

|             |          |  |       |
|-------------|----------|--|-------|
| Micro-ondes | Master 1 | les techniques de modulation analogiques | cours |
|-------------|----------|--|-------|

## Introduction

La voie hertzienne constitue une voie de transmission très intéressante. L'information analogique à transmettre se situe le plus souvent dans la bande audio,  $f_{\max} = 10 \text{ kHz}$ . Si on essaie de transmettre l'information analogique telle qu'elle sans traitement particulier, on est confronté à un certain nombre de problèmes :

- Les fréquences basses se prêtent mal à la transmission par voie hertzienne surtout à cause du problème d'antenne.
- Problème de sélectivité au niveau des récepteurs qui seront incapables de séparer deux signaux issus de deux émetteurs différents du moment qu'ils émettent dans la même gamme de fréquence. Ces conditions nous amènent à introduire la notion d'onde porteuse, qui est un signal sinusoïdal de fréquence très élevée par rapport à la fréquence du signal à transmettre. La fréquence de la porteuse est choisie en fonction du milieu de transmission utilisé pour avoir les meilleures conditions de propagation possibles.

Si on note la porteuse  $C(t) = A_c \cos(2\pi f_c t + \phi_c)$ , et  $m(t)$  le signal information à transmettre, il y a différentes façons de combiner  $m(t)$  avec  $c(t)$  :

- Modulation d'amplitude : le signal  $m(t)$  agit sur l'amplitude  $A_c$  de  $c(t)$ .
- Modulation de fréquence : le signal  $m(t)$  agit sur la fréquence  $f_c$  de  $c(t)$ .
- Modulation de phase : le signal  $m(t)$  agit sur la phase  $\phi_c$  de  $c(t)$ .

## I. Modulation d'amplitude

La modulation d'amplitude consiste à faire agir le signal modulant  $m(t)$  sur l'amplitude de la porteuse. On réalise une modulation d'amplitude quand on a fabriqué le signal AM suivant :

$$s(t) = A_c (1 + k_a m(t)) \cos(2\pi f_c t)$$

-  $k_a$  est la sensibilité du modulateur

-  $m = k_a A_m$  : est l'indice de modulation ( $A_m$  est l'amplitude max du signal  $m(t)$ )

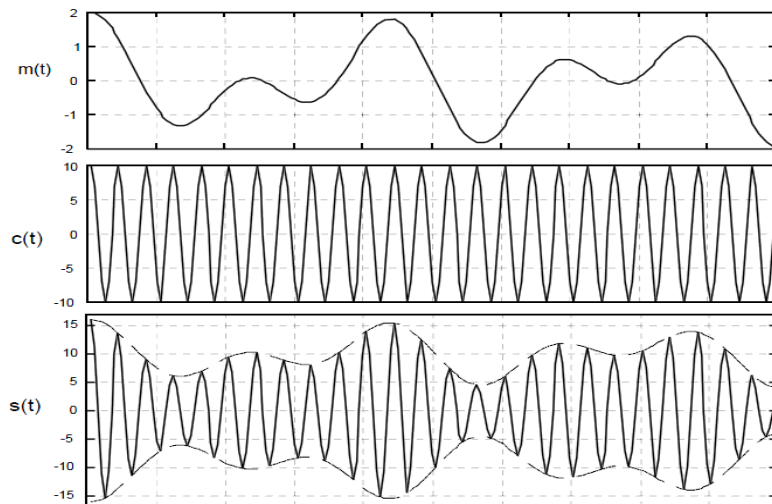


Fig. 1 : Illustration de la modulation d'amplitude

Si on observe  $s(t)$  on constate que  $m(t)$  en constitue l'enveloppe, ce ci à condition de prendre quelque précaution concernant l'indice de modulation. Pour simplifier, prenons un signal modulant  $m(t)$  purement sinusoïdal (constitué d'un seul harmonique), et réalisons la modulation (single tone modulation).

