contrôle théorie de langage 2015+ la correction ~unv~jijel~fighting !!

.

Université de Jijel | *Théorie des Langages*

Faculté des Sciences Exactes et Informatique
Département d'Informatique
2ème année Informatique (LMD)

Janvier 2015

EMD
Durée (1 heure 30 mn)

Exercice N°1 (5 pts)

Soit la grammaire
G =({a, b, c, 0,1,…,9}, {S, A, B, C}, S, {S→AC / A ; C → AC / BC / A/ B ; A →a / b /c ;
B→0 / 1/ … / 9 }).

1) Quel est le type de G.
2) Repérer les affirmations vraies parmi les suivantes :

a) ab037∈ L_s (G) ; b) 2a3b ∈ L_s (G) ; c) aaaa ∈ L_s (G) ; d) S => a ; e) S=>* ab;
f) BC =>2 ; g) BC =>+ 2 ; h) C => * 2abc ; i) C =>(5) 3b4

NB: Justifier votre réponse pour les affirmations vraies.

Exercice N°2 (5 pts)

Soit G la grammaire suivante :
G=({ a, b } , { S, A, B }, S, {S →aA, A →aBA/aA, BA→AB, Ba →aB, AB →Ab, bB →Bb, Ab →b }.

1) *Quel est le type de G ;*
2) Quel est le langage généré par G ;
3) Donner une grammaire de type 2 équivalente à G.

Exercice N° 3 (a : 3 pts ; b : 7pts)

a) Dans les cas ci-dessous, dire si le mot donné appartient au langage décrit
Par l'expression régulière :
babaaaba ; (a*ba)* ;
abbbaabba ; (a+(bb)*)* ;
aaa bbbbaa; ((abb+bb)*(aa)*)*.

b) On considère l'automate fini A donné par la table de la fonction de transition δ

	a	b
→ 1	{2,3}	2
F 2	ϕ	{1,3}
→F 3	2	1

1) Donner le graphe de A ;
2) Déterminiser A ;
3) Déterminer le langage L(A) reconnu par A ;
4) Construire l'automate transposé de A (A^t).

Bonne Chance

EXO N° 1

$G = (\{a, b, c, 0, 1, \dots, 9\}, \{S, A, B, C\}, S, \{S \to AC \mid A$

$C \to AC \mid BC \mid A \mid B, A \to a \mid b \mid c, B \to 0 \mid 1 \mid \dots \mid 9\}$

a) $ab037 \in L_S(G)$ Vraie

$S \xRightarrow{1} AC \xRightarrow{7} aC \xRightarrow{3} aAC \xRightarrow{8} abC \Rightarrow$

$abBC \xRightarrow{10} ab0C \xRightarrow{4} ab0BC \xRightarrow{13} ab03C$

$\xRightarrow{6} ab03B \xRightarrow{17} ab037.$ 1 pt

Donc $ab037 \in L_S(G)$.

b) $2a3b \in L_S(G)$ st fausse.

c) $aaaa \in L_S(G)$ st vraie

$S \xRightarrow{1} AC \xRightarrow{3} AAC \xRightarrow{3} AAAC \xRightarrow{5} AAAA \xRightarrow[(4)]{7} aaaa$

Donc $aaaa \in L_S(G)$. 1 pt

d) $S \Rightarrow a$ st vraie.

$S \xRightarrow{2} A \xRightarrow{7} a$ 0,5 pt

e) $S \xRightarrow{*} ab$ st vraie.

$S \xRightarrow{1} AC \xRightarrow{7} aC \xRightarrow{5} aA \xRightarrow{3} ab$ 1 pt

f) $BC \Rightarrow 2$ fausse

g) $BC \xRightarrow{+} 2$ fausse

h) $C \xRightarrow{*} 2abc$ st vraie

1 pt

$C \xRightarrow{4} BC \xRightarrow{3} BAC \xRightarrow{3} BAAC \xRightarrow{5} BAAA \xRightarrow{12} 2AAA$

$\xRightarrow{7} 2aAA \xRightarrow{8} 2abA \xRightarrow{9} 2abc$

Donc $C \xRightarrow{*} 2abc$.

i) $C \xRightarrow{(5)} 3b4$ st fausse car 3b4 st obt...

