)

Trouver pour chacun des langages suivants une grammaire qui l'engendre :

1) $L_1 = \{ a.b^{2n}.a \ / \ n \geq 0 \}$; ***(2 pts)***

2) $L_2 = \{ a^{2n} b^{3m} \ / \ n \geq 1, m \geq 0 \}$; ***(2 pts)***

3) $L_3 = \{ a^n b^m c^k \ / \ 0 \leq n \leq m \leq k \}$ ***(2 pts)***

4) $L_4 = \{ a^i b^j c^k \ / \ k = \max(i,j) \}$. ***(2 pts)***

EXERCICE **3** : (***7 pts***)

Soit L_1 le langage des mots de $\{a, b\}^*$ tel que dans chaque mot w de L_1, l'une, au moins, des deux premières lettres de w est un « b » ; et le langage $L_2 = \{aab, aba\}$.

1) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_1. ***(1,5 pts)***

2) Construire un automate d'états finis simple qui accepte L_2. ***(1,5 pts)***

3) Construire un automate d'états finis simple qui accepte $L_1 \cup L_2$. ***(1,5 pts)***

4) Rendre l'automate de 3) déterministe, s'il ne l'est pas. ***(1,5 pts)***

5) Donner l'automate d'états finis qui accepte le complémentaire de $L_1 \cup L_2$. ***(1 pt)***

Bon courage !

Bref corrigé : (Rattrapage de ThL – L2 informatique – 2014/2015)

EX.**1** :

1) 1-1) $x = aabcacb$
   1-2) $|x| = 7$
   1-3) aab
   1-4) bca
2) On a $|w| = n$.
   2-1) Le nombre de préfixes de w est égal à n+1.
   2-2) Lorsque toutes les lettres de w sont différentes, le nombre de sous-chaînes de w est :
   1 (ε) + nbre de s/chaînes de longueur 1 + nbre de s/chaînes de lgr 2 + … + nbre de s/c de lgr n =
   $1 + n + (n-1) + \ldots + 1 = 1 + n(n+1)/2$
   2-3) Pour que les lettres de w soient toutes différentes les unes des autres, il nécessaire que :
   $n \leq Card(V)$.

EX.**2** :

1) Une grammaire pour L_1 : $G_1 = (\{a, b\}, \{S, A\}, S, P_1)$
   P_1 : $S \rightarrow aAa$; $A \rightarrow bbA \mid \varepsilon$

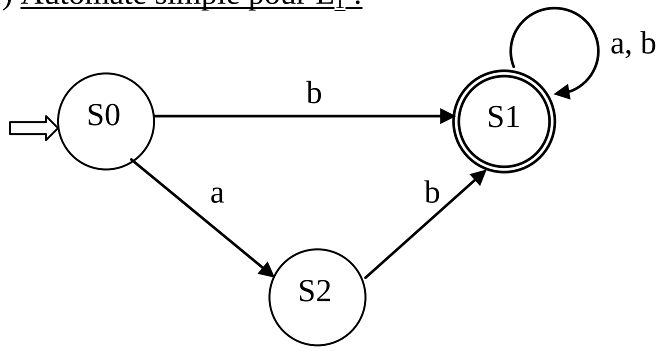
2) Une grammaire pour L_2 : $G_2 = (\{a, b\}, \{S\}, S, P_2)$
   P_2 : $S \rightarrow aaS \mid Sbbb \mid aa$

3) Une grammaire pour L_3 : $G_3 = (\{a, b, c\}, \{S, A, B, C, D, E\}, S, P_3)$
   P_3 : $S \rightarrow ACD$
   $C \rightarrow aCB \mid B \mid E \mid \varepsilon$
   $B \rightarrow bBE \mid bE$
   $Eb \rightarrow bE$; $E \rightarrow EE$; $ED \rightarrow cD$; $Ec \rightarrow cc$
   $Aa \rightarrow aA$; $Ab \rightarrow bA$; $Ac \rightarrow cA$; $AD \rightarrow \varepsilon$

