

7. CONDUCTIVITE THERMIQUE

7.1 Conductivité des gaz

La théorie cinétique des gaz permet de relier les propriétés thermophysiques des gaz (conductivité thermique, viscosité, coefficient de diffusion) en fonction des paramètres intrinsèques du gaz (masse molaire, diamètre moléculaire). Une mole d'un gaz parfait dans les conditions normales (273K, 1 bar) a un volume de 22,4 l. Cette mole (contenant $N_a = 6,022 \cdot 10^{23}$ molécules) possède une densité moléculaire (toujours dans les conditions standard) de $2,688 \cdot 10^{19}$ molécules par cm^3 . Un "vide" de 0,00001 Pa, contient en fait environ 3 millions de molécules par mm^3 . Ces chiffres justifient l'application de la statistique pour traiter des problèmes à l'échelle macroscopique. Une molécule avec un volume moyen de 30 \AA^3 , le rapport entre le volume non occupé et le volume occupé par les molécules vaut environ 10^3 pour les conditions normales. Dans de telles conditions et à l'aide de la cinématique des gaz parfaits on peut formuler les hypothèses suivantes :

- Les interactions moléculaires entre molécules (autres que les chocs) sont négligeables.
- Le nombre n de molécules par unité de volume est grand et constant (homogénéité du gaz à l'échelle macroscopique).
- Entre deux chocs, supposés élastiques, le mouvement de chaque molécule est rectiligne et uniforme.
- La direction des vecteurs vitesse des diverses molécules obéit à une répartition spatiale uniforme.
- Le module des vecteurs vitesse répond à une loi de distribution (à déterminer) qui ne dépend pas du temps lorsque les variables d'état macroscopiques sont fixes.

La mécanique statistique de Boltzmann permet de déterminer la loi de distribution des vitesses des molécules pour un gaz parfait. Considérons un gaz monoatomique de volume total V , d'énergie interne U , comprenant n molécules. A l'échelle atomique, l'état du gaz est entièrement déterminé si on connaît à tout instant t la position \mathbf{l}_i (3 coordonnées) et la vitesse \mathbf{v}_i ou la quantité de mouvement \mathbf{p}_i (3 coordonnées) de chaque molécule. On appelle espace de phase à l'instant t , l'espace à 6 dimensions (3 coordonnées de position + 3 coordonnées de mouvement), tel que l'état d'une molécule soit représenté par un point \mathbf{X}_i (point image) de cet espace. Cet espace est divisé en domaines Δ de même dimension suffisamment petits pour que tous les points \mathbf{X}_i d'un même domaine représente des molécules dans un état énergétique identique. L'état du gaz est alors défini par les coordonnées des différents domaines de l'espace de phase et par la densité moléculaire de ces domaines. L'état ainsi défini est un état macroscopique car il ne tient pas compte des individualités des molécules (une molécule quelle qu'elle soit n'intervenant que par les 6 variables $\mathbf{l}_i, \mathbf{v}_i$).

Si on suppose que les molécules sont discernables, leur arrangement dans les différents domaines de l'espace de phase est appelé complexion. La mécanique statistique de Boltzmann est fondée sur les définitions et conventions précédentes relatives à l'espace de phase, et des trois hypothèses supplémentaires :

1. toutes les complexions d'un état sont également probables,
2. la probabilité P d'un état macroscopique se mesure par le nombre de complexions qui permettent de le réaliser,
3. l'état du gaz en équilibre est celui qui correspond à la probabilité maximum.

La probabilité d'un état (ou nombre de complexions d'un état) peut être établie de la façon suivante.

Soit un état avec :

N_1 molécules dans le domaine Δ_1 ,
 N_2 molécules dans le domaine Δ_2 ,
 etc...
 N_i molécules dans le domaine Δ_i ,

Le nombre de permutations totales possibles entre toutes les molécules discernables est $N!$ (avec $N = \sum N_i$). Mais la permutation des molécules à l'intérieur d'un même domaine ne modifie pas une complexion. Pour chaque domaine Δ_i , ces permutations inefficaces sont au nombre de $N_i!$. Au total, il y en a :

$$N_1! N_2! \dots N_i! = \prod_i N_i! \quad (7.1)$$

D'après l'hypothèse 2, la probabilité d'un état est égale au nombre de complexions qui réalisent cet état :

$$P = \frac{N!}{\prod_i N_i!} \quad (7.2)$$

On peut déduire de la mécanique statistique de Boltzmann plusieurs propriétés d'un gaz parfait. Pour un gaz monoatomique l'énergie interne est :

$$U = \frac{3N_A k_B T}{2} \quad (7.3)$$

N_A est le nombre d'Avogadro, $N_A \approx 6,022 \cdot 10^{23}$, k_B constante de Boltzmann et les chaleurs spécifiques :

