

Durée de l'examen : Deux (2) Heurs

## Exercice 1 : (5 pts) Micro Interrogation. [Langage et Expression]

Donnez la définition des notions ci-dessous ainsi que les liens qui les régissent :

- Langage régulier (0.5 pts + 0.5 pts)
- Expression régulière (0.5 pts + 0.5 pts)
- Langage décidable (0.5 pts + 0.5 pts)
- Langage semi décidable (0.5 pts + 0.5 pts)
- Langage accepté (0.5 pts + 0.5 pts)

## Exercice 2 : (5 pts) Micro Interrogation. [Calculabilité et décidabilité]

- Ecrire une machine de Turing qui, prenant en entrée une suite (contiguë) de  $n$  '1', donne en sortie une suite de  $2^n$  '1' ('1' veut dire battons). (2.0 pts)

Exemple :

Etat Initial : # 111 # (l'entrée est le nombre de 3 battons)

Etat Final : # 11111111 # (le résultat est  $2^3$  qui est le nombre 8)

- Réalisez une machine de Turing munie d'un ruban qui calcule la soustraction de deux entiers naturels codés en binaire inversé (c'est-à-dire bit de poids faible d'abord). Et que le résultat final ne soit pas inversé. (3.0 pts)

Exemple :

Etat Initial : # 01011 # 1101 # (l'entrée est  $26 = 11010$  inversé +  $11 = 1011$  inversé)

Etat Final : # 1111 # (le résultat est 21 non inversé)

## Exercice 3 : (5 pts) [Logique propositionnelle]

Soit  $f$  une formule définie par sa table de vérité comme suit :

x	y	z	Q(x,y,z)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

Donnez la formule de  $f$  sous la formé :

- o Canonique disjonctive
- o Canonique conjonctive

Réduisez  $f$  en spécifiant les axiomes et les théorèmes

## Exercice 4 : (5 pts) [Logique des prédicats]

Soit le langage  $L = \{ <, =, >, R, S, T, \dots \}$  (une relation  $R$  signifie que la fonction a un seul

$$\Phi_1 \models \exists x (\exists y (\exists z (R(x))) \vee (\exists y ((\neg \forall z (S(M(x,z), x)))$$

$$\Phi_2 \models (\forall x (T(f(x), y))) \rightarrow (\neg (\exists x (y(x, y))))$$

$$\Phi_3 \models (\forall z (T(x, y))) \rightarrow (\exists y ((\forall x (\neg (f(x) = y))) \vee T(y, z))) \rightarrow$$

$$\Phi_4 \models (\forall x (\exists y ((g(y) = x) \vee (\neg T(g, y)))) \rightarrow (\exists z (\forall x (T(y, g(x))))$$

- Quelles sont les formules de  $L$  ?
- Pour celles qui sont des formules, supprimez les parenthèses à l'aide des conventions et propriétés vues en cours ?
- Déterminer les occurrences liées des variables dans les formules ?
- Déterminer parmi les formules, les formules atomiques, les clauses et les termes ?

Bonne Chance

$$\{S, W, P\} \cdot \{T(x^*) = 1 \text{ p. q. q}\} \text{ telle que}$$

$$x \in L$$

x	y	z	Q(x,y,z)
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1