



23 Janvier 2017

Épreuve finale

Durée : 1h30

Exercice n° 01 (9 pts):

Soient donnés les langages suivants :

$$L_1 = \{a^n b^m / n \geq 0, m > n\}$$

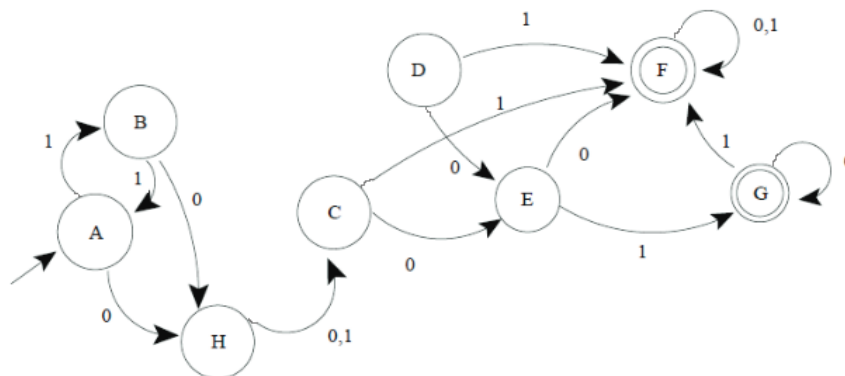
$$L_2 = \{(a^+ b^*)^*\}$$

$$L_3 = \{b^2, a^2 b^4, a^4 b^6, a^6 b^8, a^8 b^{10}, \dots\} \cup \{a^1 b^2, a^3 b^4, a^5 b^6, a^7 b^8, \dots\}$$

1. Proposer une grammaire pour chacun des langages donnés.
2. Compléter la définition formelle suivante (*sans utiliser l'opérateur union*) : $L_3 = \{a^? b^? / ?\}$.
3. Proposer une grammaire pour L_3 contenant uniquement deux non-terminaux S_0 et S_1 .
4. Déterminer tous les plus petits mots de longueur 3 que l'on peut dériver à partir du L_2 .

Exercice n° 02 (11 pts):

Soit l'AEF A défini graphiquement comme suit :



1. Rendre l'AEF A déterministe.
2. Trouver les sous-langages L_F et L_G que l'on peut dériver à partir des états F et G respectivement.
3. Minimiser l'AEF A , et soit A' son automate minimal résultant.
4. L'AEF A est-il minimal ? Justifier.
5. À la base de l'AEF minimal A' , trouver la relation entre F et G , et celle entre L_F et L_G .
6. Déterminer le langage engendré par l'AEF minimal A' (c.-à-d., $L(A')$).
7. Soit $w \in L(A')$. Montrer que $|w| \geq 3$.