Corrigé type de l'EF du THL.

2016/2017

Exercice n° 01 :

1] "Il peut y avoir d'autres solutions pour cette question"

$$G_1 = \left(\{a,b\}, \{S_0, S_1\}, S_0, \left\{\begin{array}{l} S_0 \to aS_0S_1 \mid S_1 \\ S_1 \to bS_1 \mid b \end{array}\right\}\right). \quad 2$$

$$G_2 = \left(\{a,b\}, \{S_0, S_1, S_2\}, S_0, \left\{\begin{array}{l} S_0 \to S_1S_0 \mid \varepsilon \\ S_1 \to aS_1 \mid aS_2 \\ S_2 \to bS_2 \mid \varepsilon \end{array}\right\}\right). \quad 2$$

$$G_3 = \left(\{a,b\}, \{S_0, S_1, S_2\}, S_0, \left\{\begin{array}{l} S_0 \to S_1 \mid S_2 \\ S_1 \to aaS_1bb \mid bb \\ S_2 \to aS_2b \mid abb \end{array}\right\}\right). \quad 2$$

2] $L_3 = \left\{ a^n b^m \;\middle|\; \begin{array}{l} m = n+2 \text{ si } n \text{ est pair} \\ m = n+1 \text{ si } \underline{n} \text{ est impair} \end{array} \right\}$ 1

3] $G_3 = \left(\{a,b\}, \{S_0, S_1\}, S_0, \left\{\begin{array}{l} S_0 \to aaS_0bb \mid bb \mid S_1 \\ S_1 \to aS_1b \mid abb \end{array}\right\}\right)$ 1

4] Les plus petits mots de longueur $\underline{3}$ dérivables à partir du L_2 : $\{a^3, a^2b, ab^2, aba\}$

1

Exercice n°02 :

1. L'AEF 'A' est déjà déterministe. 0,5

2. $L_F = \{(0+1)^*\}$. $L_G = \{(0)^* \mid 0^* 1 (0+1)^*\}$ $\boxed{0,75 + 0,75}$

3. Minimisation de l'AEF A :

   1. A est déjà déterministe
   2. Élimination de l'état D (état inaccessible). 0,25

$\beta_0 = \underbrace{\{F, G\}}_{A}, \underbrace{\{A, B, C, E, H\}}_{B}$ 0,25

	0	1
F	A	A
G	A	A

A

	0	1
A	B	B
B	B	B
C	B	A
E	A	A
H	B	B

B

Donc $\beta_1 : \underbrace{\{F, G\}}_{A}, \underbrace{\{A, B, H\}}_{B}, \underbrace{\{C\}}_{C}, \underbrace{\{E\}}_{D}$

0,75

β_2 :

	0	1
F	A	A
G	A	A

A

	0	1
A	B	B
B	B	B
H	C	C

Donc $\beta_2 : \underbrace{\{F, G\}}_{A}, \underbrace{\{A, B\}}_{B}, \underbrace{\{C\}}_{C}, \underbrace{\{H\}}_{D}, \underbrace{\{E\}}_{E}$

0,75

β_3 :

	0	1
F	A	A
G	A	A

A

	0	1
A	D	B
B	D	B

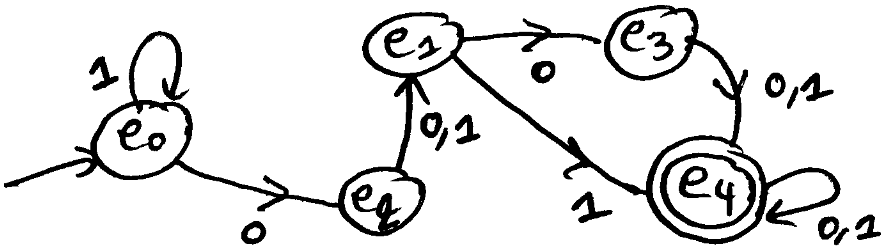
B

Donc $\beta_3 : \underbrace{\{F, G\}}_{e_4}, \underbrace{\{A, B\}}_{e_0}, \underbrace{\{C\}}_{e_1}, \underbrace{\{H\}}_{e_2}, \underbrace{\{E\}}_{e_3}$

0,5

$\beta_3 = \beta_2 \Rightarrow$ Arrêt de l'algorithme $\Rightarrow \beta_3$ est la partition finale

Automate minimal A' :



1

4. L'AEF A n'est pas minimal car il contient 8 états et son automate minimal équivalent contient 5 états. Donc, 3 états ont été éliminés durant la minimisation ce qui implique que A n'est pas minimal. (0,5)

5. Selon l'AEF minimal A' on remarque que les états F et G ont été regroupé dans le même état ce qui implique que F et G sont B-équivalents. (0,5)

D'où L_F et L_G sont des langages équivalents. (0,5)

6. Langage reconnu par A' : [Il peut y avoir d'autres solutions équivalentes à celle-là]

$$\begin{cases} X_0 = 1X_0 + 0X_2 \\ X_1 = 0X_3 + 1X_4 \\ X_2 = (0+1)X_1 \\ X_3 = (0+1)X_4 \\ X_4 = (0+1)X_4 + \varepsilon \Rightarrow \boxed{X_4 = (0+1)^*} \end{cases}$$

(0,5) (0,25) (0,25)

$$\boxed{X_3 = (0+1)^+}$$

(0,5)

$$\boxed{X_1 = 0(0+1)^+ + 1(0+1)^*} \Rightarrow \boxed{X_2 = (0+1)\left[0(0+1)^+ + 1(0+1)^*\right]}$$

(0,5)

$$X_0 = 1X_0 + 0X_2 = 1^*0X_2 = \boxed{1^*0(0+1)\left[0(0+1)^+ + 1(0+1)^*\right]}$$

(0,5)

$$\boxed{L(A') = \{X_0\} = \left\{1^*0(0+1)\left[0(0+1)^+ + 1(0+1)^*\right]\right\}}$$

(0,25)

7. Montrons que $\forall w \in L(A')$: $|w'| \geq 3$:

Supposons par l'absurde qu'il existe un certain mot $w \in L(A')$ tel que $|w| < 3$:

On peut vérifier facilement à travers le graphique de l'AEF A' que les plus petits mots que l'on peut dériver sont $\boxed{001}$ ou $\boxed{011}$ et ces mots ont une taille $= 3$.

Donc on peut jamais dériver un mot de taille inférieure que celle de 001 ou de 011. Donc $\nexists\, w \in L(A')$ tel que $|w| < 3$. $\Rightarrow$ $\boxed{\text{Contradiction.}}$

1

D'où $\forall w \in L(A')$: $|w'| \geq 3$