$$C_v = \frac{3R}{2}; \quad C_p = \frac{5R}{2} \quad (7.4)$$

Le résultat plus important concerne la distribution des vitesses des molécules. La répartition de la vitesse s'exprime par la loi de Maxwell-Boltzmann:

$$F(v_x, v_y, v_z) = F(\vec{v}) = 2\pi \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} e^{-\left(\frac{Mv^2}{2RT} \right)} \quad (7.5)$$

avec M , la masse molaire. Equation (7.5) donne la proportion des molécules de gaz ayant à un instant t donné une vitesse \vec{v} . On peut en déduire la loi de distribution des modules de la vitesse. On obtient :

$$F(|\vec{v}|) = F(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{3/2} e^{-\left(\frac{Mv^2}{2RT} \right)} \quad (7.6)$$

Cette loi de distribution est représentée figure 7.1. Enfin, nous aurons besoin dans la partie suivante de connaître la loi de distribution des projections des vitesses selon une direction. Toujours d'après (7.5); on montre que :

$$F(v_x) = \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{1/2} \exp\left(-\frac{Mv_x^2}{2RT} \right) \quad (7.7)$$

Cette loi de distribution correspond à une répartition gaussienne, et est représentée figure 7.2 pour de l'hélium, considéré comme un gaz parfait, à trois températures différentes.

Ces lois de distribution permettent de définir :

- la vitesse la plus probable, notée v_m , qui correspond au maximum de la courbe $F(v)$ présentée figure 7.1 :

$$v_m = \sqrt{\frac{2RT}{M}} \quad (7.8)$$

- la vitesse moyenne, \bar{v} , qui correspond à la moyenne calculée sur le module des vitesses :

$$\bar{v} = \frac{1}{n} \int_0^{\infty} v dn_v = \frac{1}{n} \int_0^{\infty} v F(v) dv = \sqrt{\frac{8RT}{\pi M}} \quad (7.9)$$

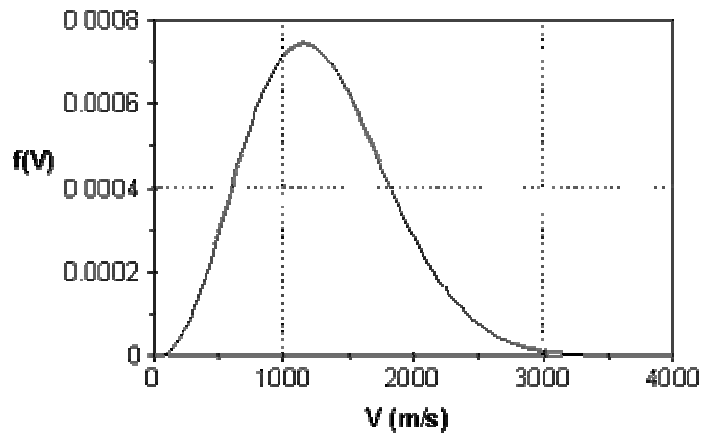


Figure 7.1 : Loi de répartition des modules des vitesses pour l'Hélium ($M = 4$ g/mole), à 300 K

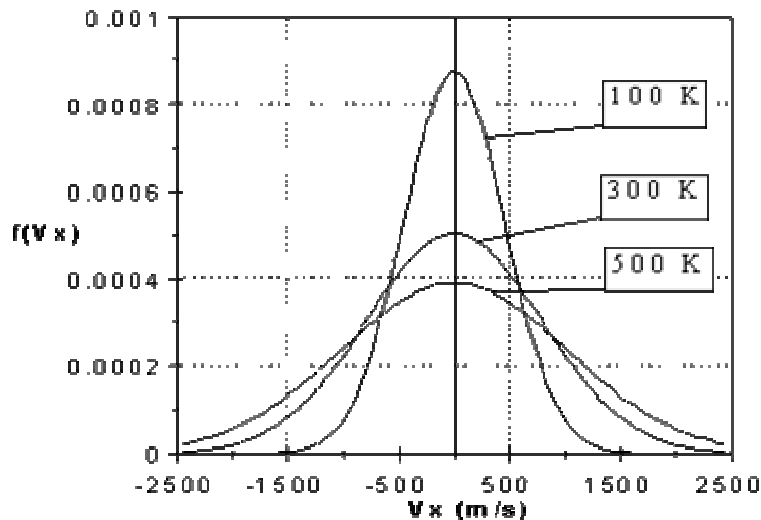


Figure 7.2 : Loi de répartition des projections des vitesses selon une direction pour l'Hélium ($M = 4$ g/mole) (Fig 7.1 et 7.2 : [Pierre Neveu](http://neveu.pierre.free.fr/cv.htm) ; <http://neveu.pierre.free.fr/cv.htm>)

Le nombre g de molécules qui heurtent une unité de surface de paroi pendant une unité de temps correspond, pour chaque vitesse de projection v_x , au nombre de molécules contenues dans un cylindre d'axe parallèle à x , de base unité, et de hauteur v_x . Pour les molécules dont la vitesse à une projection sur x comprise entre v_x et $v_x + dv_x$, ce nombre est : $dn_{v_x} \cdot v_x$.

