Nom	
Prénom	
Groupe	

2ème année licence (23/05/2017)
Graphes
Durée : 1H30

Exercice 1. (6 points) Veuillez répondre en cochant les cases « Vrai » ou « Faux ».
Cet exercice compte pour une micro-interrogation.

			Vrai	Faux
1	**Un arbre est**		Vrai	Faux
	(i)	un graphe sans cycle		X
	(ii)	un graphe connexe et sans cycle	X	
	(iii)	un graphe connexe ou sans cycle		X
	(iv)	un graphe connexe		X
2	**L'algorithme de Kruskal (pour déterminer un arbre de poids minimum)**			
	(i)	est fini	X	
	(ii)	a un nombre d'itérations égal à $n-1$ (n est le nombre de sommets)	X	
	(iii)	a un nombre d'itérations égal à m (m est le nombre d'arêtes)		X
	(iv)	peut éventuellement diverger		X
3	**L'algorithme de Bellman s'applique**			
	(i)	à un réseau dont les longueurs des arêtes sont positives		X
	(ii)	à un réseau sans circuit absorbant		X
	(iii)	à un réseau sans circuit	X	
	(iv)	à un réseau quelconque		X
4	**L'algorithme de Bellman**			
	(i)	nécessite $n-1$ itérations (n est le nombre de sommets)	X	
	(ii)	nécessite $m \times n$ itérations (m est le nombre d'arêtes)		X
	(iii)	peut boucler indéfiniment		X
	(iv)	résout le problème de l'arbre de poids minimum		X
5	**L'algorithme de Ford**			
	(i)	est applicable au graphe sans boucle	X	
	(ii)	est applicable au graphe sans circuit	X	
	(iii)	est applicable au graphe général	X	
	(iv)	n'est pas applicable en présence de circuit		X
6	**Pour structurer un graphe en mémoire, on utilise entre autres**			
	(i)	la liste des successeurs	X	
	(ii)	la matrice d'incidence arêtes-sommets	X	
	(iii)	la matrice inverse de la matrice d'incidence		X
	(iv)	les extrémités de chaque arête	X	

Exercice 2. (7 points) Déterminer un arbre de poids minimum dans le réseau suivant où chaque arête est donnée par ses deux extrémités et son poids.

Extrémité 1	1	1	1	2	2	3	4	4	4	5	6	6	7	7	7	8	10
Extrémité 2	2	4	7	4	6	1	5	7	10	9	3	7	2	8	9	10	6
Poids	-5	2	0	7	1	-2	1	5	1	-7	5	4	-6	11	6	-1	9

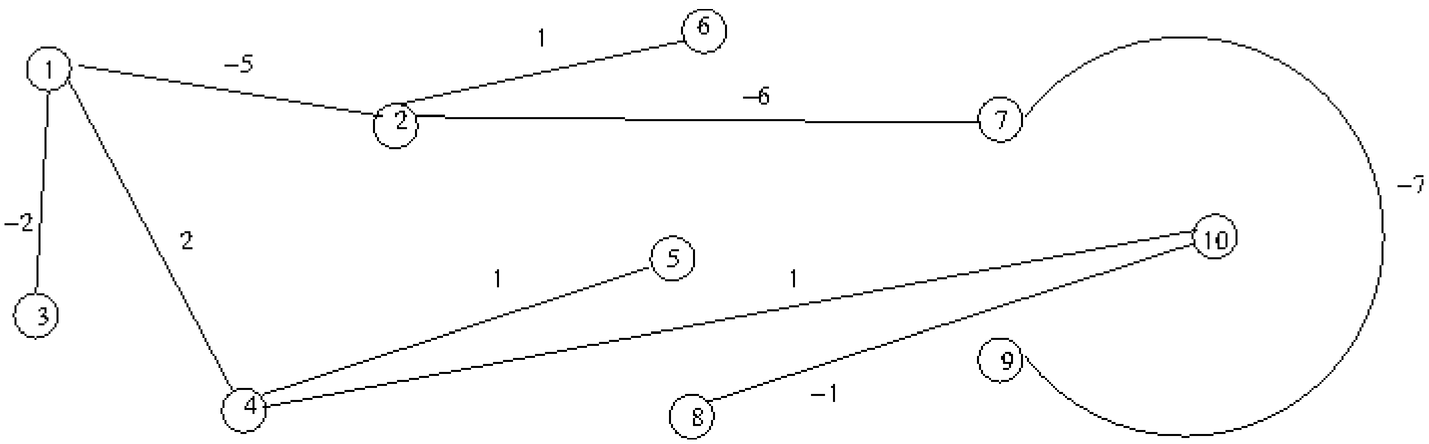
Explication : Expliquez ici votre démarche.

On applique l'algorithme de Kruskal.
Le principe est de débuter avec un arbre $A = \emptyset$.
L'algorithme est glouton et nécessite $n - 1$ itérations, où n est le nombre de sommets du graphe.
A chaque itération, on cherche une arête e

- qui n'appartient pas à A ;
- qui a le plus petit poids ;
- qui ne forme de cycle avec les arêtes de A.

(On sait que cette arête existe car le graphe est connexe.)
On introduit cette arête dans A, et on recommence.

Solution : Donnez ici votre solution au problème.



Le poids de l'arbre est -16.

Exercice 3. (7 points) Chercher le plus court chemin (s'il existe) du sommet 1 au sommet 10 dans le réseau suivant où chaque arc est donné par ses deux extrémités et sa longueur.

Extrémité initiale	1	1	1	2	2	3	4	4	4	5	6	6	7	7	7	8	10
Extrémité terminale	2	4	7	4	6	1	5	7	10	9	3	7	2	8	9	10	6
Longueur	-5	2	0	7	1	-2	1	5	1	-7	5	4	-6	11	6	-1	9

Explication : Expliquez ici votre démarche.

Rappel : le problème du plus court chemin dans un réseau a une solution si et seulement si il existe une racine et il n'y a pas de circuit absorbant.

- On vérifie que le sommet 1 est racine.
- On vérifie l'existence d'un circuit, par exemple la séquence $6,7,8,10$. On ne peut donc appliquer l'algorithme de Bellman.
- Il faut donc appliquer l'algorithme de Ford.
    1. On débute avec une arborescence initiale de racine 1.
    2. On cherche à améliorer cette arborescence jusqu'à ce que soit (ce n'est plus possible et à ce moment-là l'arborescence est celle des plus courts chemins) soit (l'algorithme détecte un circuit absorbant et à ce moment-là il n'y a pas de solution).

Solution : Donnez ici votre solution au problème.

Bien que les arborescences de racine 1 existent, il n'y a pas d'arborescence des plus courts chemins car on est en présence d'un circuit absorbant (séquence $1,2,6,3$) de longueur -1.