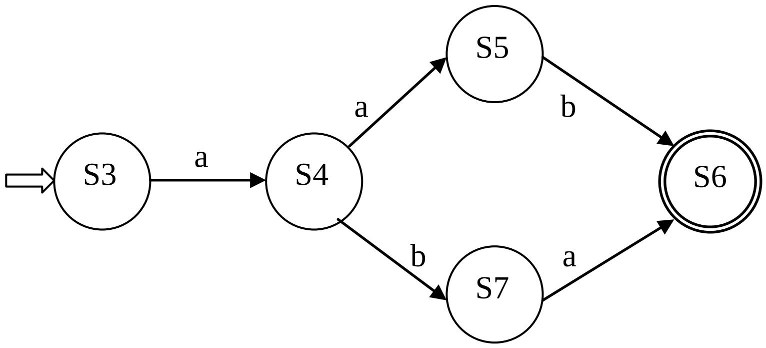
4) $L_4 = L' \cup L''$, où : $L' = \{ a^i b^j c^j \ / \ i \leq j \}$ et $L'' = \{ a^i b^j c^i \ / \ i \geq j \}$
   Une grammaire pour L_4 : $G_4 = (\{a, b, c\}, \{S, S_1, A, B, S_2, C, D, E\}, S, P_4)$
   P_4 : $S \rightarrow BS_1 \mid S_2$
   $S_1 \rightarrow AbS_1c \mid \varepsilon$
   $BA \rightarrow Ba$; $aA \rightarrow aa$; $bA \rightarrow Ab$; $A \rightarrow \varepsilon$
   $B \rightarrow \varepsilon$
   $S_2 \rightarrow aES_2c \mid C$
   $E \rightarrow \varepsilon$; $Ea \rightarrow aE$; $EC \rightarrow Cb$
   $C \rightarrow \varepsilon$

EX. **3** :

1) Automate simple pour L_1 :



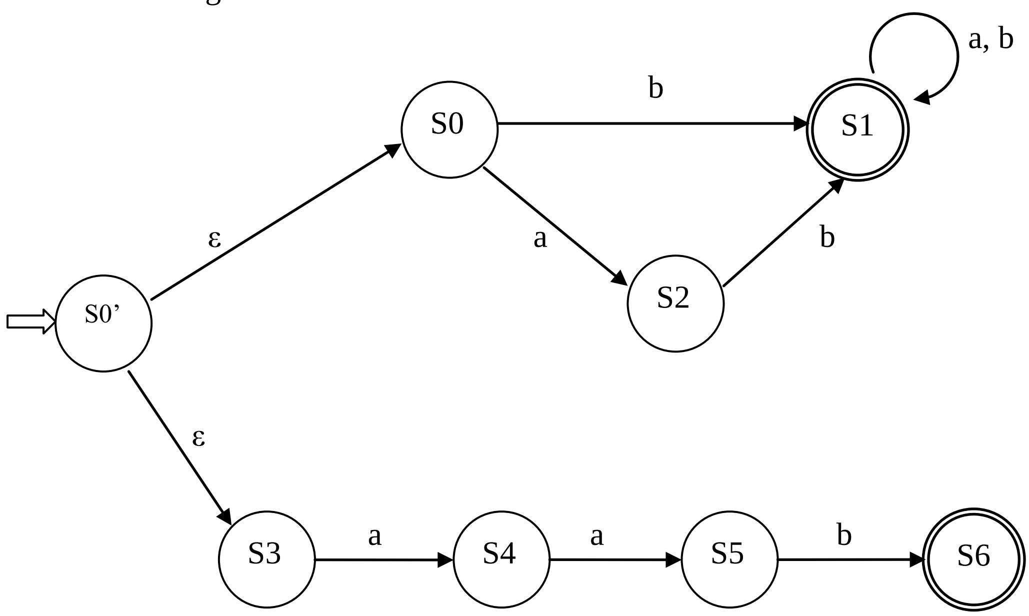
2) Automate simple pour L_2 :



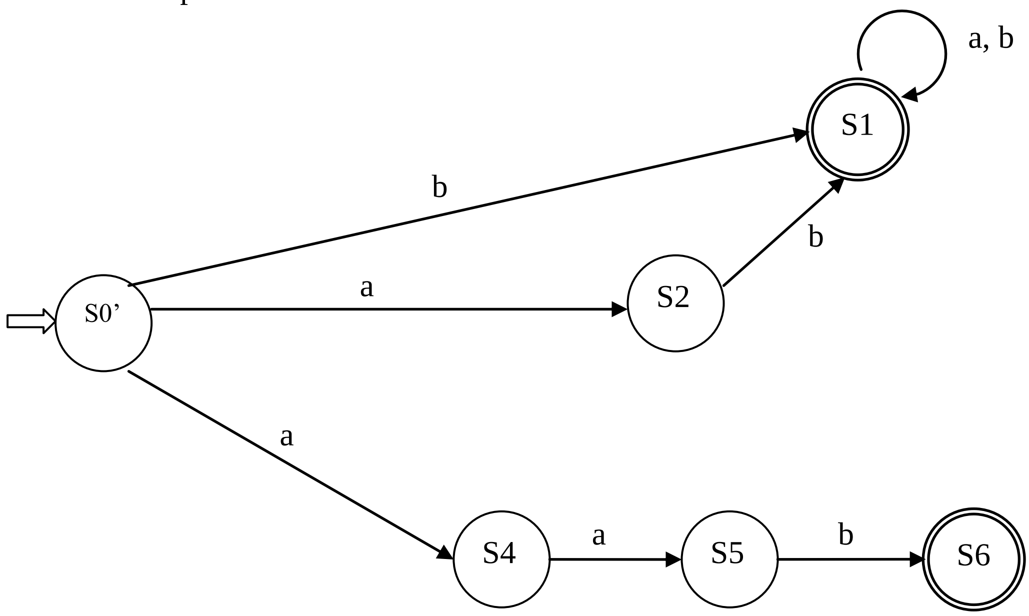
3) Automate simple pour $L_1 \cup L_2$:

Puisque aba $\in L_1$ alors $L_1 \cup L_2 = L_1 \cup \{aab\}$.