EXO N 2

$G = (\{a,b\}, \{S, A, B\}, S, \{S \xrightarrow{1} aA,\ A \xrightarrow{} aBA \overset{2}{} \mid aA \overset{3}{},$
$BA \xrightarrow{4} AB,\ Ba \xrightarrow{5} aB,\ AB \xrightarrow{6} Ab,\ bB \xrightarrow{7} bb,$
$Ab \xrightarrow{8} b\}$

1) la grammaire G est de type 0 car on a
la règle $Ab \rightarrow b$ nous donne
$|Ab| = 2$ et $|b| = 1$ d'où $2 > 1$ 1
donc $|Ab| > |b|$.

2) $S \overset{1}{\Rightarrow} aA \overset{2}{\Rightarrow} a^2 A \Rightarrow a^3 BA \Rightarrow a^3 AB \overset{6}{\Rightarrow}$
$a^3 Ab \overset{8}{\Rightarrow} a^3 b$

$S \overset{1}{\Rightarrow} aA \overset{2}{\Rightarrow} a^2 BA \overset{3}{\Rightarrow} a^2 BaA \overset{5}{\Rightarrow} a^3 B$
$\Rightarrow a^3 BaBA \Rightarrow a^4 B.BA \Rightarrow a^4 B.AB$
$a^4 ABB \Rightarrow a^4 AbB \Rightarrow a^4 ABb \Rightarrow a^4 A$
$a^4 b.b = a^4 b^2$ 2 pts

$S \overset{1}{\Rightarrow} aA \overset{2}{\Rightarrow} a^2 BA \overset{4}{\Rightarrow} a^2 AB \overset{6}{\Rightarrow} a^2 Ab \overset{8}{\Rightarrow} a$

ainsi on remarque que 2 pts

$L_S(G) = \{ \alpha \in \Sigma^* ;\ \alpha = a^n b^k ;\ n \geq k,$
$n, k \geq 1 \}$

3) on peut générer ce langage par la grammaire suivante :
$G = (\{a,b\}, \{S\}, S, \{S \rightarrow aS \mid aSb \mid ab\})$

EXON3

a)

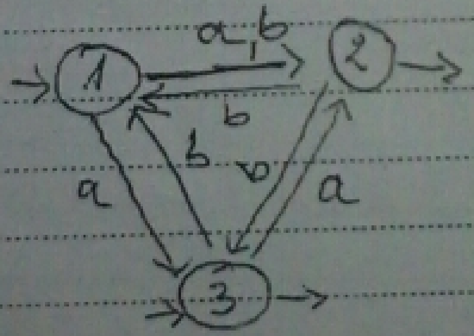
* $babaaaba \in (a^*ba)^*$ car :

1pt $babaaaba = (ba)(ba)(a)(a)(ba)$

1pt * $abbbaabba \notin (a+(bb)^*)^*$ car tou[t] mot α du langage possède un bl[oc] de longueur paire

1pt * $aaabbbbaa \in ((abb+bb)(aa)^*)^*$
car $aaabbbbaa = (aa)(abb)(bb)$

b)