Pour l'ensemble du spectre des vitesses $v_x > 0$, on aura :

$$g = \int_0^{\infty} v_x dn_{v_x} \quad (7.10)$$

D'après la loi de répartition $f(v_x)$ et sa définition (7.7) :

$$g = n \left(\frac{M}{2\pi RT} \right)^{1/2} \int_0^{\infty} v_x e^{-\left(\frac{Mv_x^2}{2RT} \right)} dv_x \quad (7.11)$$

Or $\int_0^{\infty} x e^{-ax^2} = \frac{1}{2a}$ d'où (avec l'équation (7.9))

$$g = \frac{n\bar{v}}{4} \quad (7.12)$$

La valeur g est importante pour expliquer le transfert de chaleur par des molécules de gaz. A une concentration élevée de molécule, elles ne sont plus capables de toucher la paroi sans une interaction (collision) entre elles-même. Les chocs entre les molécules et parois et entre les molécules elles-même sont nécessaires au maintien d'un état d'équilibre statistique garantissant l'anisotropie des vitesses moléculaires. La distance moyenne que une molécule peut parcourir dans un gaz entre deux chocs intermoléculaires est représenté par le libre parcours moyen λ . Supposant que les molécules sont sphériques (diamètre d), rigides et élastiques :

L'hypothèse sur l'élasticité implique la conservation de l'énergie cinétique au cours d'un choc. Compte tenu de la dimension des molécules, une collision se produit chaque fois que la distance entre les centres de deux molécules est égale au diamètre de molécules.

Considérons une molécule A, qui se déplace à la vitesse moyenne \bar{v} . Sa sphère d'influence balaie, pendant l'unité de temps, un volume $\pi d^2 \bar{v}$. L'unité de volume renfermant n molécules, le nombre de chocs pendant l'unité de temps serait $n \cdot \pi d^2 \bar{v}$ si les autres molécules étaient immobiles. Pour tenir compte du mouvement des autres molécules, considérons les cas suivant:

- a. la vitesse relative des deux molécules est $2\bar{v}$ ($\odot \rightarrow \leftarrow \odot$)
- b. la vitesse relative est nulle, ($\odot \uparrow \odot \uparrow$)
- c. la vitesse relative vaut $\bar{v}\sqrt{2}$ ($\odot \rightarrow \odot \uparrow$).

En utilisant la vitesse relative du cas c intermédiaire (cas a et b sont des cas extrêmes), le nombre de choc pendant l'unité de temps (ϕ) devient :

$$\phi = n\pi d^2 \bar{v} \sqrt{2} \quad (7.13)$$

Entre deux chocs, une molécule parcourt une distance moyenne :

$$\lambda = \frac{\bar{v}}{\phi} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n} \quad (7.14)$$

Avec la relation $P = nk_B T$ on peut exprimer l'équation (7.14) par des paramètre facile à mesurer :

$$\lambda = \frac{k_B}{\sqrt{2}\pi d^2} \frac{T}{P} \quad (7.15)$$

Sous les conditions normales (273 K, 1 bar), pour l'oxygène λ vaut environ 50 nm et le nombre des collisions est autour de $5 \cdot 10^9$ par seconde.

Conductivité thermique :

Un flux de chaleur correspond à un flux d'énergie. L'énergie interne du gaz parfait n'étant fonction que de la température, les molécules du plan O à la température T ont une énergie interne u différente de celles des molécules situées au niveau du plan O' dont la température est $T' = T + dT$ et l'énergie interne $u' = u + du$. Fig. 7.3. Or,

$$du = \frac{C_v}{N_A} dT \quad (7.16)$$

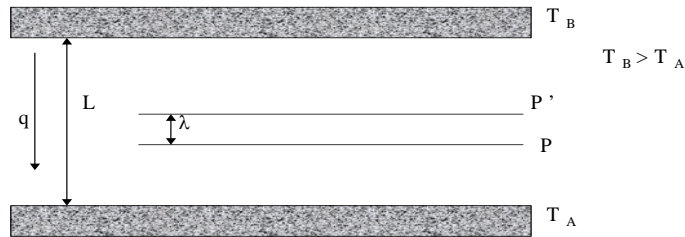


Figure 7.3 : Transfert d'énergie dans la phase gazeuse

Du fait de l'agitation thermique, il y a entre les plans parallèles voisins des transferts d'énergie (ou de chaleur), : les molécules partant de P vers P' y apportent moins d'énergie que la quantité cédée par les molécules de P' à P. Le flux d'énergie a donc lieu globalement de B vers A. La variation de l'énergie interne d'une molécule

$$\Delta u = \frac{C_v}{N_A} \lambda \frac{\partial T}{\partial \lambda} \quad (7.17)$$