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t) \Rightarrow s(t) = A_c (1 + m \cos(2\pi f_m t)) \cos(2\pi f_c t)$$

Suivant la valeur de l'indice de modulation  $m$ , on peut obtenir un des 3 cas de la Figure 2

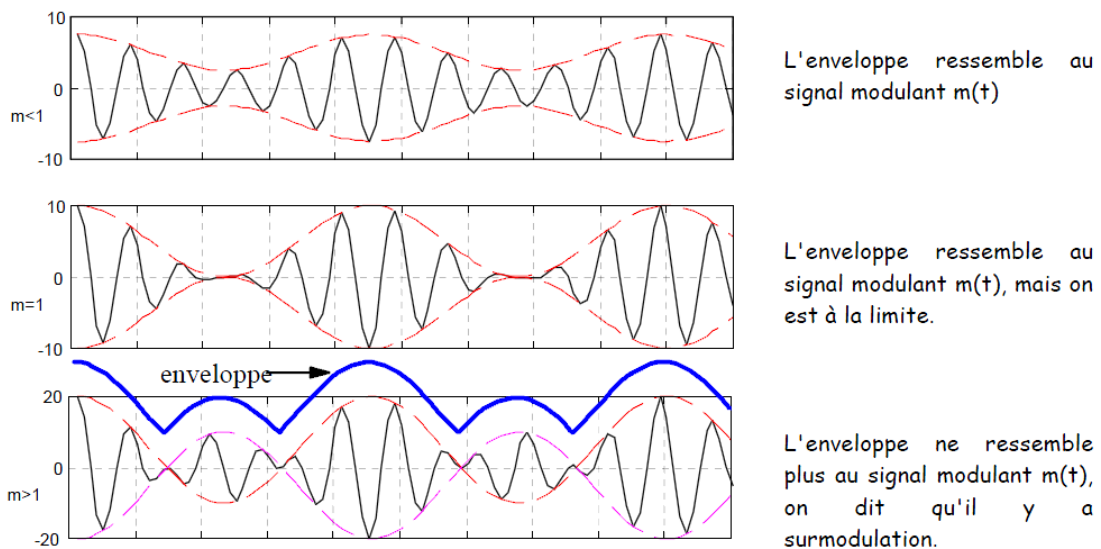


Fig. 2 : Influence de l'indice de modulation sur le signal AM

**Conclusion :** En modulation d'amplitude, il faut toujours respecter la relation :  $m = k_a A_m < 1$

## I.1 Description dans le domaine spectral

$$\begin{aligned}
 s(t) &= A_c (1 + m \cos(2\pi f_m t)) \cos(2\pi f_c t) \\
 &= A_c \cos(2\pi f_c t) + \frac{mA_c}{2} \cos(2\pi(f_c + f_m)t) + \frac{mA_c}{2} \cos(2\pi(f_c - f_m)t) \\
 S(f) &= \frac{A_c}{2} (\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)) + \frac{mA_c}{4} (\delta(f - f_c - f_m) + \delta(f + f_c + f_m)) + \frac{mA_c}{4} (\delta(f - f_c + f_m) + \delta(f + f_c - f_m))
 \end{aligned}$$

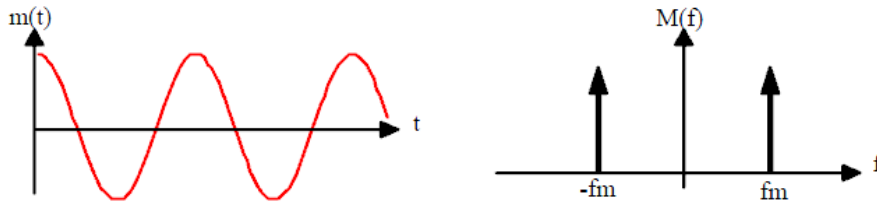


Fig.3 : Spectre de la porteuse

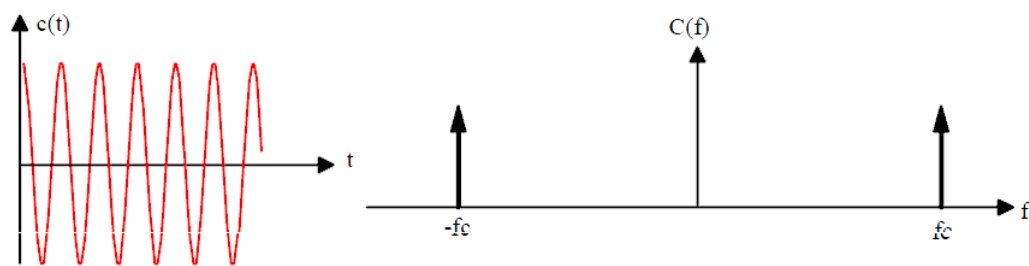


Fig. 4 : Spectre d'un signal A-M (single tone modulation)

