

Examen
Durée : 1h30

IMPORTANT : Il est interdit de s'échanger des affaires tels que les calculatrices, effaceurs ...

Exercice 1 : (3 points)

Quelles sont les expressions correctes parmi les expressions suivantes :

Remarque : chaque mauvaise réponse annule une bonne réponse.

- a. $(a^*b^*)^* = (a \cup b)^*$
- b. $\{m/m \in (a^*b^*)^* \text{ et } |m| \bmod 2 = 0\} = \{m/m \in (a^*b^*)^* \text{ et } |m|_a \bmod 2 = |m|_b \bmod 2\}$
- c. Il existe un automate à pile déterministe pour tout langage de type 2.
- d. $\{m/m \in (a^*b^*)^* \text{ et } m = m'\} = \{mm'/m \in (a^*b^*)^*\}$
- e. $\{a^n b^m c^p, n, m, p > 0\} = a^* b^* c^*$
- f. Tous les langages de type 0 sont de type 3.
- g. On peut avoir un seul état initial et un seul état final dans une machine de Turing à bornes linéaires pour reconnaître n'importe quel langage de type 1.

Exercice 2 : (17 points)

Partie 1 : (6 points)

Soit le langage L1 des expressions arithmétiques.

Le langage est constitué des mots de la forme :

- opérande
- opérande opération opérande
- opérande opération opérande opération opérande Opération opérande

tel que l'opération est le $\{+\}$ et les opérandes sont $\{a, b\}$

Voici quelques exemples de mots qui appartiennent à L1 : $a+b$, b , $b+b+a$

Voici quelques exemples de mots qui n'appartiennent pas à L1 : ab , b , $+b$, $+$, ϵ .

1) Définir le langage L1. (1 point)

2) Quel est le type du langage L1 ? (1 point)

3) Donner une grammaire régulière pour le langage L1. (2 points)

4) Donner un automate à états finis pour L1. (2 points)

Partie 2 : (6 points)

Soit le langage L_2 des parenthèses bien formées.

Voici quelques exemples de mots qui appartiennent à L_2 : $()$, $()()$, $(())$

Voici quelques exemples de mots qui n'appartiennent pas à L_2 : $(($, $)$, $(())$, ϵ .

- 1) Définir le langage L_2 . (1 point)
- 2) Quel est le type du langage L_2 ? (1 point)
- 3) Donner une grammaire algébrique pour le langage L_2 . (2 points)
- 4) Donner un automate à pile pour L_2 . (2 points)

Partie 3 : (2 points)

Soit le langage L_3 des expressions arithmétiques bien parenthésées,

Voici quelques exemples de mots qui appartiennent à L_3 : $(a+b+a)$, $(a+b)+(a)$, $a+((a))$

Voici quelques exemples de mots qui n'appartiennent pas à L_3 : $(a)+(b+)(a)$, $a(b)$, $a(+b)$, $a+(())$, ϵ .

- 1) Donner une grammaire algébrique pour le langage L_3 .

Partie 4 : (3 points)

Faire une machine de Turing pour calculer $(a+2)+(b+1)$ sachant que a et b sont deux entiers positifs ou nuls.