La densité du flux de chaleur q devient avec l'équation (7.12)

$$q = g \cdot \Delta u = \frac{n\bar{v}}{4} \frac{C_v}{N_A} \lambda \frac{\partial T}{\partial \lambda} \quad (7.18)$$

donc k devient :

$$k = \frac{nC_v}{N_A} \frac{\bar{v}\lambda}{4} \quad (7.19)$$

Tableau 7.1 : Conductivité thermique et C_v pour quelques gaz (273 K, 1 bar).

gaz	C_v (kJ/kg.K)	k (W/m.K)
Ne	0,629	0,463
A	0,318	0,159
H ₂	0,997	1,74
N ₂	0,746	0,237
O ₂	0,653	0,240
CO ₂	0,632	1,42

Pour les gaz dilués, on peut montrer que l'influence de la température est :

$$k(T) = \frac{1}{d^2} \sqrt{\frac{k_B N_A}{\pi M}} \sqrt{T} \quad (7.20)$$

Pour les gaz polyatomique, on peut calculer la conductivité thermique par l'équation de Eucken (A. Eucken ; Z. Physik **14** (1912) 324) :

$$k = \eta \left(C_p + \frac{1.25R}{M} \right) \quad (7.21)$$

avec η = viscosité du gaz.

La conductivité des mélanges gazeux obéit à des lois complexes ; en tout première approximation, il est possible d'utiliser la formule suivante (déviaton $\approx 3\%$) :

$$k_{composée} = \frac{\sum_i x_i k_i M_i^{1/3}}{\sum_i x_i M_i^{1/3}} \quad (7.22)$$

7.2 Conductivité thermique dans les solides cristallins

Texte basé sur Ch. Kittel (Physique de l'état solide, 5^e édition Dunod Université 1983)

Considérons les vibrations élastiques d'un cristal dont la maille primitive contient un atome. Il faut déterminer la fréquence de l'onde ω ($\omega = 2\pi f$ f = fréquence) en fonction du vecteur d'onde \vec{K} ($\vec{K} = \frac{2\pi}{\lambda}$) qui décrit cette onde. Quand une onde se propage dans la direction

$[100]$, $[110]$ ou $[111]$ d'un cristal cubique, des plans entiers se déplacent en phase ; le mouvement est parallèle ou perpendiculaire au vecteur d'onde. Nous pouvons décrire par une seule coordonnée u_s le déplacement du plan « s » par rapport à sa position d'équilibre. Supposant que la force causée sur un plan « s » par le déplacement du plan s+p est proportionnelle à la différence $u_{s+p} - u_s$ de leurs déplacements (Fig7.4). La force résultante sur un plan « s » est :

$$F_s = \sum_p C_p (u_{s+p} - u_s) \quad (7.23)$$

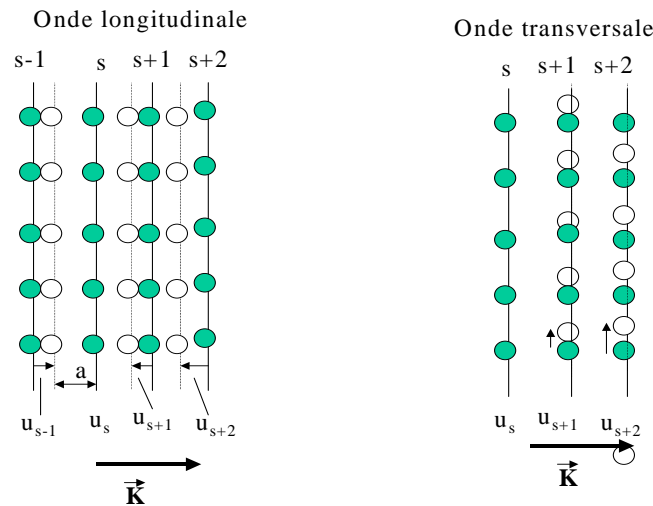


Figure 7.4 Plans des atomes déplacés par le passage d'une onde.

La constante C_p est la constante de rappel entre les plans séparés de p et sera différente pour un mode longitudinal et un mode transverse. (C_p est défini pour un atome du plan et F_s est la force qui s'exerce sur un atome du plan s). L'équation de mouvement du plan s est :

$$M \frac{d^2 u}{dt^2} = \sum_p C_p (u_{s+p} - u_s) \quad (7.24)$$

où M est la masse d'un atome.