Dans le cas d'un signal modulant quelconque  $m(t)$  dont la transformée de fourrier est  $M(f)$ , le spectre du signal A-M est le suivant :

$$S(f) = \frac{A_c}{2} (\delta(f - f_c) + \delta(f + f_c)) + \frac{k_a A_c}{2} (M(f - f_c) + M(f + f_c))$$

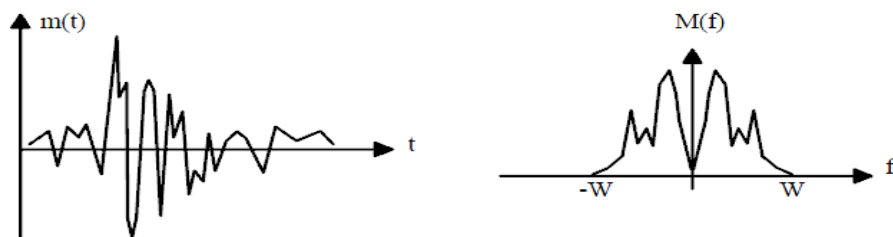


Fig. 5 : signal modulant  $m(t)$  avec son spectre  $M(f)$

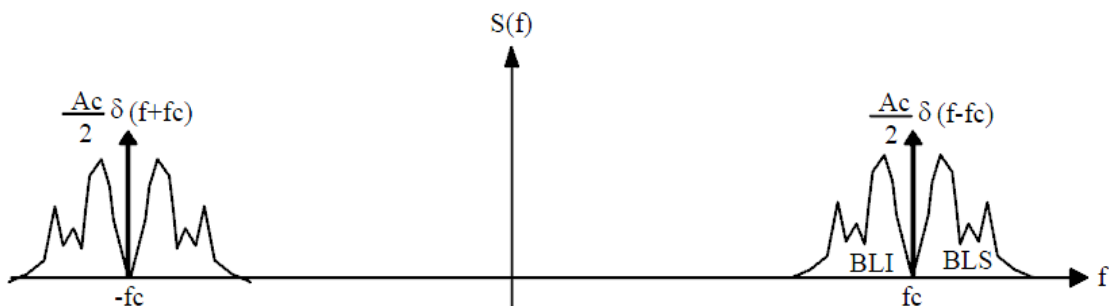


Fig. 6 : Spectre d'un signal A-M quelconque

Seule la partie du spectre correspondant aux fréquences positives a une signification physique, puisque la notion de fréquences négatives n'existe pas en réalité. Si on observe la Figure 6 on s'aperçoit que le spectre d'un signal A-M comporte les deux bandes latérales du signal modulant. La bande à droite de  $f_c$  est dite Bande Latérale supérieure (BLS) et la bande à gauche de  $f_c$  est dite Bande Latérale inférieure (BLI). La transmission d'un signal A-M nécessite donc une bande de fréquence égale à deux fois la bande du signal modulant :

$$B = 2 W$$

Comme toute l'information du signal modulant  $m(t)$  se trouve dans une seule bande latérale, on peut essayer de se débarrasser d'une bande latérale pour n'en conserver qu'une seule afin de réduire la bande de transmission. Cette technique de modulation existe et s'appelle modulation d'amplitude à bande latérale unique (SSB : Single Side Band). La mise en oeuvre de la modulation SSB est compliquée et coûteuse ce qui limite son utilisation. Revenons au problème de sélectivité évoqué précédemment, en affectant des fréquences différentes à chaque émetteur, on peut aisément séparer les signaux reçus par simple filtrage.

