

EXAMEN

Questions de cours (6 pts)

Expliquer les notions suivantes :

1. Codage source (2 pts)
2. Codage canal (2 pts)
3. Quantification vectorielle (2 pts)

Exercice N°1 (6 pts)

Il existe plusieurs formats pour stocker un son. Par exemple :

- Le format non compressé (Wave), où le son est : Enregistré en mono (un seul canal), l'amplitude du signal sonore codée sur 16 bits, échantillonnée à 44,1 kHz (1 Hz = 1 valeur par seconde).
- Le format MP3, format Wave compressé pour pouvoir jouer en ne lisant que 128 kbits/s tout en conservant un signal sonore de bonne qualité. (Sachant que 1kbits=1000bits)

1. Quelle est la taille d'un fichier Wave standard mono de trois minutes ? (2 pts)
2. Quelle est la taille d'un fichier MP3 de trois minutes ? (2 pts)
3. Quel est le taux de compression du format MP3 ? (2 pts)

Exercice N°2 (8 pts)

Soit le code linéaire $C(7,4)$ qui au vecteur d'information i associe le mot de code c tels que :

$i = (i_1 i_2 i_3 i_4)$ et $c = (i_1 i_2 i_3 i_4 c_5 c_6 c_7)$ avec $c_5 = i_1+i_3+i_4$, $c_6 = i_1+i_2+i_3$ et $c_7 = i_2+i_3+i_4$.

1. Donner la matrice génératrice et la matrice de contrôle de ce code. (2 pts)
2. Soit $i = (1 0 1 0)$, quel est le mot de code associé? (0.5 pt)
3. Citer tous les mots de codes. (1 pt)
4. Calculer la distance minimale de ce code. (0.5 pts)
5. Combien d'erreurs peut-il détecter? (0.5 pt)
6. Combien d'erreurs peut-il corriger? (0.5 pt)
7. Est-ce que ce code est cyclique ? Si oui donner son polynôme générateur $g(x)$. (1 pt)
8. Soit le message reçu $z = (1 1 1 1 0 0 1)$.
 - a. D'après le récepteur, z est-il un mot du code c (par démonstration)? (1 pt)
 - b. Effectuer une correction (si le mot z reçu est erroné) par la méthode du syndrome. (1 pt)

CORRIGE TYPE DE L'EXAMEN

Questions de cours (6 pts)

Voir cours

Exercice N°1 (6 pts)

1. La taille L_w d'un fichier Wave standard de trois minutes

$$L_w = 44100 * 16 * 3 * 60 = 127008000 \text{ bits} = 15876000 \text{ Octets} = 15.87 \text{ MO} \text{ (2 pts)}$$

2. La taille L_m d'un fichier MP3 de trois minutes

$$L_m = 128 * 1000 * 3 * 60 = 23040000 \text{ bits} = 2880000 \text{ Octets} = 2.88 \text{ MO} \text{ (2 pts)}$$

3. Le taux de compression CR du format MP3

$$CR = 15.87 / 2.88 = 5.51 \text{ (2 pts)}$$

Exercice N°2 (8 pts)

Soit le code linéaire $C(7,4)$ qui au vecteur d'information i associe le mot de code c tels que : $i = (i_1 i_2 i_3 i_4)$ et $c = (i_1 i_2 i_3 i_4 c_5 c_6 c_7)$ avec $c_5 = i_1 + i_3 + i_4$, $c_6 = i_1 + i_2 + i_3$ et $c_7 = i_2 + i_3 + i_4$.1. La matrice génératrice G

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ (1 pt)}$$

La matrice de contrôle H

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \text{ (1 pt)}$$

2. Le mot de code associé à $i = (1 0 1 0)$

$$c = (1 0 1 0 0 0 1) \text{ (0.5 pt)}$$

3. Les codes sont :

$$0000000-0100011-1000110-1100101-0010111-1010001-0110100-1110010-0001101-1001011-0101110-1101000-0011010-1011100-0111001-1111111. \text{ (1 pt)}$$

4. La distance minimale d de ce code est $d=3$ (0.5 pt)5. Nombre d'erreurs e_d qu'il peut détecter :

$$e_d = d - 1: e_d = 2 \text{ (0.5 pt)}$$

6. Nombre d'erreurs e_c qu'il peut corriger :

$$e_c = (d - 1) / 2: e_c = 1 \text{ (0.5 pt)}$$

7. Ce code est cyclique puisque :

$$G = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (0.5 \text{ pt})$$

Le polynôme générateur est : $g(x) = x^3 + x^2 + 1$ (0.5 pt)

8. Soit le message reçu $z = (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 1)$.

a. D'après le récepteur z n'est pas un mot du code c

$$z * H^T = (1111001) * \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}^T = (110) \neq (000): \text{ Donc } z \text{ n'est pas un mot du code } c. \quad (1 \text{ pt})$$

b. Correction par la méthode du syndrome.

Erreur	Syndrome
1000000	110
0100000	011
0010000	111
0001000	101
0000100	100
0000010	010
0000001	001

$$z * H^T = e * H^T$$

Donc $e = 1000000$ (0.5 pt)

Le mot reçu après correction est : 0111001 (0.5 pt)