Cherchant des solutions telles que tous les déplacements aient une dépendance en temps de la forme $e^{-i\omega t}$ on est capable de trouver la relation qui lie ω à \vec{K} , c'est la relation de dispersion (relation entre la vitesse de phase et la vitesse de groupe des ondes) ($v_{Gr} = \partial\omega / \partial K \neq \omega / K = v_{ph}$) :

$$\omega^2 = \frac{2}{M} \sum_{n>0} C_p (1 - \cos nKa) \quad (7.25)$$

où a est la distance entre des plans.

La Figure 7.5 montre la variation de ω en fonction de K . La pente de ω en fonction de K est toujours nulle à la limite de la zone $K = \pm\pi/a$. Ce résultat suggère le rôle particulier des vecteurs d'onde de phonons situés à la limite de la zone de Brillouin.

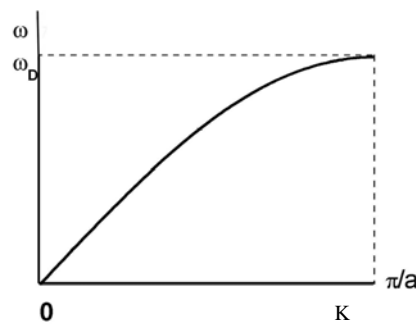


Figure 7.5 : La variation de ω en fonction de K .

La vitesse d'un paquet d'ondes est la vitesse de groupe, elle est définie par le gradient $d\omega/dK$. La vitesse de groupe est la vitesse de transmission de l'énergie dans le milieu. Pour la relation de dispersion (7.25) la vitesse de groupe est :

$$v_{Gr} = \frac{d\omega}{dK} = (C_1 a^2 / M)^{1/2} \cos\left(\frac{1}{2} Ka\right) \quad (7.26)$$

L'équation (7.26) montre que la vitesse de groupe est nulle en bord de zone. Ceci ne surprend pas dans le cas d'une onde stationnaire. Pour $nKa \ll 1$, la vitesse du son est indépendante de la fréquence.

Dans les cristaux ayant plus d'un atome par maille élémentaire, le spectre de vibration présente de nouvelles caractéristiques. Pour chaque mode de polarisation dans une direction de propagation donnée, la relation de dispersion de ω en fonction de K donne deux branches, nommées branches acoustique et optique (Figure 7.6). La figure montre que les solutions ondulatoires n'existent pas pour certaines fréquences, ici pour celles comprises entre $(2C/M_1)^{1/2}$ et $(2C/M_2)^{1/2}$. C'est une caractéristique des ondes élastiques dans les réseaux polyatomiques. Il y a une bande interdite de fréquences à la limite $K_{\max} = \pm \pi/a$ de la première zone de Brillouin.

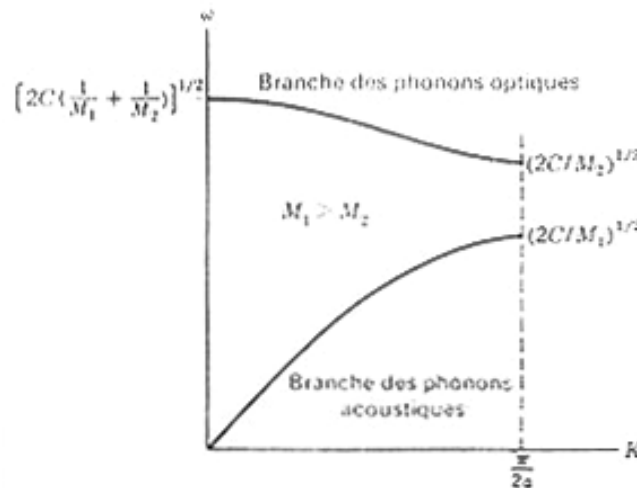


Figure 7.6 : Branches optiques et acoustique de la relation de dispersion pour un réseau linéaire diatomique (Ch. Kittel)

L'énergie d'une vibration du réseau est quantifiée. Le quantum d'énergie est appelé **phonon**, par analogie au photon, c'est le quantum d'énergie électromagnétique. Les ondes élastiques dans les cristaux sont formées de phonons. Les vibrations thermiques des cristaux sont des phonons excités thermiquement, analogues aux photons excités thermiquement du rayonnement électromagnétique d'un corps noir dans une enceinte. L'énergie d'un mode élastique (ε) de pulsation ω est :

$$\varepsilon = (n + 1/2)\hbar\omega \quad (7.27)$$

Lorsque le mode est dans l'état excité caractérisé par le nombre quantique n , c'est-à-dire lorsque le mode est occupé par n phonons. Un phonon de vecteur d'onde \vec{K} interagit avec les particules, par exemple les photons, les neutrons et les électrons, comme s'il possédait une quantité de mouvement $\hbar K$. Un phonon n'a pas réellement de quantité de mouvement. La raison pour laquelle les phonons du réseau ne transportent pas de quantité de mouvement vient du fait qu'une coordonnée de phonon (sauf pour $K = 0$) ne fait intervenir que les coordonnées relatives des atomes.