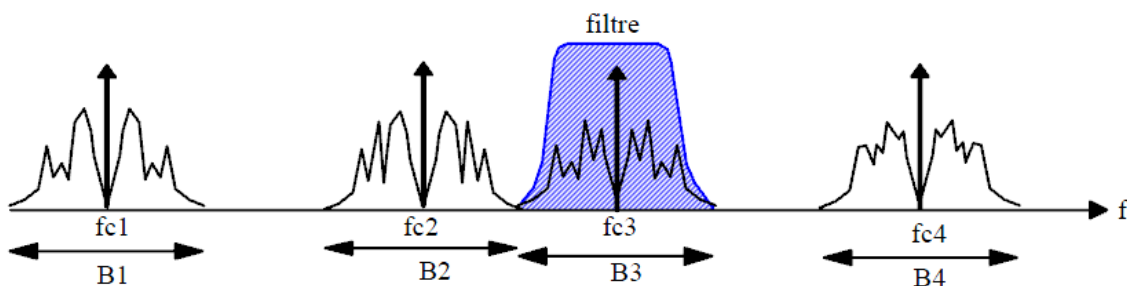


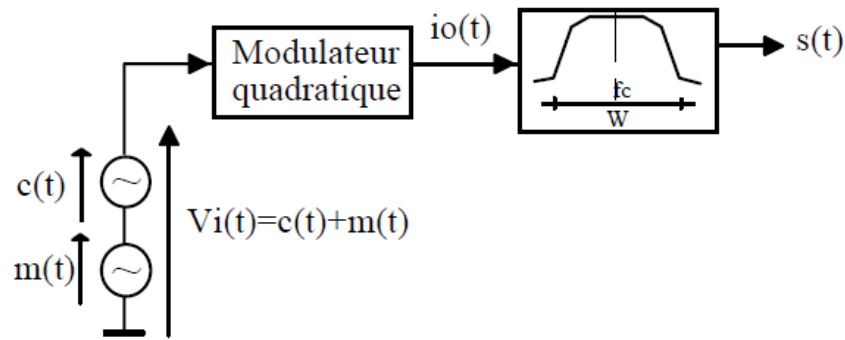
Fig. 7 : Sélection d'un canal par filtrage

Chaque porteuse  $f_{ci}$ , avec la bande  $B_i$  qui lui correspond constitue un canal de transmission, Pour mieux gérer le spectre disponible, on essaie de placer les canaux l'un à côté de l'autre. Pour pouvoir séparer les canaux par filtrage, il ne faut pas qu'il y ait chevauchement entre canaux. Si tous les canaux de transmission ont la même largeur, il suffit de respecter la règle suivante pour deux canaux adjacents  $i$  et  $j$  :  $|f_{ci} - f_{cj}| < B$ . Si la nature des signaux à transmettre fait que les canaux n'ont pas la même largeur, il faut respecter :  $|f_{ci} - f_{cj}| < B_i / 2 + B_j / 2$

- La puissance de porteuse :  $P_p = 2(A_c / 2)^2$
- LA puissance de bande latéral supérieur  $P_{USB} = 2 * \left( A_c * m / 4 \right)^2$
- LA puissance de bande latéral inférieur  $P_{LSB} = 2 * \left( A_c * m / 4 \right)^2$
- La puissance totale  $P_T = P_p + P_{USB} + P_{LSB}$

## I.2 Génération du signal AM

### I.2.1 Modulateur quadratique



La modulation quadratique est caractérisée par une relation quadratique entre le courant de sortie  $i_o(t)$  du modulateur et sa tension d'entrée  $V_i(t)$ .

$$i_o(t) = a v_i(t) + b v_i^2(t)$$

Si on prend le cas d'un signal modulant purement sinusoïdal, on peut développer l'expression de  $i_o(t)$  et constater qu'elle est constituée d'un terme qui correspond à un signal A-M et de termes non désirés dont on peut se débarrasser grâce à un filtre centré sur  $f_c$  et de largeur de bande  $W$ .

$$\begin{aligned}
 i_o(t) &= aA_c \cos(\omega_c t) + aA_m \cos(\omega_m t) + bA_c^2 \cos^2(\omega_c t) + bA_m^2 \cos^2(\omega_m t) + 2bA_c A_m \cos(\omega_c t) \cos(\omega_m t) \\
 &= \underbrace{aA_c \cos(\omega_c t)}_{C1} + \underbrace{aA_m \cos(\omega_m t)}_{C2} + \underbrace{\frac{b}{2}A_c^2}_{C3} + \underbrace{\frac{b}{2}A_m^2}_{C4} + \underbrace{\frac{b}{2}A_c^2 \cos(2\omega_c t)}_{C5} + \underbrace{\frac{b}{2}A_m^2 \cos(2\omega_m t)}_{C6} + \underbrace{2bA_c A_m \cos(\omega_c t) \cos(\omega_m t)}_{C6} \\
 &= \underbrace{aA_c \left(1 + \frac{2b}{a} m(t)\right) \cos(\omega_c t)}_{\text{Signal AM}} + \underbrace{am(t) + bm^2(t) + bA_c^2 \cos^2(\omega_c t)}_{\text{Termes non désirés}}
 \end{aligned}$$

