

Durée de l'examen : Une heure Trente Minutes (1h30).

EXERCICE 1 : Calculabilité et Décidabilité (5 pts)

1. Définissez la machine de Turing qui vérifie si une suite de parenthèses jusqu'à $n=3$ jeux de parenthèses est équilibrée ou non. La machine renvoie $R=1$ (la machine écrit sur le ruban 1) si la suite de parenthèses est équilibrée, c'est-à-dire si les parenthèses sont correctement fermées (par ex " $()((()))$ "). La machine renvoie $R=0$ (la machine écrit sur le ruban 0) si la suite de parenthèses est mal équilibrée (par ex " $()((()$ ") ou s'il y a plus que $n=3$ jeux de parenthèses (par ex " $((((($)))"))).

Est-il possible de généraliser cette machine de Turing pour un nombre arbitraire de parenthèses ?

EXERCICE 2 : Résolution LP (5 pts)

Utiliser la méthode de résolution propositionnelle pour montrer si la formule 'C' est une conséquence logique des formules A et B ; où : $A = (p \rightarrow (q \vee r))$; $B = \neg r$ et $C = (\neg q \rightarrow \neg p)$.

EXERCICE 3 : Démonstration LP (5 pts)

Soit le système d'axiomes du calcul propositionnel :

1. Ax1 : $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. Ax2 : $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
3. Ax3 : $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

Et la règle du Modus Ponens : si $\vdash A$ et $\vdash A \rightarrow B$ alors $\vdash B$.

Montrer que l'on a :

- 1) $A \models (B \rightarrow A)$,
- 2) $(A \rightarrow B), (B \rightarrow C) \models (A \rightarrow C)$
- 3) $A \rightarrow (B \rightarrow C) \models B \rightarrow (A \rightarrow C)$

EXERCICE 4 : Logique des Prédicats (5 pts)

Considérons les énoncés suivants :

- 1 Tous les enfants d'un dragon peuvent voler
- 2 Archie a au moins un parent vert ou rose
- 3 Un dragon est heureux si tous ses enfants peuvent voler
- 4 Les dragons verts peuvent voler
- 5 Un dragon est vert s'il a au moins un parent vert ou rose

Formaliser les énoncés 1 à 5 puis mettre sous forme clausale la conjonction des énoncés 3 à 5.

Bonne Chance

Université 08 Mai 45 de Guelma
Département d'Informatique

Guelma, le 12 Juin 2018

Durée de l'examen : Une heure Trente Minutes (1h30).

EXERCICE 1 : Calculabilité et Décidabilité (5 pts)

1. Définissez la machine de Turing qui vérifie si une suite de parenthèses jusqu'à $n=3$ jeux de parenthèses est équilibrée ou non. La machine renvoie $R=1$ (la machine écrit sur le ruban 1) si la suite de parenthèses est équilibrée, c'est-à-dire si les parenthèses sont correctement fermées (par ex " $()(())$ "). La machine renvoie $R=0$ (la machine écrit sur le ruban 0) si la suite de parenthèses est mal équilibrée (par ex " $()(()$ ") ou s'il y a plus que $n=3$ jeux de parenthèses (par ex " $((((($)))"))).

Est-il possible de généraliser cette machine de Turing pour un nombre arbitraire de parenthèses ?

EXERCICE 2 : Résolution LP (5 pts)

Utiliser la méthode de résolution propositionnelle pour montrer si la formule 'C' est une conséquence logique des formules A et B ; où : $A = (p \rightarrow (q \vee r))$; $B = \neg r$ et $C = (\neg q \rightarrow \neg p)$.

EXERCICE 3 : Démonstration LP (5 pts)

Soit le système d'axiomes du calcul propositionnel :

1. Ax1 : $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
2. Ax2 : $(A \rightarrow (B \rightarrow C)) \rightarrow ((A \rightarrow B) \rightarrow (A \rightarrow C))$
3. Ax3 : $(\neg B \rightarrow \neg A) \rightarrow (A \rightarrow B)$

Et la règle du Modus Ponens : si $\vdash A$ et $\vdash A \rightarrow B$ alors $\vdash B$.

Montrer que l'on a :

- 1) $A \models (B \rightarrow A)$,
- 2) $(A \rightarrow B), (B \rightarrow C) \models (A \rightarrow C)$
- 3) $A \rightarrow (B \rightarrow C) \models B \rightarrow (A \rightarrow C)$

EXERCICE 4 : Logique des Prédicats (5 pts)

Considérons les énoncés suivants :

- 1 Tous les enfants d'un dragon peuvent voler
- 2 Archie a au moins un parent vert ou rose
- 3 Un dragon est heureux si tous ses enfants peuvent voler
- 4 Les dragons verts peuvent voler
- 5 Un dragon est vert s'il a au moins un parent vert ou rose

Formaliser les énoncés 1 à 5 puis mettre sous forme clausale la conjonction des énoncés 3 à 5.

Bonne Chance