

Série TD 3 (Logique Mathématique)

Exercice 01 :

Donner l'ordre de construction des formules suivantes de calcul propositionnel

1. $\neg(\neg(x \rightarrow y)) \vee \neg x \rightarrow \neg y$.
2. $\neg x \rightarrow y \wedge z \leftrightarrow t \rightarrow \neg x \wedge z \leftrightarrow \neg y \wedge t$.

Exercice 2

Donner tous les ordres de construction possible de la formule suivante :

$$x \rightarrow y \rightarrow z \rightarrow t$$

Exercice 3

Donner la table de vérité de la formule suivante :

$$(\neg x \vee y) \wedge (z \rightarrow (x \leftrightarrow y))$$

Exercice 4

Déterminer les théorèmes suivant le calcul propositionnel à l'aide de table de vérité ou de transformation sur les formules :

$$\begin{aligned} p &\leftrightarrow \neg \neg p \\ (p \rightarrow q) &\leftrightarrow \neg p \vee q \\ \neg(p \wedge q) &\leftrightarrow \neg p \vee \neg q \\ (p \rightarrow q) \wedge (q \rightarrow z) &\rightarrow (p \rightarrow z) \end{aligned}$$

Exercice 5

Donner la formule ayant la table de vérité suivante :

| X | Y | Z | Q (x,y,z) |
|---|---|---|-----------|
| V | V | V | V |
| F | V | V | F |
| V | F | V | F |
| F | F | V | V |
| V | V | F | F |
| F | V | F | F |
| V | F | F | F |
| F | F | F | V |

Exercice 6

Parmi les formules suivantes indiquez celles qui sont universellement vrais et celles qui sont des contradictions :

1. $(\neg x \rightarrow y) \vee (x \rightarrow \neg y)$
2. $(x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)$
3. $((x \wedge y) \vee (\neg x \wedge \neg y)) \vee ((\neg x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y))$
4. $((x \rightarrow y) \wedge (z \rightarrow t)) \rightarrow (x \wedge z \rightarrow y \wedge t)$
5. $(x \wedge z \rightarrow y \wedge t) \rightarrow (x \rightarrow z) \rightarrow (z \rightarrow t)$
6. $\neg(\neg(y \vee z \rightarrow x) \rightarrow \neg(y \wedge t \rightarrow x))$

Exercice 7 :

Donner la partition de l'ensemble des formules de calcul propositionnel ci-dessous. En classe la formule symétriquement équivalente :

1. $p \wedge (p \vee q)$
2. $p \wedge (p \rightarrow q)$
3. $p \wedge (p \leftrightarrow q)$

4. $p \wedge (p \vee q)$
5. $p \vee (p \vee q)$
6. $p \vee (p \rightarrow q)$
7. $p \vee (p \leftrightarrow q)$
8. $p \vee (p \wedge q)$
9. $(p \wedge q)$
10. $(p \vee q)$
11. $(p \rightarrow q)$
12. $(p \leftrightarrow q)$
13. p
14. q
15. $\neg p \vee q$
16. $\neg q \vee p$
17. $p \vee \neg p$
18. $q \wedge (q \rightarrow q)$
19. $q \vee (q \rightarrow q)$
20. $(p \vee (p \leftrightarrow p)) \vee (q \vee (p \rightarrow q))$.