

EXERCICE 1 (05 pts)

Soit l'alphabet  $\Sigma = \{a,b\}$ . Considérons les deux langages  $L_1$  et  $L_2$  définis sur  $\Sigma$  comme suit :

- $L_1$  = l'ensemble des mots de  $\Sigma^*$  se terminant par baa ;
- $L_2 = \{a^n b a^n / n \in \mathbb{N}\}$  ;

- 1) Donner un mot de chacun des langages  $L_1$  et  $L_2$ .
- 2) Définir formellement (comme donné  $L_2$ ) chacun des langages :  $L_1$  ;  $L_1.L_2$  ;  $L_1^2$  ;  $L_2^2$ .
- 3) Supposons  $u \in L_1$ . Montrer que  $|u| \geq 3$  et  $|u|_a \geq 2$  ? que représente le mot 'baa' par rapport à  $u$  ?
- 4) Supposons  $v \in L_2$ . Calculer  $|v|$  et  $|v|_a$  en fonction de  $n$  ( $n \in \mathbb{N}$ ). Qu'appelle-t-on les mots de  $L_2$  ?

EXERCICE 2 (07 pts)

On considère la grammaire  $G=(T, N, S, R)$  où  $T=\{0,1\}$  ;  $N=\{S, U, V\}$  ;  $R=\{S \rightarrow UV ; U \rightarrow 1U \mid 1 ; V \rightarrow 0V \mid 0\}$ .

- 1) Les mots 11000 et 10100 peuvent ils être engendrés (dérivés) par la grammaire  $G$  ? Justifier.
- 2) Quel est le type de cette grammaire ? Justifier.
- 3) Déterminer le langage  $L(G)$  engendré par la grammaire  $G$ .
- 4) La grammaire  $G$  est-elle sous forme normale de Greibach ? Justifiez.
- 5) Mettre la grammaire  $G$  sous forme normale de Chomsky.

EXERCICE 3 (08 pts)

La figure ci-contre illustre un automate fini  $M$  tel que :

$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F)$ .

1. Définir explicitement chacun de  $Q, \Sigma, \delta, q_0$  et  $F$ .
2. Le mot vide  $\epsilon$  est-il accepté par  $M$ ? justifier.
3. Déterminer l'état où se trouve l'automate après avoir reconnu chacun des mots suivants en précisant les mots acceptés. 00, 0111, 01110, 011101, 0010.
4. Trouvez le langage  $L(M)$  accepté par  $M$ .
5. Construire la grammaire  $G$  telle que  $L(G) = L(M)$ .
6. Dites pourquoi  $M$  n'est-il pas complet puis compléter le.

