Département Informatique
USTHB

Correction de l'examen THL

2009-2010

Exercice 1 6,5 pts (3pts-1,5pts-2pts)

1. a. Eliminer les transitions de longueur supérieure à 2 (ajouter un état q4 entre q0 et q1 pour lire d'abord a puis b)

b. Eliminer les ε-transitions

Etat\symbole	a	b	ε
q0	q0q4	-	-
~~q1~~	-	~~q1q3~~	~~q2~~
q2	q0	q2	-
q3	q3	-	-
q4	-	q1	-
q1	**q0**	**q1 q2q3**	

Comme q2 est final alors q1 devient final.
L'automate obtenu est simple mais non-déterministe

c. Appliquer la méthode de déterminisation à l'automate simple obtenu

Etat\symbole	a	b
q0	q0q4	-
q0q4	q0q4	q1
q1	q0	q1 q2q3
q12q3 q3	q0 q3	q1 q2q3
q0 q3	q0 q3q4	-
q0 q3q4	q0 q3q4	q1

Les états q1, q1q2q3, q0q3 et q0q3q4 sont finaux.

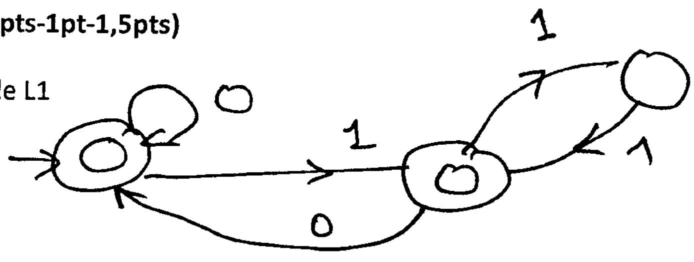
d. dessiner l'automate obtenu. On peut alors renommer les états.

2. Grammaire générant L(A° : on peut utiliser l'automate généralisé A
   G=({a, b},{q0, q1, q2, q3}, q0, P) avec P :
   q0 → aq0 / ab q1
   q1 → bq1 / q2 / bq3
   q2 → bq2/ aq0 / ε
   q3 → aq3 / ε

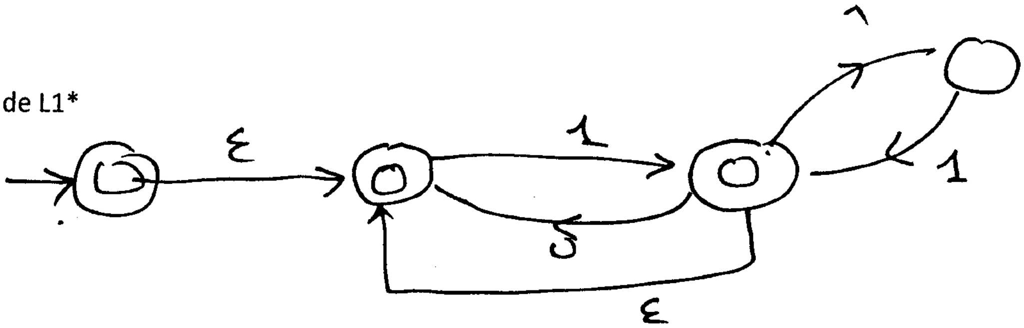
3. Il faut rendre l'automate déterministe obtenu dans la question 1 complet en ajoutant un état puits et puis ajouter toutes les transitions manquantes vers cet état. Par la suite, on inverse entre les états finaux et non finaux.

Exercice 2 4pts (1,5pts-1pt-1,5pts)

1. Automate de L1



2. Automate de L1*



3. Soit A=(X, Q, q0, δ, F) un automate reconnaissant le langage L. L'automate $A_*=(X_*, Q_*, q0_*, \delta_*, F_*)$ reconnaissant L* est donné par :

Département Informatique
USTHB

Correction de l'examen THL

2009-2010

$X_* = X$

$Q_* = Q \cup \{q0_*\}$ avec $q0_* \notin Q$

$q0_*$ est l'état initial

$\delta_* = \delta$

$+ \forall q_F \in F, \; q_0 \in \delta_*(q_F, \varepsilon)$

$+ \delta_*(q0_*, \varepsilon) = q0$

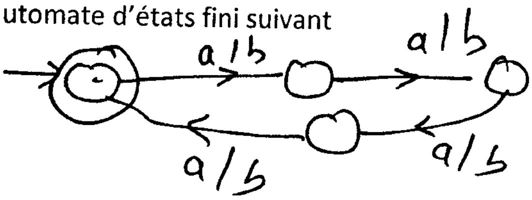
$F_* = F$

Exercice 3 4pts(1,5pts-1,5pts-1pt)

1. $(0+1)(0+1)(0+1)(0+1)1(0+1)^*$
2. $(1+01+0011)^*(0+\varepsilon)$
3. $(0+11^*00)^*(\varepsilon+11^*+11^*0)$

Exercice 4 5,5pts (1,5pts-2pts-2pts)

1. Pour montrer que L2 est régulier il suffit de trouver un automate d'états fini qui le reconnait ou une grammaire régulière qui le génère.
   W=uv tq $|u| = (1/3)|v|$ donc $|v| = 3|u|$
   $|w| = |u| + |v| = 3|u| + |u| = 4|u|$
   Comme u et v $\in \{a, b\}^*$, donc la longueur de w est multiple de 4.
   L2 est reconnu par l'automate d'états fini suivant



2. Grammaire de L3
   $L3 = \{w \in \{a, b\}^* / w = uv$ tq $|u| = (1/3)|v|, u \in \{a\}^*$ et $v\{b\}^*\}$
   $= \{a^n b^{3n} / n \geq 0\}$
   Ce langage peut être généré par la grammaire suivante :
   $S \rightarrow aSbbb / \varepsilon$

   Cette grammaire n'est pas de type 3 car la 1ére règle n'est ni de la forme $A \rightarrow wB$ ni de la forme $A \rightarrow w$ avec A ? B $\in N$ et $w \in (T \cup N)^*$. Elle est de type 2 car toutes le membre gauche des règles est un non-terminal ($A \rightarrow \alpha$, $A \in N$ et $\alpha \in (T \cup N)^*$)
3. Automate reconnaissant L3. Ce langage peut reconnu par l'automate à pile suivant avec $F = \{q_2\}$:
   $Z_0 q_0 a \rightarrow Z0aaaq_0$
   $aq_0 a \rightarrow aaaaq_0$ //pour chaque a lu on empile 3 a

   $aq_0 b \rightarrow q_1$
   $aq_1 b \rightarrow q_1$ //pour chaque b lu, on dépile un a

   $Z_0 q_1 \rightarrow Z_0 q_2$ // nbre de a empile = nbre de b lu ie le mot lu est de la forme $a^n b^{3n}$
   $Z_0 q_0 \rightarrow Z_0 q_2$ (n=0)