La forme de l'équation qui définit la conductivité implique que le processus de transfert de l'énergie thermique est un phénomène statistique. Si l'énergie était propagée directement sans déviation dans l'échantillon, l'expression du flux thermique ne dépendrait pas du gradient de température, mais seulement de la différence de température ΔT entre les extrémités de l'échantillon, indépendamment de la longueur de l'échantillon. C'est la nature statistique du processus de conductivité qui introduit le gradient de température.

D'après la théorie cinétique des gaz la conductivité thermique d'un gaz est donnée par l'équation (7.19). Ce résultat fut appliqué pour la première fois par Debye pour décrire la conductivité thermique dans les solides diélectriques, avec C comme capacité calorifique des phonons, v comme vitesse des phonons et λ comme libre parcours moyen des phonons. Des valeurs typiques du libre parcours moyen sont par exemple pour le quartz 4 nm (0 °C), 54 nm (-190 °C).

La conductivité thermique

Le libre parcours moyen λ des phonons est déterminé principalement par deux phénomènes : la diffusion géométrique et la diffusion par d'autres phonons. Pour que la conductivité thermique soit possible, il faut qu'il y ait dans le cristal des mécanismes par lesquels la

distribution des phonons peut être mise localement en équilibre thermique. Il ne suffit pas d'avoir un mécanisme qui limite le libre parcours moyen, il faut encore trouver un processus qui établisse une distribution d'équilibre des phonons. Les collisions des phonons avec les défauts ou la surface du cristal n'établissent pas l'équilibre thermique, car de telles collisions ne changent pas l'énergie des phonons. Il faut également remarquer que les mécanismes de collision à trois phonons ne contribuent pas à l'équilibre, mais pour une raison subtile : la quantité de mouvement totale du gaz de phonons ne varie pas lors d'une telle collision (Figure 7.7) :

$$\vec{K}_1 + \vec{K}_2 = \vec{K}_3 \quad (7.28)$$

Peierls a fait remarquer que les mécanismes de collision à trois phonons, qui influent sur la conductivité thermique, ne sont pas de la forme $\vec{K}_1 + \vec{K}_2 = \vec{K}_3$ mais de la forme

$$\vec{K}_1 + \vec{K}_2 = \vec{K}_3 + \vec{G} \quad (7.29)$$

où \vec{G} est un vecteur du réseau réciproque (Figure.7.5).

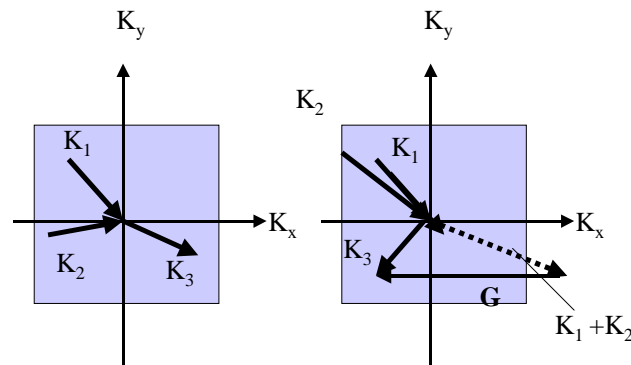


Figure 7.7 Mécanismes de collision des phonons

De tels processus sont toujours possibles dans un réseau périodique. Les seuls vecteurs d'onde de phonons significatifs \vec{K} se situent à l'intérieur de la première zone de Brillouin et tout autre \vec{K} de plus grande amplitude produit lors d'une collision doit être ramené à l'intérieur de la première zone par addition d'un \vec{G} . Les processus ou les collisions pour lesquelles $G \neq 0$ sont appelés processus Umklapp, (de l'allemand : « retournement ») ou mécanisme U. Les collisions pour lesquelles $G = 0$, sont appelés mécanismes normaux ou mécanismes N. A haute température ($T > \theta$, température de Debye) tous les phonons sont excités car $k_B T > \hbar \omega_{\max}$. L'énergie des phonons \vec{K}_1, \vec{K}_2 est suffisante pour qu'il y ait Umklapp si elle est de l'ordre de $\frac{1}{2} k_B \theta$, car chacun des phonons 1 et 2 doit avoir un vecteur d'onde de l'ordre de $1/2 G$ pour que la collision (7.29) soit possible. A basse température, le nombre de phonons de haute énergie $\frac{1}{2} k_B \theta$ varie à peu près comme $e^{-\theta/2T}$, d'après la loi de Boltzmann.

