

## Calcul des Clés

### Exercice 1 :

Soit le schéma relationnel  $P(A, B, C, D)$  avec les dépendances fonctionnelles  $\Phi = \{AB \rightarrow C, B \rightarrow D, BC \rightarrow A\}$ . Quelles sont les clés ?

### **Solution :**

1. B n'apparaît dans le membre droit d'aucune dépendance, donc B appartient à la clé.
2. Montrons que B n'est pas une clé :  $B^+ = \{B, D\} \neq U$
3. Essayons de montrer si AB, BC et BD sont des clés :

#### **Etape 1 :**

$$AB^+ = \{A, B\} \cup \{C, D\} = U$$

En effet, C vient de  $AB \rightarrow C$  et D vient de  $B \rightarrow D$ .

Donc AB est une superclé.

#### **Etape 2 :**

$$BC^+ = \{B, C\} \cup \{A, D\} = U$$

En effet, A vient de  $BC \rightarrow A$ , D vient de  $B \rightarrow D$ .

Donc BC est une superclé.

#### **Etape 3 :**

$$BD^+ = \{B, D\} \cup \{D\} \neq U$$

Donc BD n'est pas une superclé.

Donc, comme

- (a) B doit apparaître dans toute clé
  - (b) B n'est pas une clé
  - (c) AB, BC sont des superclés
- Alors AB et BC sont les deux seules clés.

### Exercice 2 :

Soit le schéma relationnel  $P(A, B, C, D)$  et  $\Phi = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D, D \rightarrow C\}$ .

Montrer que A est la seule clé.

### **Solution :**

1. A appartient à toute clé parce que A n'apparaît dans aucun membre droit de dépendance.
2.  $A^+ = \{A, B, C, D\} = U$  donc A est une clé
3. de 1) et du fait que tout sous ensemble V de U contenant une clé ne peut être qu'une superclé et non pas une clé, on en déduit que A est la seule clé.

### Exercice 3 :

Soit le schéma relationnel  $P(A, B, C, D)$  et  $\Phi = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, D \rightarrow B\}$ . Trouver les clés.

### **Solution :**

1. A et D n'apparaissent dans aucun membre droit de dépendance et font partie de toute clé.
2. Si AD est une clé, alors c'est la seule

$$AD^+ = \{A, B, C, D\} = U$$

Donc AD est la seule clé.

### Exercice 4 :

Soit le schéma relationnel

$P(\text{Cours}, \text{Professeur}, \text{Horaire}, \text{Salle}, \text{Etudiant}, \text{Note})$  et

$\Phi = \{C \rightarrow P, HS \rightarrow C, HP \rightarrow S, CE \rightarrow N, HE \rightarrow S\}$

Montrer que la seule clé est HE.

## Solution :

**Etape 1 :** H et E sont les deux attributs qui n'apparaissent dans aucun membre de droite de dépendance.

**Etape 2 :**

$$HE^1 = \{H, E\}[\{S\} = \{H, E, S\}]$$

S vient de  $HE \rightarrow S$ .

$$HE^2 = \{H, E, S\}[\{C\} = \{H, E, S, C\}]$$

C vient de  $HS \rightarrow C$ .

$$HE^3 = \{H, E, S, C\}[\{P, N\}]$$

P vient de  $C \rightarrow P$ , N, vient de  $CE \rightarrow N$ .

$$HE^+ = HE^3 = U$$

Donc HE est une clé – de 1) c'est la seule clé.

## Exercice 5 :

Soit le schéma relationnel  $P(A, B, C, D)$  et  $\Phi = \emptyset$ . Quelles sont les clés ?

## Solution :

Etant donné qu'il n'y a pas de dépendances fonctionnelles, aucun attribut dans l'univers n'apparaît du côté droit d'une dépendance fonctionnelle. Donc la seule clé est composée de tous les attributs dans R.

## Troisième forme normale

### Exercice 1 :

Est-ce que le schéma

$P(\text{Rue}, \text{Ville}, \text{CodePostal})$

$$\Phi = \{RV \rightarrow C, C \rightarrow V\}$$

Est en 3FN ?

Définition 3FN :  $\forall A \rightarrow X \in F : A$  est une superclé ou  $X$  appartient à une clé.

## Solution :

1. Les clés sont RV et CR.
2. Montrons que pour toute dépendance de F,  $A \rightarrow X$ , soit A est une superclé, soit X appartient à une clé :

$RV \rightarrow C : RV$  est une clé.

$C \rightarrow V : V$  appartient à la clé RV.

Donc P est en 3FN. Donc il n'est pas nécessaire de décomposer P. Remarquez toutefois que certaines redondances ne sont pas éliminées dans une relation 3FN :

Rue	Ville	CodePostal
Einstein	Villeurbanne	69100
Luizet	Villeurbanne	69100

Non seulement on a la redondance Ville, CodePostal, mais on ne peut pas insérer un nouveau couple (Ville, CodePostal) sans connaître une rue avec ce code.

### Exercice 2 :

Montrer que les schémas suivants ne sont pas en 3FN :

Schéma 1:

$P(A, B, C, D)$

$$\Phi = \{AB \rightarrow C, B \rightarrow D, BC \rightarrow A\}$$

**Solution :**

Clés: AB et BC (voir exercice plus haut). Dans la dépendance  $B \rightarrow D$ , B n'est pas une superclé et D n'appartient à aucune clé. Donc le schéma n'est pas en 3FN.

Schéma 2 :

$$P(A, B, C, D) \\ \Phi = \{A \rightarrow B, B \rightarrow C, A \rightarrow D, D \rightarrow C\}$$

**Solution :**

Clé: A (voir exercice plus haut). Dans la dépendance  $B \rightarrow C$ , B n'est pas une superclé et C n'appartient pas à une clé (de même pour la dépendance  $D \rightarrow C$ ). Donc le schéma n'est pas en 3FN.

Schéma 3 :

$$P(C, P, H, S, E, N) \\ \Phi = \{C \rightarrow P, HS \rightarrow C, HP \rightarrow S, CE \rightarrow N, HE \rightarrow S\}$$

**Solution :**

Aucune dépendance sauf la dernière satisfait les critères de 3FN. Donc ce schéma n'est pas en 3FN.

Schéma 4 :

$$P(F, A, N, P) \\ \Phi = \{F \rightarrow A, FN \rightarrow P\}$$

**Solution :**

FN est la seule clé. Dans la dépendance  $F \rightarrow A$ , F n'est pas une superclé et A n'appartient pas à une clé.

Schéma 5 :

$$P(M, A, D, R) \\ \Phi = \{MA \rightarrow D, MD \rightarrow R\}$$

**Solution :**

MA est seule clé. Dans la dépendance  $MD \rightarrow R$ , MD n'est pas une superclé et R n'appartient pas à la clé

.....