

Guelma, le 25 Janvier 2018

Durée de l'examen : Deux (2) Heurs

**EXERCICE 1 : Calculabilité et Décidabilité (5 pts)****(Micro Interrogation)**

1. Définissez la machine de Turing qui vérifie si une suite de parenthèses jusqu'à  $n=3$  jeux de parenthèses est équilibrée ou non. La machine renvoie  $R=1$  (la machine écrit sur le ruban 1) si la suite de parenthèses est équilibrée, c'est-à-dire si les parenthèses sont correctement fermées (par ex " $((()))$ "). La machine renvoie  $R=0$  (la machine écrit sur le ruban 0) si la suite de parenthèses est mal équilibrée (par ex " $((()(($ )") ou s'il y a plus que  $n=3$  jeux de parenthèses (par ex " $((((($ ))))").

Est-il possible de généraliser cette machine de Turing pour un nombre arbitraire de parenthèses ? **(3 Pt)**

2. Ecrire une machine de Turing qui, prenant en entrée une suite (contiguë) de  $n$  'I' battons, donne en sortie une suite de  $2^n$  'I'. **(2 Pt)**

**EXERCICE 2 : Logique Propositionnelle (5 pts)****(Micro Interrogation)**

Trois personnes, Ali (A), Belaid (B) et Chérif (C) exercent chacune une profession différente : pharmacien, dentiste ou chirurgien.

Sachant que les implications suivantes sont vraies, retrouver leur profession :

- (A chirurgien  $\rightarrow$  B dentiste),
- (A dentiste  $\rightarrow$  B pharmacien),
- (B non chirurgien  $\rightarrow$  C dentiste).

**EXERCICE 3 : Logique Propositionnelle (5 pts)**

1) Montrez que les deux systèmes de connecteurs NAND ' $\uparrow$ ' et NOR ' $\downarrow$ ' sont complet.

Sachant que :

- ✓  $A \uparrow B = \neg(A \wedge B)$
- ✓  $A \downarrow B = \neg(A \vee B)$

**EXERCICE 4 : Logique des Prédicats (5 pts)**

Soit les énoncés suivants :

1. Tous ceux qui conduisent une Harley sont rustres.  
{Rustre = une personne qui manque d'éducation}
2. Tous les motards conduisent une Harley ou une BMW.
3. Quiconque conduit une BMW est branché.
4. Toute personne branchée est avocat.
5. Un jeune homme bien ne sort pas avec quelqu'un de rustre.
6. Ali est un jeune homme bien, et Belaid est un motard.
7. Si Belaid n'est pas avocat, alors Ali ne sort pas avec Belaid.

a) Modélisez en logique du premier ordre l'énoncé ci-dessus en utilisant les prédicats :

har(x) : x est une Harley	cond(x,y) : x conduit y.	bmw(x) : x est une bmw.
mot(x) : x est un motard.	rus(x) : x est rustre.	bra(x) : x est branché.
avo(x) : x est avocat.	jhb(x) : x est un jeune homme bien.	sort(x,y) : x sort avec y.

Bien entendu, vous complétez cette modélisation, si c'est nécessaire, avec des constantes, des variables et des fonctions.

b) Prouvez à l'aide de la méthode de résolution que la dernière affirmation est une conséquence logique de l'ensemble des autres affirmations.

**Bonne Chance**