Correction de TD 9

Exercice 1 :

Rappelons les règles d'Armstrong :
Soit R(U) une relation et W, X, Y, Z∝ U

- **Réflexivité : Y∝X⇒X→Y (donc X→X). Une telle DF est appelée dépendance fonctionnelle triviale.**
- **Augmentation : X→Y⇒WX→WY. Ici WX×W[X.**
- **Transitivité : X→Y et Y→Z⇒X→Z**

Démontrer que AD→BE en ayant les dépendances suivantes :

- **A→B**
- **B, C→D**
- **A, C→D**
- **D→E**
- **A, C→E**

Solution:

(1) A→B⇒AD→BD (Augmentation par D)
(2) D→E⇒BD→BE (Augmentation par B)
(3) (1)+(2)⇒AD→BE (Transitivité)

Exercice 2 :

3 autres règles peuvent se déduire des 3 premières règles d'Armstrong.

- **Union : X→Y et X→Z⇒X→YZ**
- **Décomposition : X→YZ⇒X→Y et X→Z**
- **Pseudo-transitivité : X→Y et WY→Z⇒WX→Z**

Tout ensemble de dépendances fonctionnelles peut être représenté sous forme canonique i.e. où la partie droite des dépendances fonctionnelles n'est formée que d'un seul attribut (conséquence de l'union et la décomposition).

Démontrer l'Union : X→Y et X→Z⇒X→YZ

Solution :

Hypothèse : X→Y et X→Z

(1) X→Y⇒XX→XY (Augmentation par X) × X→XY
(2) X→Z⇒XY→ZY (Augmentation par Y)
(3) (1)+(2) ⇒ X→ZY (Transitivité) × X→YZ

Exercice 3

Soient les deux ensembles d'axiomes suivants :

Réflexivité (A1) Y⊆X => X→Y	**Décomposition (B1)** X→Y, Z⊆Y => X→Z

Augmentation (A2) X→Y => XZ→YZ	**Réflexivité (B2) X→X**
Transitivité (A3) X→Y, Y→Z => X→Z	**Accumulation (B3) X→YZ, Z→AW => X→YZA**

Les deux ensembles d'axiomes {(A1), (A2), (A3)} et {(B1), (B2), (B3)} sont équivalents, ce qui veut dire que pour tout ensemble F de dépendances fonctionnelles, le même ensemble de dépendances fonctionnelles peut être déduit.
Démontrez l'équivalence.

Solution :

Pour démontrer l'équivalence {(B1), (B2), (B3)}≡{(A1), (A2), (A3)}, nous devons déduire {(B1), (B2), (B3)} de {(A1), (A2), (A3)} et vice versa.

Décomposition (**B1**) X→Y, Z⊆Y => X→Z

Z⊆Y => Y→Z (A1)

X→Y, Y→Z => X→Z (A3)

Réflexivité (**B2**) X→X

X⊆X => X→X (A1)

Accumulation (**B3**) X→YZ, Z→AW => X→YZA

Z→AW => YZ→AWYZ (A2)

X→YZ, YZ→AWYZ => X→AWYZ (A3)

AYZ⊆AWYZ => AWYZ→AYZ (A1)

X→AWYZ, AWYZ→AYZ => X→YZA (A3)

Réflexivité (**A1**) Y⊆X => X→Y

X => X→X (B2)

X→X, Y⊆X => X→Y (B1)

Augmentation (**A2**) X→Y => XZ→YZ

XZ => XZ→XZ (B2)

XZ→XZ, X→Y => XZ→XZY (B3)

XZ→XZY => XZ→YZ (B1)

Transitivité (**A3**) X→Y, Y→Z => X→Z

X => X→X (B2)

X→X, X→Y => X→XY (B3)

X→XY, Y→Z => X→XYZ (B3)

X→XYZ => X→Z (B1)

....