(Série N° 3)

(Ex 1)

L'ordre de construction des formules.

$\neg(\neg(x \to y)) \vee \neg x \to \neg y$

fort ⟶ faible

$\neg \wedge \vee \to \leftrightarrow$

1/ $\underbrace{\underbrace{\underbrace{\neg(\underbrace{\neg\underbrace{(x \to y)}_{3}}_{4})}_{5} \vee \underbrace{\neg x}_{1}}_{6} \to \underbrace{\neg y}_{2}}_{7}$

2/ $\underbrace{\underbrace{\underbrace{\underbrace{\neg x}_{1} \to \underbrace{y \wedge z}_{4}}_{7} \leftrightarrow \underbrace{t \to \underbrace{\underbrace{\neg x}_{2} \wedge z}_{5}}_{8}}_{9} \leftrightarrow \underbrace{\underbrace{\neg y}_{3} \wedge t}_{6}}_{10}$

(exercice 2)

- Les ordre de construction possible de la formul :

$x \to y \to z \to t$

1/ $x \to (y \to (z \to t))$

2/ $x \to ((y \to z) \to t)$

3/ $(x \to y) \to (z \to t)$

4 $(x \to (y \to z)) \to t$

5/ $((x \to y) \to z) \to t$

Exercice 03

La formule est $(\neg x \vee y) \wedge (z \rightarrow (x \leftrightarrow y))$

$$(\bar{x} + y)(\bar{z} + xy + \bar{x}y)$$

$$F = \bar{x}\bar{z} + \bar{x}\bar{y} + y\bar{z} + xy$$

x	y	z	f	Ex 05
0	0	0	1	1
0	0	1	1	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	0
1	0	1	0	0
1	1	0	1	0
1	1	1	1	1

(exercice 05)

$$F = \bar{x}\bar{y}\bar{z} + \bar{x}\bar{y}z + xyz$$

F.N.D :

$$(x + \bar{y} + z)(x + \bar{y} + \bar{z})(\bar{x} + y + z)(\bar{x} + y + \bar{z})$$

$$(\bar{x} + \bar{y} + z)$$

Exercice 04

P	¬P	¬¬P	P↔¬¬P
0	1	0	1
1	0	1	1

* $\neg\neg P \equiv P$

$$P \leftrightarrow P$$

$$PP + \bar{P}\bar{P}$$

$$P + \bar{P} = 1$$

* $(P \rightarrow q) \leftrightarrow (\neg P \vee q)$

$A \leftrightarrow A$ (A substitue de $P \rightarrow q$)

* $\neg(P \wedge q) \leftrightarrow (\neg P \vee \neg q)$

$$A \leftrightarrow A$$

* $(P \wedge q) \wedge (q \rightarrow z) \rightarrow (p \rightarrow q)$

$$AB \rightarrow A$$

$\overline{AB} + A \qquad \bar{A} + \bar{B} + A = 1$

(Exercice 04)

* 1 $(\neg x \to y) \vee (x \to \neg y) = x + y + \bar{x} + \bar{y} = 1 \vee \ldots$

* 2 $(x \wedge y) \vee (y \wedge z) \vee (z \wedge x)$

$xy + yz + zx$

$x = y = z = 0 \Rightarrow 0 = 0$

$x = y = z = 1 \Rightarrow 1 = 1$

La formule est satisfiable

* 3 $[(x \wedge y) \vee (\neg x \wedge \neg y)] \vee [(\neg x \wedge y) \vee (x \wedge \neg y)]$

$(xy + \bar{x}\bar{y}) + (\bar{x}y + x\bar{y})$

$x(y + \bar{y}) + \bar{x}(\bar{y} + y)$

$x + \bar{x} = 1$ Universellement valide (U.V)

* 4 $((x \to y) \wedge (z \to t)) \to (x \wedge z \to y \wedge t)$

$\overline{(\bar{x}+y)(\bar{z}+t)} + \overline{xz} + yt$

$\overline{(\bar{x}+y)} + \overline{(\bar{z}+t)} + \overline{xz} + yt$

$x\bar{y} + z\bar{t} + \bar{x}\bar{z} + yt = \bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + \bar{t} + y + t$

$\bar{x} + \bar{y} + \bar{z} + \bar{t} + y = 1$

$\Rightarrow$ U.V

* 5 $(x \wedge z \to y \wedge t) \to ((x \to y) \to (z \to t))$

$\overline{\overline{xz} + yt} + \overline{\bar{x} + y} + \bar{z} + t$

$= (\overline{\overline{xz}})(\overline{yt}) + x\bar{y} + \bar{z} + t$

$= (xz)(\overline{yt}) + x\bar{y} + \bar{z} + t$

$= (xz)(\bar{y} + \bar{t}) + \bar{y} + x + t$

$\bar{y} + x\bar{t} + y + t \Rightarrow \bar{y} + x + t + \bar{z}$

$\Rightarrow \bar{y} + x + t + \bar{z}$

$\Rightarrow x + t + \bar{z} \Rightarrow$ La formule est satisfiable

$*$ 6 $\overline{\neg(\neg(y \vee z \to x) \to \neg(y \wedge t \to x))}$

$\overline{(\overline{yz} + x) + (\overline{y \wedge t} + x)}$

$(\overline{y+z} + x) + (yt \cdot \bar{x})$

$((y+z)\cdot \bar{x})(\overline{yt} + x)$.

$(\bar{x}y + \bar{x}z)(\bar{y} + \bar{t} + x)$.

$\bar{x}y\bar{t} + \bar{x}\bar{y}z + \bar{x}\bar{t}z$

$\bar{x}(y\bar{t} + \bar{y}z + \bar{t}z)$

$\Rightarrow$ La formule est satisfiable

exercice 07

- $p \wedge (p \vee q) = p(p+q) = pp + pq$
  $= p + pq = p$
- $p \wedge (p \to q) = p(\bar{p} + q)$
  $= pq$.
- $p \wedge (p \leftrightarrow q) = p(pq + \bar{p}\bar{q}) = pq$
- $p \vee (p \vee q) = p + p + q = p + q$.

6- $p + \bar{p} + q = 1$.

7- $p + (pq + \bar{p}\bar{q}) = p + \bar{q}$.

8- $p + pq = p$

$p - q(\bar{q} + q)$

9- $q + \bar{q} +$

p	$p+q$	pq	1	$p+\bar{q}$	$\bar{p}+q$	$pq+\bar{p}\bar{q}$	q
1	10	2	6	7	11	12	14
4	5	9	17	16	15		18
8		3	19				
13			20				