

## Série TD 3 (Logique Mathématique)

**Exercice 01 :**

Donner l'ordre de construction des formules suivantes de calcul propositionnel

1.  $\neg(\neg(x \rightarrow y)) \vee \neg x \rightarrow \neg y$ .
2.  $\neg x \rightarrow y \wedge z \leftrightarrow t \rightarrow \neg x \wedge z \leftrightarrow \neg y \wedge t$ .

**Exercice 2**

Donner tous les ordres de construction possible de la formule suivante :

$$x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow t$$

**Exercice 3**

Donner la table de vérité de la formule suivante :

$$(\neg x \vee y) \wedge (z \rightarrow (x \leftrightarrow y))$$

**Exercice 4**

Déterminer les théorèmes suivant le calcul propositionnel à l'aide de table de vérité ou de transformation sur les formules :

$$\begin{aligned} p &\leftrightarrow \neg \neg p \\ (p \rightarrow q) &\leftrightarrow \neg p \vee q \\ \neg(p \wedge q) &\leftrightarrow \neg p \vee \neg q \\ (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow z) &\rightarrow (p \rightarrow z) \end{aligned}$$

**Exercice 5**

Donner la formule ayant la table de vérité suivante :

X	Y	Z	Q (x,y,z)
V	V	V	V
F	V	V	F
V	F	V	F
F	F	V	V
V	V	F	F
F	V	F	F
V	F	F	F
F	F	F	V

**Exercice 6**

Parmi les formules suivantes indiquez celles qui sont universellement vraies et celles qui sont des contradictions :

1.  $(\neg x \rightarrow y) \vee (x \rightarrow \neg y)$
2.  $(x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)$
3.  $((x \wedge y) \vee (\neg x \wedge \neg y)) \vee ((\neg x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y))$
4.  $((x \rightarrow y) \wedge (z \rightarrow t)) \rightarrow (x \wedge z \rightarrow y \wedge t)$
5.  $(x \wedge z \rightarrow y \wedge t) \rightarrow (x \rightarrow z) \rightarrow (z \rightarrow t)$
6.  $\neg(\neg(y \vee z \rightarrow x) \rightarrow \neg(y \wedge t \rightarrow x))$

**Exercice 7 :**

Donner la partition de l'ensemble des formules de calcul propositionnel ci-dessous. En classe la formule symétriquement équivalente :

1.  $p \wedge (p \vee q)$
2.  $p \wedge (p \rightarrow q)$
3.  $p \wedge (p \leftrightarrow q)$

4.  $p \wedge (p \vee q)$
5.  $p \vee (p \vee q)$
6.  $p \vee (p \rightarrow q)$
7.  $p \vee (p \leftrightarrow q)$
8.  $p \vee (p \wedge q)$
9.  $(p \wedge q)$
10.  $(p \vee q)$
11.  $(p \rightarrow q)$
12.  $(p \leftrightarrow q)$
13.  $p$
14.  $q$
15.  $\neg p \vee q$
16.  $\neg q \vee p$
17.  $p \vee \neg p$
18.  $q \wedge (q \rightarrow q)$
19.  $q \vee (q \rightarrow q)$
20.  $(p \vee (p \leftrightarrow p)) \vee (q \vee (p \rightarrow q)).$