



23 Janvier 2017

## Épreuve finale

Durée : 1h30

### Exercice n° 01 (9 pts):

Soient donnés les langages suivants :

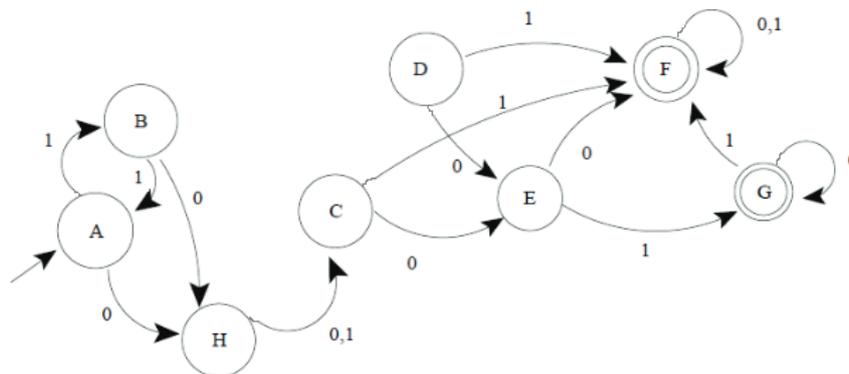
$$L_1 = \{a^n b^m / n \geq 0, m > n\} \quad L_2 = \{(a^+ b^*)^*\}$$

$$L_3 = \{b^2, a^2 b^4, a^4 b^6, a^6 b^8, a^8 b^{10}, \dots\} \cup \{a^1 b^2, a^3 b^4, a^5 b^6, a^7 b^8, \dots\}$$

1. Proposer une grammaire pour chacun des langages donnés.
2. Compléter la définition formelle suivante (*sans utiliser l'opérateur union*) :  $L_3 = \{a^2 b^2 / ?\}$ .
3. Proposer une grammaire pour  $L_3$  contenant uniquement deux non-terminaux  $S_0$  et  $S_1$ .
4. Déterminer tous les plus petits mots de longueur 3 que l'on peut dériver à partir du  $L_2$ .

### Exercice n° 02 (11 pts):

Soit l'AEF  $A$  défini graphiquement comme suit :



1. Rendre l'AEF  $A$  déterministe.
2. Trouver les sous-langages  $L_F$  et  $L_G$  que l'on peut dériver à partir des états  $F$  et  $G$  respectivement.
3. Minimiser l'AEF  $A$ , et soit  $A'$  son automate minimal résultant.
4. L'AEF  $A$  est-il minimal ? Justifier.
5. À la base de l'AEF minimal  $A'$ , trouver la relation entre  $F$  et  $G$ , et celle entre  $L_F$  et  $L_G$ .
6. Déterminer le langage engendré par l'AEF minimal  $A'$  (c.-à-d.,  $L(A')$ ).
7. Soit  $w \in L(A')$ . Montrer que  $|w| \geq 3$ .