Automate semi-généralisé :



Automate simple :



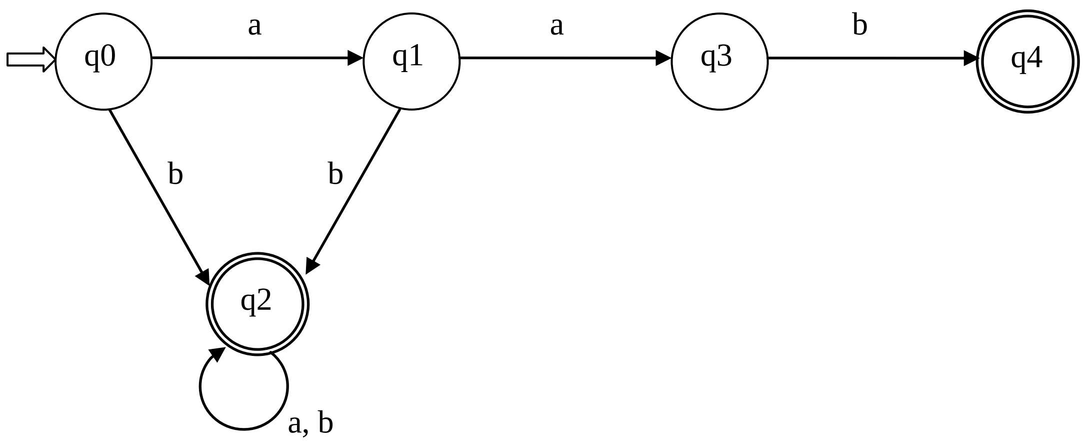
Remarque : On n’a pas représenté les états S3 et S0 car ils sont devenus inaccessibles.

4) Déterminisation :

Table de transition de l’automate déterministe équivalent :

<S0’> = q0	<S2,S4>	<S1>
<S2,S4> = q1	<S5>	<S1>
<S1> = q2	<S1>	<S1>
<S5> = q3	/	<S6>
<S6> = q4	/	/

Automate déterministe :



5) Automate du complémentaire de $L_1 \cup L_2$:

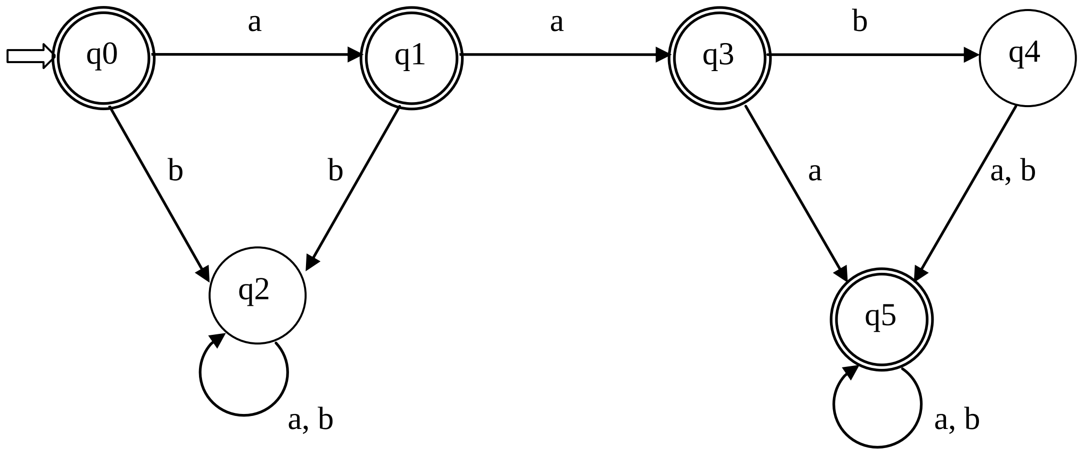
Pour trouver l'automate du complémentaire de $L_1 \cup L_2$, on procède comme suit :

i) on considère l'automate simple déterministe de $L_1 \cup L_2$ obtenu en 4) ;

ii) on le complète (en ajoutant un état puits q5) ;

iii) on inverse les états finaux et non finaux dans l'automate de ii).

On obtient :



Remarque : On peut supprimer l'état q2 car il devenu un état puits.

--------------------- Fin du corrigé du Rattrapage de Théorie des Langages ---------------------

--------------------- L2 informatique – U.M.M.T.O – 2014/2015 ---------------------