Corrigé micro-interrogation

Nom	
Prénom	
Groupe	

Graphes
2ème année licence
24 mai 2018

Micro-interrogation
Durée : 10 minutes

Veuillez répondre en cochant les cases « Vrai » ou « Faux ».

			Vrai	Faux
1	**Un arbre est un graphe**			
	(i)	sans cycle	✓	
	(ii)	connexe ou sans cycle		✓
	(iii)	connexe	✓	
	(iv)	qui peut avoir une seule feuille		✓
2	**L'algorithme de Kruskal**			
	(i)	converge en un nombre fini d'itérations	✓	
	(ii)	utilise $n-1$ itérations, où n est le nombre de sommets	✓	
	(iii)	utilise m itérations, où m est le nombre d'arêtes		✓
	(iv)	peut boucler indéfiniment		✓
3	**L'algorithme de Bellman s'applique**			
	(i)	à un réseau dont les longueurs des arcs sont positives		✓
	(ii)	à un [illegible] circuit de longueur négative		✓
	(iii)	à [illegible] sans circuit	✓	
	(iv)	à un réseau quelconque		✓
4	**L'algorithme de Bellman**			
	(i)	nécessite $n-1$ itérations (n est le nombre de sommets)	✓	
	(ii)	nécessite $m \times n$ itérations (m est le nombre d'arêtes)		✓
	(iii)	peut boucler indéfiniment		✓
	(iv)	résout le problème de l'arbre de poids minimum		✓
5	**Une arborescence est**			
	(i)	un graphe orienté sans circuit	✓	
	(ii)	un arbre qui a une racine	✓	
	(iii)	un graphe qui peut avoir deux racines		✓
	(iv)	un graphe qui peut avoir plusieurs circuits		✓
6	**Pour [illegible] graphe [illegible] on peut [illegible]**			
	(i)	la liste des successeurs	✓	
	(ii)	la matrice d'incidence arêtes-sommets	✓	
	(iii)	la matrice inverse de la matrice d'incidence		✓
	(iv)	les extrémités de chaque arête	✓	

Théorie des graphes (corrigé)

Exercice 1 (7pts)

Appelons $G_1 = (X_1, E_1)$ et $G_2 = (X_2, E_2)$ les deux graphes donnés avec $X_1 = \{1,2,3,4,5,6\}$, $E_1 = \{12,23,24,34,45,56\}$, $X_2 = \{a,b,c,d,e,f\}$ et $E_2 = \{ac, bc, bd, cd, de, ef\}$. G_1 et G_2 sont isomorphes si et seulement il existe une bijection $f: X_1 \longmapsto$ de sorte que pour toute arête $xy \in E_1$ on a $f(x)f(y) \in E_2$.

Pour prou er que nos deux graphes sont isomorphes, on va vér ..., qu'ils satis nt la définition.

La bijection f est

$$\begin{pmatrix}1\\2\\3\\4\\5\\6\end{pmatrix} \qquad \begin{pmatrix}a\\b\\c\\d\\e\\f\end{pmatrix}$$

Après, on vérifie aisément que les arêtes sont également en bijection:

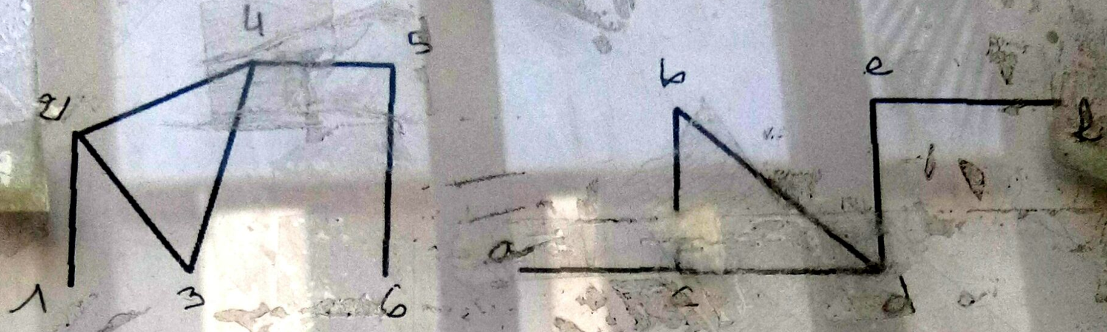
$$12 \in E_1 \Longrightarrow f(1)f(2) = ac \in E_2$$
$$23 \in E_1 \Longrightarrow f(2)f(3) = bc \in E_2$$
$$24 \in E_1 \Longrightarrow f(2)f(4) = cd \in E_2$$
$$34 \in E_1 \Longrightarrow f(3)f(4) = bd \in E_2$$
$$45 \in E_1 \Longrightarrow f(4)f(5) = de \in E_2$$
$$56 \in E_1 \Longrightarrow f(5)f(6) = ef \in E_2$$

Exercice 2 (7 pts)

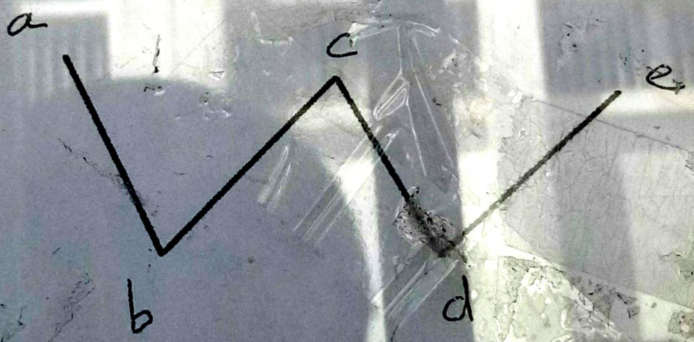
K est un stable $\Leftrightarrow$ il n'existe aucune arête (x, y) avec $x, y \in K$ $\Leftrightarrow$ toute arête du graphe G a au moins une extrémité dans $X - K$ $\Leftrightarrow$ $X - K$ est un recouvrement.

2ème année licence
24 mai 2018
Graphes
Durée : 50 minutes

Exercice 1 (7pts) Les deux graphes suivants sont-ils isomorphes ?



Exercice 2 (7 pts)
Considérons un graphe $G = (X, E)$. Un ensemble $I \subset X$ est appelé ensemble stable dans G s'il n'existe aucune arête reliant deux sommets de I. Un ensemble $J \subset X$ est appelé recouvrement si chaque arête du graphe G est incidente à au moins un sommet de J. Par exemple, dans le graphe suivant, $I = \{a, c, e\}$ est un stable et $J = \{b, d\}$ est un recouvrement.



Montrer qu'un ensemble $K \subset X$ est un stable dans G si et seulement si son complémentaire $X - K$ est un recouvrement.