CORRECTION

Exercice 1 (05)

Un chemin simple

01 Passe une et une seule fois par chaque arc de la séquence d'arcs qui le constitue.

Un graphe transitif est tel que

01 $(xy) \in U$ et $(yz) \in U \Rightarrow (xz) \in U$.

Un graphe réduit

01 Ne contient pas de circuit.

Nombre chromatique d'un graphe est le nombre

01 De couleurs nécessaires pour colorier les sommets sans que 2 sommets voisins n'aient la même couleur

Un arbre couvrant est un

01 Graphe partiel qui est un arbre

Exercice 2 (03)

01 a) Le graphe n'est pas connexe parce qu'il n'est pas constitué d'une seule composante connexe.

01 b) Le graphe comprend 3 composantes connexes.

01 c) Puisqu'il existe 3 composantes connexes, il suffit d'ajouter exactement 2 arêtes.

Exercice 3 (05)

1) Pour trouver le graphe réduit du graphe donné, il faut d'abord chercher les différentes composantes fortement connexes.

01 On applique l'algorithme qui permet de déterminer les composantes fortement connexes . On trouve 3 composantes fortement connexes :

01 CFC1 = (x_1, x_2, x_3) , CFC2 = (x_4, x_5) et CFC3 = (x_6)

Le graphe réduit a pour sommets CFC et CFC2 , d'où :

01

$$\begin{tikzcd} \text{CFC1} \arrow[dr] & & \text{CFC3} \arrow[dl, shift left] \arrow[dl, shift right] \\ & \text{CFC2} & \end{tikzcd}$$

0.5 2) Le graphe donné H n'est pas eulérien parce qu'il ne possède pas de cycle eulérien, c-à-d qui passe une seule fois par une même arête car on remarque que le graphe donné a 2 sommets de degré impairs (E et D), il ne possède pas de cycle eulérien.

01 3) Mais, il existe dans ce graphe une chaîne eulérienne parce qu'il ya 2 sommets de degré impair : L'un serait l'extrémité initiale de la chaîne eulérienne, l'autre serait l'extrémité terminale de la même chaîne eulérienne. Et, voici la chaîne eulérienne: (D, B, C,D, E, B, A, E). On constate que D et E sont bien les extrémités de la chaîne eulérienne du graphe.

0.5 **4) Par contre il est hamiltonien parce que le graphe possède un cycle hamiltonien, c-à-d un cycle qui passe une seule fois par un même sommet : Il s'agit du cycle (A, B, C, D, E)**

<u>Exercice 4</u> (03)

01 **1) Nature du graphe : c'est une arborescence dont la racine est le sommet 4, parce qu'à partir du sommet 4, on peut atteindre tout autre sommet car il existe des chemins allant de la racine vers chaque sommet.**

2) Il existe plusieurs définitions équivalentes : il suffit de citer une seule.

01 **Une arborescence**

a) Un arbre ayant une racine.

ou bien b) Graphe partiel ayant un sommet comme racine

ou bien c) G = (X,U) un graphe sans cycle et possède une racine (Un sommet r ∈ X est une racine s'il existe dans G un chemin joignant r à x, ∀x ∈ X).

. . .

01 **Un arbre**

a) Graphe connexe et sans cycle.

OU b) Graphe partiel sans cycle.

OU c) Graphe connexe dont chaque arête est un isthme.

OU d) Graphe connexe ayant (n – 1) arêtes (n nombre de sommets)

. . .

<u>Exercice 5</u> (04)

01 **1) Nature du graphe : Graphe biparti**

Le graphe G = (X,U) admet une partition de X en deux classes X1 et X2 telles que tout u ∈ U a une de ses extrémités dans X1 et l'autre extrémité dans X2. Un tel graphe se note : G = (X1,X2,U) avec X1 = {a, c, e} et X1 = {b, d, f}

01 **On peut dire aussi graphe cubique (régulier : Le degré de chaque sommet est égal à 3), simple et connexe.**

01 **En plus, c'est un graphe complet. Donc G est un GRAPHE BIPARTI COMPLET.**

01 **2) Nombre chromatique : Il est évident car on a X1 et X2 tels que les sommets de X1 ou bien de X2 ne sont pas reliés entre eux. Donc 2 couleurs sont suffisantes.**