

## Examen de rattrapage de Théorie des Graphes

Durée 1h30

**Exercice 1.** (15 pts) Soit  $M$  la matrice d'adjacence associée à un graphe  $G = (X, U)$  :

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

1. Représenter le graphe  $G$  ;
2. Dresser un tableau désignant les successeurs, les prédécesseurs, les voisins, le degré extérieur, le degré intérieur et le degré de chaque sommet ;
3. Le graphe  $G$  est-il réflexif, antisymétrique, transitif, complet ? Justifier ;
4. Le graphe  $G$  est-il connexe ? est-il fortement connexe ? Justifier ;
5. Le graphe  $G$  possède-t-il de circuit ? Justifier ;
6. Déterminer les niveaux du graphe  $G$  ;
7. Déterminer son noyau s'il existe ;
8. Le graphe  $G$  possède-t-il une chaîne Eulérienne ? Circuit Eulérien ? Justifier ;
9. Soit  $S = \{1, 2, 3\}$  et  $A = \{(1, 2); (2, 5); (3, 4); (6, 5)\}$ .
  - (i) Déterminer le sous graphe de  $G$  engendré par  $S$  ;
  - (ii) Déterminer le graphe partiel de  $G$  engendré par  $A$ .

**Exercice 2.** (05 pts) Soit  $G$  un graphe orienté et valué dont

- ✓ les sommets sont les entiers compris entre 1 et 12 ;
- ✓ les arcs représentent la relation “être diviseur de” ;
- ✓ tout arc  $(x, y)$  du graphe  $G$  est valué par le quotient  $\frac{y}{x}$ .

1. Représenter le graphe  $G$  ;
2. Comment reconnaît-on si un sommet dans ce graphe est un nombre premier ?
3. Comment retrouver dans ce graphe la décomposition d'un nombre en facteurs premiers ?