

*****TD 9*****

Exercice 1 :

Rappelons les règles d'Armstrong :

Soit $R(U)$ une relation et $W, X, Y, Z \in U$

- Réflexivité : $Y \subseteq X \Rightarrow X \rightarrow Y$ (donc $X \rightarrow X$). Une telle DF est appelée dépendance fonctionnelle triviale.
- Augmentation : $X \rightarrow Y \Rightarrow WX \rightarrow WY$. Ici $WX \times W[X$.
- Transitivité : $X \rightarrow Y$ et $Y \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow Z$

Démontrer que $AD \rightarrow BE$ en ayant les dépendances suivantes :

- $A \rightarrow B$
- $B, C \rightarrow D$
- $A, C \rightarrow D$
- $D \rightarrow E$
- $A, C \rightarrow E$

Exercice 2 :

3 autres règles peuvent se déduire des 3 premières règles d'Armstrong.

- Union : $X \rightarrow Y$ et $X \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow YZ$
- Décomposition : $X \rightarrow YZ \Rightarrow X \rightarrow Y$ et $X \rightarrow Z$
- Pseudo-transitivité : $X \rightarrow Y$ et $WY \rightarrow Z \Rightarrow WX \rightarrow Z$

Tout ensemble de dépendances fonctionnelles peut être représenté sous forme canonique i.e. où la partie droite des dépendances fonctionnelles n'est formée que d'un seul attribut (conséquence de l'union et la décomposition).

Démontrer l'Union : $X \rightarrow Y$ et $X \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow YZ$

Exercice 3 :

Soient les deux ensembles d'axiomes suivants :

Réflexivité (A1) $Y \subseteq X \Rightarrow X \rightarrow Y$	Décomposition (B1) $X \rightarrow Y, Z \subseteq Y \Rightarrow X \rightarrow Z$
Augmentation (A2) $X \rightarrow Y \Rightarrow XZ \rightarrow YZ$	Réflexivité (B2) $X \rightarrow X$
Transitivité (A3) $X \rightarrow Y, Y \rightarrow Z \Rightarrow X \rightarrow Z$	Accumulation (B3) $X \rightarrow YZ, Z \rightarrow AW \Rightarrow X \rightarrow YZA$

Les deux ensembles d'axiomes $\{(A1), (A2), (A3)\}$ et $\{(B1), (B2), (B3)\}$ sont équivalents, ce qui veut dire que pour tout ensemble F de dépendances fonctionnelles, le même ensemble de dépendances fonctionnelles peut être déduit.
 Démontrez l'équivalence.