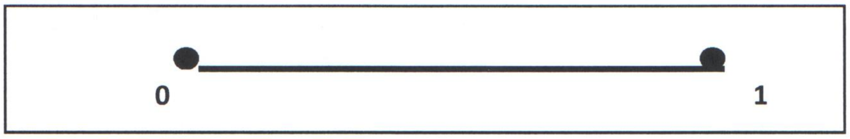
Exercice I

L'hypercube croisé de dimension n est un graphe non oriente défini récursivement comme suit :

1) n=1, CQ_1 est un graphe complet de deux nœuds dont les étiquettes sont 0 et 1.



2) pour n>1, CQ_n contient deux copies de CQ_{n-1} (hypercube croisé de dimension n-1) l'un préfixé par 0 dénote CQ^0_{n-1} et l'autre préfixe par 1 dénote par CQ^1_{n-1} , elle sont liées d'après la règle suivant :

Soient $U=0U_{n-2}$ ……… ………..U_1U_0

et $V=1V_{n-2}$…………………V_1V_0

(n étant plus grand que 0, n>0) les étiquettes de deux nœuds.

Les deux nœuds U de CQ^0_{n-1} et V de CQ^1_{n-1} sont adjacents si et seulement si :

1) $U_{n-2}=V_{n-2}$ si n paire.

2) pour $0\leq i < \lfloor (n-1)/2 \rfloor$, $U_{2i+1}U_{2i}$ et $V_{2i+1}V_{2i}$ sont en relation de parité.

($\lfloor x \rfloor$ c'est l'entier qui est égale au juste inférieur que x)

A partir de la définition ci-dessus, chaque nœud de CQ_n préfixe par 0 est adjacent à un seul nœud préfixé par 1 et vice versa. Dans l'hypercube ordinaire , chaque arêtes est incidente deux nœuds U, V si et seulement si , l'étiquette de U est différente à l'étiquette de V en un seul bit , mais dans CQ_n (hypercube Croisé) la liaison entre deux nœuds se fait à partir des règles suivantes :

Pour tout n≥1, $(U_{n-1}U_{n-2}\ldots\ldots U_1U_0, V_{n-1}V_{n-2}\ldots\ldots V_1V_0)$ est arête de CQ_n si et seulement si existe un "L" avec :

1) U_{n-1} ………………U_L = V_{n-1}…………………V_L.

2) $U_{L-1} \neq V_{L-1}$.

3) $U_{L-2} \neq V_{L-2}$ si L paire.

Quelques propriétés relationnelles de Q_N .

Petit diamètre

CQ_n possède petit diamètre égale $\lceil (n+1)/2 \rceil$.

Exercice II

1. Niveau= zéro

   Pas 1

   Trouver tous les sommets sans précédents et affecter au niveau courant.

   Barrer tous les sommets affectés à ce niveau du tableau de précédence.

   Niveau=niveau +1

   Refaire à partir de pas un

   Critères d'arrêt tous les sommets barrés.

   Application sur G.

   Niveau zéro= {X1}.

   Niveau 1= {X2,X4}

   Niveau 2= {X3}

   Niveau 3={X5}

   Niveau 4= {X6,X9}

   Niveau 5= {X7}

   Niveau 6={X8}

2. **<u>Kruskal</u>**
   Ordre topologique (x2,x3), (x7,x8),(x1,x4),(x5,x6),(x8,x4),(x4,x9),(x5,x9),(x3,x5),(x2,x7),(x2,x8), (x1,x3),(x6,x7),(x5,x7),(x8,x6),(x1,x2),(x9,x8),(x1,x9),(x4,x3), (x2,x6),(x2,x5).

Sommets	**X1***	**X2 ***	**X3***	**X4 ***	**X5 ***	**X6 ***	**X7***	**X8**	**X9***
Ordre topo									
Précédents	//	**X1 ***	**X2* X1* X4***	**X1 ***	**X2 * X3 ***	**X2 * X5 ***	**X6* X2* X5***	**X2 * X4* X6* X7 X9**	**X4* X5* X1***
suivants	**X2, X3 X4 X9**	**X3 X5 X6 X7 X8**	**X5**	**X3 X8 X9**	**X6 X7 X9**	**X7 X8**	**X8**		**X8**
Évaluations		**5**	**1 4 7**	**2**	**9 3**	**7 2**	**4 3 4**	**3 2 4 1 5**	**2 2 5**

La connectivité Un CQ_n possède une haute connectivité qui rend plus désirable car ceci évite l'embouteillage, pour n>=1, K(CQ_n) = n

Topologie régulière

CQ_n possède une topologie régulière, implique que tous les nœuds en le même degré, ce degré égale n .

Le cycle hamiltonien

Pour n >= 2, CQ_n a un cycle hamiltonien.

__Questions de cours__

- Il existe un arc (x,y) et (y,x) ou quelque arcs de la sorte appartenant à U mais pas tous les arêtes de G=(X,U)~~).~~
- La différence entre l'algorithme de Prim et Kruskal sont :
  - La complexité
  - Le parcours du graphe
  - L'ordre des arêtes (tri topologiques).
- Voir cours.
  Démonstration par l'absurde sur l'existence de deux chemins.
- Si tout le monde a au moins un ami dans l'assemblée, cela signifie que tous les degrés des sommets sont compris entre 1 et n−1. Comme il y a n sommets, par le principe des tiroirs, il est certain qu'au moins deux ont le même degré, donc que deux personnes ont le même nombre d'amis.

  Si une personne n'a aucun ami, le degré du sommet correspondant est 0. Les degrés des n−1 autres sommets sont compris entre 1 et n−2. Même conclusion que dans le premier cas.

  Si plusieurs personnes n'ont pas d'amis, alors elles ont le même nombre d'amis, en l'occurrence 0!