

Examen de Théorie des Graphes
Durée 2h00

Exercice 1. (06 pts) Sauf indication contraire, les graphes sont non orientés.

1. Combien un graphe complet d'ordre n a-t-il d'arêtes ?
2. Un graphe simple possède 15 arêtes, 3 sommets de degré 4 et tous les autres sommets sont de degré 3. Combien le graphe a-t-il de sommets ?
3. On considère un graphe simple orienté de matrice d'adjacence M . Interpréter les éléments de M^2 et ceux de la diagonale de M^3 .
4. Existe-t-il un graphe simple dont les sommets ont pour degré 1,1,2,2,3 ? Même question avec la suite 1,1,2,3,3.
5. Quel sont les graphes complets d'ordre n qui admettent un cycle eulérien.
6. Définir un graphe connexe et un graphe fortement connexe.

Exercice 2. (08 pts) Considérons l'algorithme suivant :

- (0) Déterminer la table des successeurs (tableau avec deux colonnes : x et $\Gamma^+(x)$) et poser $i = 0$;
- (1) Chercher une ou plusieurs lignes vides dans la table, les sommets non barrés correspondants à ces lignes forment N_i ;
- (2) Barrer le(s) numéro(s) de cette (ces) ligne(s) dans la table ; poser $i = i + 1$;
- (3) Répéter la procédure (1), (2) jusqu'à ce que tous les sommets soient barrés, en considérant qu'une ligne complètement barrée est vide ;
Si la procédure ne permet pas de barrer tous les sommets, le sous graphe composé des sommets non barrés contient au moins un circuit.

1. Que fait cet algorithme ?
2. Appliquer le (l'algorithme) au graphe suivant.

3. Si le graphe contient un circuit, déterminer le en utilisant cet algorithme.

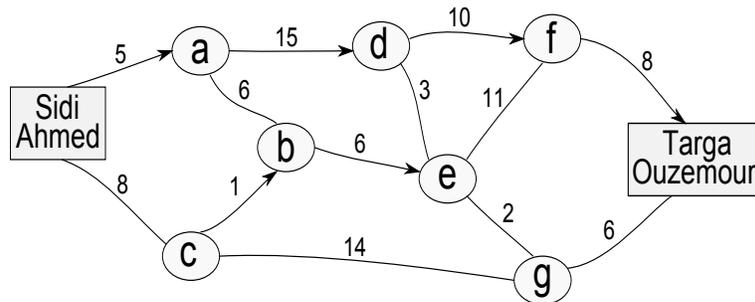
- (0) Entrer dans une ligne non vide et repérer un sommet non barré ;
- (1) Entrer dans la ligne correspondante à ce sommet et repérer un sommet non barré ;

(2) Répéter la procédure jusqu'à l'apparition d'une répétition d'un sommet et le parcours de ces sommets forme un circuit.

4. Représenter le sous graphe engendré par les sommets 1,2,3,4,6,7,8.
5. Tester en utilisant un algorithme approprié (autre que celui donné précédemment) que ce sous-graphe n'admet pas de circuit. Conclure ?
6. Construire le noyau de ce sous-graphe et donner sa mise à niveau.

Exercice 3. (06 pts) Samira habite Sidi Ahmed et travaille à Targa Ouzemour. Elle effectue donc un aller et retour chaque jour en voiture. Ayant énormément de peine à se lever, elle aimerait trouver le chemin lui permettant de repousser le plus tard possible l'heure de son départ tout en arrivant au travail à 8h00.

Voici le réseau des routes qu'elle peut emprunter pour se rendre de Sidi Ahmed à Targa Ouzemour :



Les sommets représentent les carrefours, **les arcs** les rues à sens unique et **les arêtes** les rues à double sens. Les valeurs sur les arcs et les arêtes représentent le temps de parcours nécessaire en minutes pour rejoindre deux carrefours dans un sens ou dans l'autre (s'il est permis).

1. Donner le graphe orienté correspondant.
2. Déterminer le chemin que Samira doit emprunter, lui permettant de partir le plus tard de chez elle et d'arriver à l'heure à Targa Ouzemour. Justifier le choix de l'algorithme utilisé.
3. A quelle heure doit-elle partir ?

* *Afud igerrzen* * *Bon courage* *