Les effets géométriques peuvent également intervenir notablement pour limiter le libre parcours moyen. Quand, à basse température, le libre parcours moyen λ devient comparable à la largeur de l'échantillon, la valeur de λ est limitée par cette largeur et la conductivité thermique devient fonction des dimensions de l'échantillon. A basse température les processus Umklapp ne limitent plus la conductivité thermique et l'effet de taille devient dominant, comme le montre la figure 7.8. Le seul terme du membre de droite de l'équation (7.19) dépendant de la température est C , la capacité calorifique, qui varie en T^3 à basse température. Nous pouvons donc nous attendre à ce que la conductivité thermique varie en T^3 à basse température. L'effet de taille intervient chaque fois que le libre parcours moyen des phonons devient comparable au diamètre de l'échantillon.

Figure 7.9 montres la conductivité thermique de différents matériaux en fonction de la température.

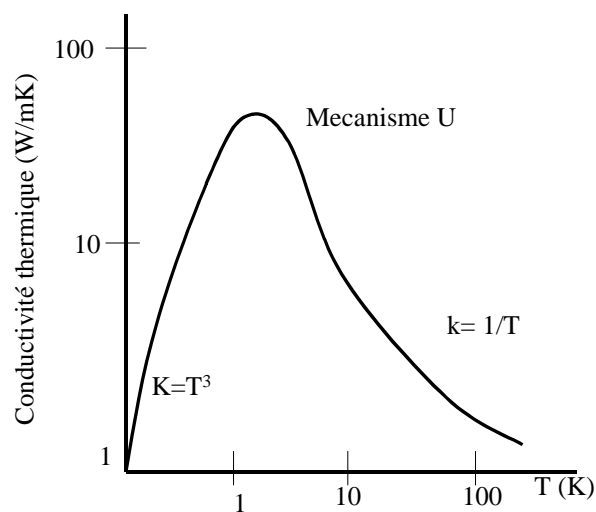


Figure 7.8 : Conductivité thermique en fonction de la température

Dans les verres, la conductivité thermique décroît avec la température. Les valeurs de la conductivité thermique à température ambiante sont environ dix fois plus faibles que pour les cristaux. Par exemple, λ dans le quartz vitreux est de 0.8 nm, c'est qui est de l'ordre de grandeur des dimensions d'un tétraèdre de dioxyde de silicium. A très haute température $T > 1500^\circ\text{C}$, les matériaux à basse conductivité électrique montrent une augmentation des valeurs pour la conductivité thermique à cause de la conduction d'énergie par rayonnement.

$$k_r = \frac{16}{3} \frac{k_B v}{a} T^3 \quad (7.30)$$

a = coefficient d'absorption, v = indice de réfraction.

