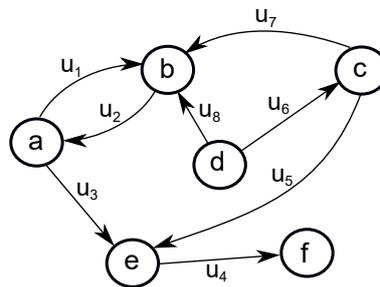


Examen de Théorie des Graphes
Durée 2h00

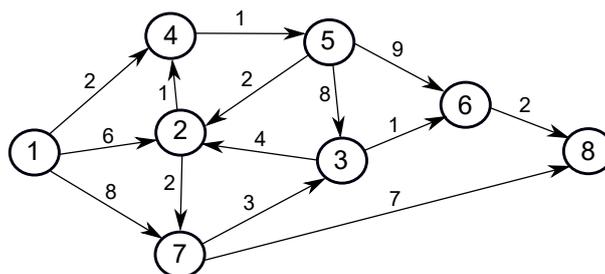
Exercice 1. (07 pts) Soit le graphe G suivant :



1. Donner la matrice M d'incidence aux arcs de G .
2. En utilisant la matrice M , comment calculer le demi-degré intérieur, le demi-degré extérieur, et le degré d'un sommet x donné.
3. A partir de la matrice M , déduire si G est simple, symétrique, et complet.
4. G admet-il un partitionnement en niveaux? Justifier.
5. $N = \{a, c, f\}$ est-il un noyau du graphe G ? Justifier.
6. G est-il Hamiltonien? Justifier.

Exercice 2. (04 pts) Une école d'ingénieur doit organiser les examens d'enseignements optionnels de ses étudiants de 2^e année. Les différents modules optionnels sont : Français (F), Anglais (A), Mécanique (M), Sport (S), Informatique (I), et Dessin industriel (D). Certains étudiants ont choisis plusieurs modules, ce qui a donné les regroupements suivants : $\{F, A, M\}$, $\{D, S\}$, $\{I, S\}$ et $\{I, M\}$. Combien de sessions minimales faudra-il pour organiser ces examens?

Exercice 3. (06 pts) Soit le réseau suivant :



1. En utilisant l'algorithme le mieux approprié, déterminer un plus court chemin entre les sommets 1 et 8 du graphe.
2. Considérons le graphe ci-dessus sans orientation des arcs. Déterminer un arbre couvrant de poids minimum du graphe obtenu.
3. Comparer les deux solutions obtenues en 1. et 2.

Exercice 4. (03 pts)

1. Soit G_1 un graphe simple connexe mais non Eulerien. Est il possible de rendre G_1 Eulerien en lui ajoutant un sommet et quelques arêtes?
2. Soit $G_2 = (X, U)$ un graphe simple sans boucle tel que le degré de chaque sommet est supérieur ou égal à 2 (*i.e.* $\forall x \in X, d_G(x) \geq 2$). Montrer que G_2 contient au moins un cycle.

** Afud igerrzen * Bon courage **