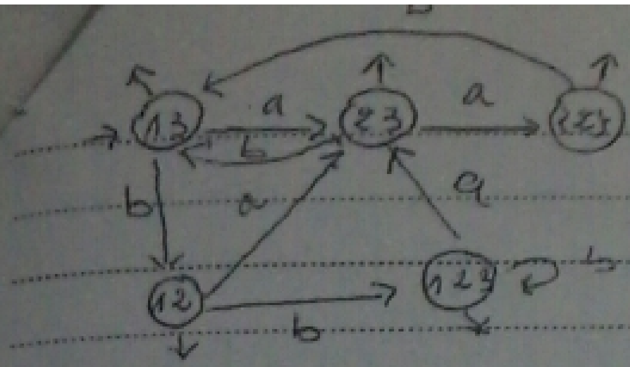
1pt

déterminisation

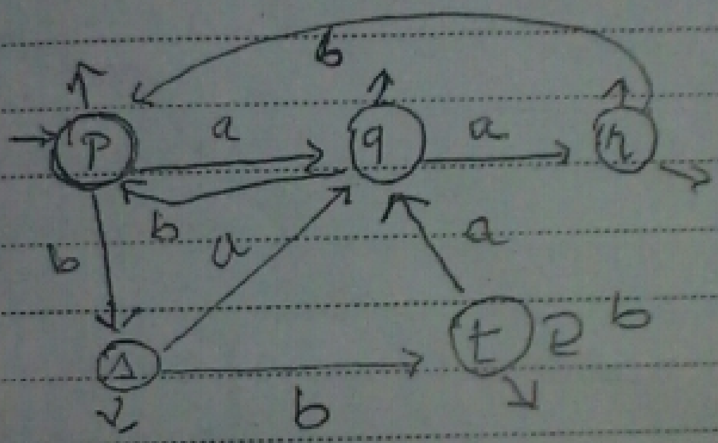
3pts

Σ / P(Q)	a	b
{1,3}	{2,3}	{1,2}
{2,3}	{2}	{1,3}
{2}	Φ	{1,3}
{1,2}	{2,3}	{1,2,3}

	a	b
{1,2,3}	{2,3}	{1,2,3



On renomme les états on a :



$L(A) = ?$

$L_p = aL_q + bL_s + \varepsilon$ (1)

$L_q = aL_r + bL_p + \varepsilon$ (2)

$L_r = bL_p + \varepsilon$ (3)

$L_s = bL_t + aL_q + \varepsilon$ (4)

$L_t = aL_q + bL_t + \varepsilon$ (5)

on remplace L_r par sa valeur en (2)
on a :

$L_p = aL_q + bL_s + \varepsilon$

$L_q = abL_p + bL_p + a + \varepsilon$
$= (ab + b)L_p + a + \varepsilon$

$L_s = bL_t + aL_q + \varepsilon$

$L_t = aL_q + bL_t + \varepsilon$

on remplace L_q par sa valeur dans les autre équations.

$L_p = a(ab+b)L_p + aa + a + bL_s + \varepsilon$
$L_p = a(ab+b)L_p + bL_s + aa + a + \varepsilon$ (1')
$L_s = bL_t + a(ab+b)L_p + aa + a + \varepsilon$ (2')
$L_t = a(ab+b)L_p + aa + a + bL_t + \varepsilon$ (3')

d'après Arden on a :

p3' $L_t = b^*(a(ab+b)L_p + aa + a + \varepsilon)$

on remplace L_t par sa valeur dans L_s

$L_s = bb^*(a(ab+b)L_p + aa + a + \varepsilon) + a(ab+b)$
$+ aa + a + \varepsilon$

$L_s = \{b^+ a(ab+b) + a(ab+b)\} L_p + b^+(aa + a +$
$+ aa + a + \varepsilon$

$L_s = (b^+ a + a)(ab + b) L_p + b^+(aa + a + \varepsilon) + aa + a +$

…emplace L_s par sa valeurs dans L_p ma…

$$= a(ab+b)L_p + b(b^+a+a)(ab+b)L_p + bb^*(aa+a+\varepsilon) + \varepsilon$$

$$= (a(ab+b) + b(b^+a+a)(ab+b))L_p + bb^*(aa+a+\varepsilon) + \varepsilon$$

$$L(A) = L_p = \left((ab+b) + b(b^+a+a)(ab+b)\right)^* (bb^*(aa+a+\varepsilon) + \varepsilon)$$

…automate A^ε et le suivant :