

*****TD sur les Dépendances Fonctionnelles*****

Partie 1 :

A partir d'un ensemble F de dépendances fonctionnelles entre les attributs d'un schéma de relation R, on peut en déduire d'autres à partir des trois propriétés suivantes (axiomes d'Armstrong) :

1. transitivité : si $X \rightarrow Y$, et $Y \rightarrow Z$, alors $X \rightarrow Z$,
2. augmentation : si $X \rightarrow Y$, alors $XZ \rightarrow Y$ pour tout groupe Z d'attributs appartenant au schéma de relation,
3. réflexivité : si X contient Y, alors $X \rightarrow Y$.

A partir de ces trois axiomes de base, on peut déduire d'autres règles :

1. union : si $X \rightarrow Y$ et $X \rightarrow Z$, alors $X \rightarrow YZ$,
2. pseudo-transitivité : si $X \rightarrow Y$ et $WY \rightarrow Z$, alors $WX \rightarrow Z$,
3. décomposition : si $X \rightarrow Y$ et Z contenu dans Y, alors $X \rightarrow Z$.

La fermeture d'un ensemble d'attributs X, notée $(X)^+$, représente l'ensemble des attributs de R qui peuvent être déduits de X à partir d'une famille de dépendances fonctionnelles en appliquant les axiomes d'Armstrong. Ainsi, Y sera inclus dans $(X)^+$ ssi $X \rightarrow Y$.

Calcul de la fermeture d'un ensemble d'attributs :

1. initialiser $(X)^+$ à X,
2. trouver une dépendance fonctionnelle de F possédant en partie gauche des attributs inclus dans $(X)^+$,
3. ajouter dans $(X)^+$ les attributs placés en partie droite de la dépendance fonctionnelle,
4. répéter les étapes b) et c) jusqu'à ce que $(X)^+$ n'évolue plus.

Exercice 1 :

Soit $F = \{ A \rightarrow D ; AB \rightarrow E ; BI \rightarrow E ; CD \rightarrow I ; E \rightarrow C \}$.

Question : calculer la fermeture, sous F, de AE.

Solution : au départ, $(AE)^+ = AE$,

$A \rightarrow D$ permet d'ajouter D : $(AE)^+ = AED$,

$E \rightarrow C$ permet d'ajouter C : $(AE)^+ = AEDC$,

$CD \rightarrow I$ permet d'ajouter I : $(AE)^+ = AEDCI$.

Question : calculer la fermeture, sous F, de BE.

Solution : au départ, $(BE)^+ = BE$,

$E \rightarrow C$ permet d'ajouter C : $(BE)^+ = BEC$.

Exercice 2:

Soit $F = \{AB \rightarrow C ; B \rightarrow D ; CD \rightarrow E ; CE \rightarrow GH ; G \rightarrow A\}$.

Question : en utilisant la notion de fermeture d'un ensemble d'attributs, montrer que $AB \rightarrow E$,

Solution : $B \rightarrow D \models AB \rightarrow D$ par augmentation,

$AB \rightarrow C$ et $AB \rightarrow D \models AB \rightarrow CD$ par union,

$AB \rightarrow CD$ et $CD \rightarrow E \models AB \rightarrow E$ par transitivité.

Question : en utilisant la notion de fermeture d'un ensemble d'attributs, montrer que $BG \rightarrow C$,

Solution : $G \rightarrow A \models BG \rightarrow A$ par augmentation,

$BG \rightarrow BG \models BG \rightarrow B$ par décomposition,

$BG \rightarrow A$ et $BG \rightarrow B \models BG \rightarrow AB$ par union,

$BG \rightarrow AB$ et $AB \rightarrow C \models BG \rightarrow C$ par transitivité.

Question : en utilisant la notion de fermeture d'un ensemble d'attributs, montrer que $AB \rightarrow G$.

Solution : $AB \rightarrow E$ et $AB \rightarrow C \models AB \rightarrow CE$ par additivité,

$AB \rightarrow CE$ et $CE \rightarrow GH \models AB \rightarrow GH$ par transitivité,

$AB \rightarrow GH \models AB \rightarrow G$ par décomposition.

Partie 2 :

Exercice 1 :

Supposons le schéma de relation $R(A B C D E)$ avec l'extension :

a1	b2	c2	d3	e2
a1	b2	c2	d1	e4
a2	b3	c2	d1	e5
a2	b4	c5	d1	e5

Parmi les dépendances fonctionnelles suivantes, lesquelles ne s'appliquent pas à R ?

- 1) $E \rightarrow D$
- 2) $D \rightarrow E$
- 3) $C \rightarrow A$
- 4) $E \rightarrow B$
- 5) $E \rightarrow A$
- 6) $B \rightarrow C$
- 7) $B \rightarrow D$
- 8) $B \rightarrow A$

Solution :

$D \rightarrow E$
 $C \rightarrow A$
 $E \rightarrow B$
 $B \rightarrow D$

Exercice 2:

Supposons le schéma de relation R(A B C D E) avec les dépendances fonctionnelles :

$A \rightarrow B$
 $C \rightarrow D$
 $C \rightarrow E$
 $AB \rightarrow B$
 $AC \rightarrow D$

Quelles sont les dépendances fonctionnelles triviales?

Solution :

$AB \rightarrow B$ est triviale.

Quelle est la fermeture de la partie gauche de chaque dépendance fonctionnelle?

Solution :

$A^+ = \{A, B\}$
 $C^+ = \{C, D, E\}$
 $AB^+ = \{A, B\}$
 $AC^+ = \{A, B, C, D, E\}$

.....
.....