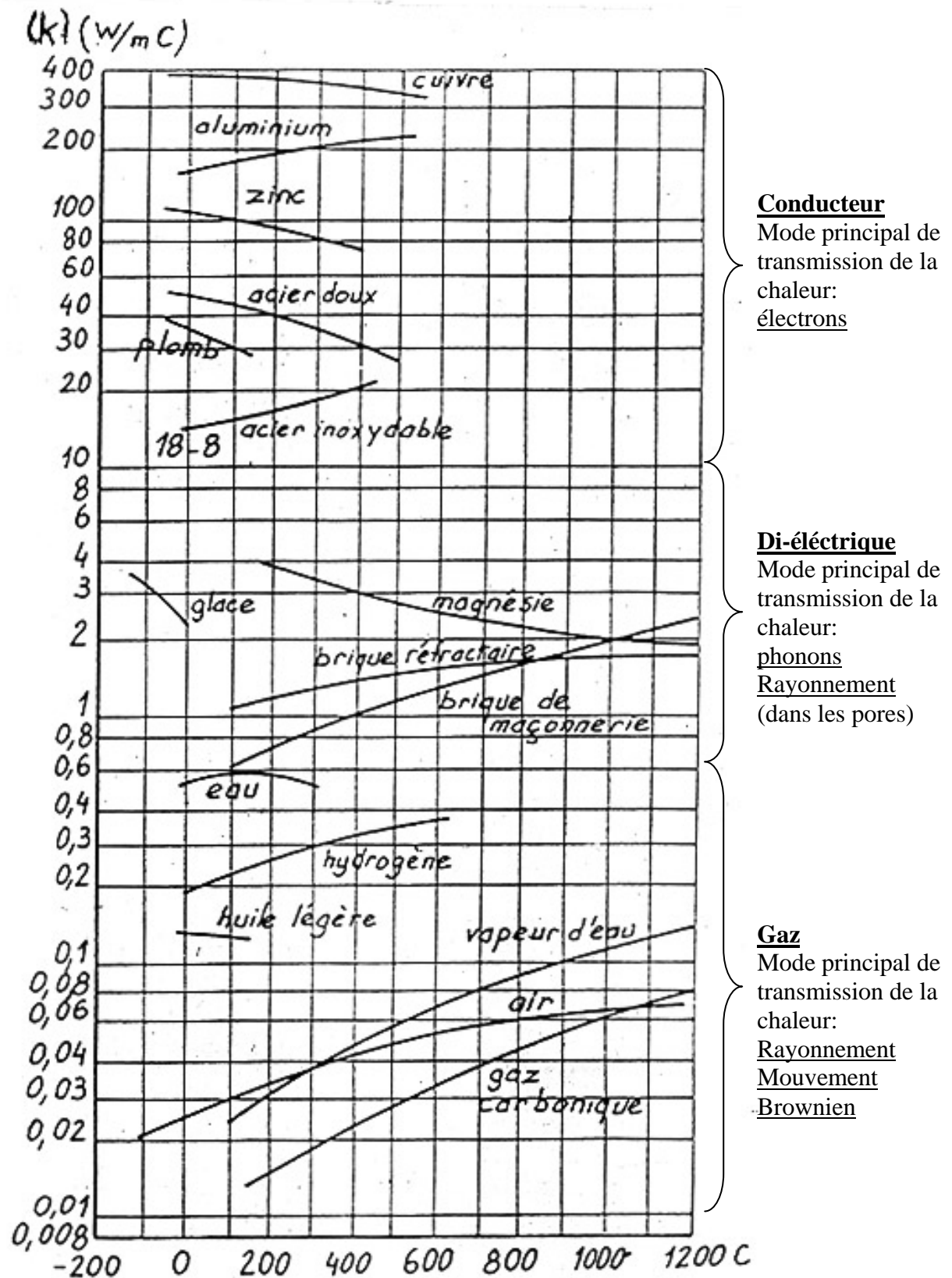


Figure 7.9 : Conductivité thermique des métaux et alliages

Dans le cas de métaux, la conductivité thermique est composée par la conductivité des phonons et par la conductivité des électrons libres (ou gaz de Fermi). La capacité calorifique pour un gaz de Fermi est

$$C_{el} = \frac{1}{2} \pi^2 \frac{n k_B T}{\varepsilon_F} \quad (7.31)$$

ε_F = énergie de Fermi

n = concentration des électrons

donc la conductivité thermique des électrons libre est :

$$k_{el} = \frac{1}{3} \frac{\pi^2 n k_B^2 \lambda_{el}}{m v_F} T \quad (7.32)$$

avec m masse de l'électron au repos.

A température ambiante, les métaux purs tendent à avoir des valeurs de conductivité thermique une à deux fois plus élevées que les solides diélectriques. Dans le cas des métaux qui contiennent des impuretés ou des alliages désordonnés, la contribution des phonons peut être comparable à celle des électrons. Pour les semi-conducteurs, k_{el} est une fonction de $n(T)$. Comme n augmente avec la température, k_{el} augmente aussi avec la température.

Il est possible de calculer la conductivité thermique d'un matériau composé en utilisant l'équation de Maxwell-Eucken :

$$k_{comp} = k_c \left[\frac{1 + 2V_d \left(\frac{1 - k_c / k_d}{2(k_c / k_d) + 1} \right)}{1 - V_d \left(\frac{1 - k_c / k_d}{k_c / k_d + 1} \right)} \right] \quad (7.33)$$

où

k_c : conductivité thermique de la matrice (phase continue)

k_d : conductivité thermique du dispersant

V_d : proportion volume du dispersant

$V_c = 1 - V_d$

Dans le cas de matériaux poreux avec des pores isolés, la conductivité thermique effective est

$$k_{eff} = k_c (1 - P) \quad (7.34)$$

où P est la porosité du matériau. Pour les cas plus difficiles (porosité ouverte, haute température, etc) il existe beaucoup de littérature disponible :

W. Schotte A.I.C.H.E. Journal & (1960) 63 ; R Krupiozka, Int. Chem. Eng 1 (1967) 122.

7.3 Conductivité thermique des liquides.

Des nombreuses relations semi-théoriques existent pour prévoir la conductivité thermique d'un liquide et se dispenser d'une mesure toujours délicate. Généralement, on observe le comportement dans les liquides : -La conductivité baisse quand la température s'élève (de 0.15% par °C en moyenne) sauf pour l'eau et la glycérine.