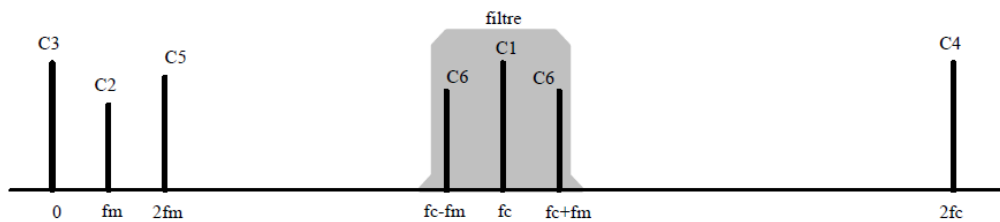
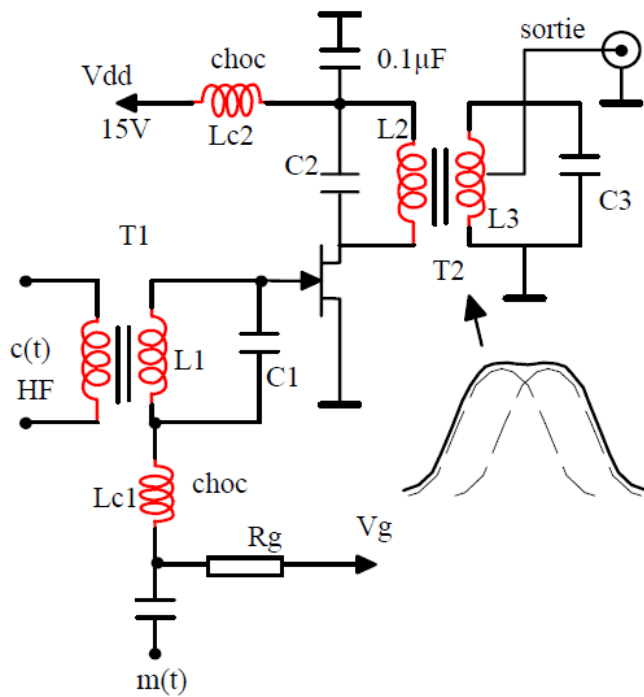


Fig. 8 Composantes spectrales du signal  $i_o(t)$

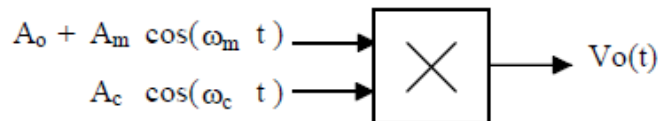


$$\text{JFET : } I_D = I_{DSS} \left( 1 + \frac{V_{GS}}{V_p} \right)^2$$

- Le signal  $c(t)$  est injecté à l'aide du transformateur T1.
- Le circuit accordé  $L_1C_1$  est centré sur  $f_c$  pour éliminer les harmoniques introduit par la non linéarité du transformateur.
- Le signal modulant  $m(t)$  est injecté à l'aide de la capacité C
- Les deux circuits accordés  $L_2C_2$  et  $L_3C_3$  constituent le filtre de sortie.
- La grille est polarisée par une tension négative  $V_g$  à travers  $R_g$ .
- La bobine choc  $L_{c1}$  empêche la HF de retourner vers  $m(t)$  et  $V_g$ .
- La choc  $L_{c2}$  empêche la HF d'aller vers l'alimentation.

Fig. 9 Modulateur quadratique à JFET

## I.2.2 Modulateur Multiplieur



$$v_o(t) = K(A_o + A_m \cos(\omega_m t))A_c \cos(\omega_c t) = KA_o A_c \left( 1 + \frac{A_m}{A_o} \cos(\omega_m t) \right) \cos(\omega_c t)$$

$$v_o(t) = A'_c (1 + k_a A_m \cos(\omega_m t)) \cos(\omega_c t)$$

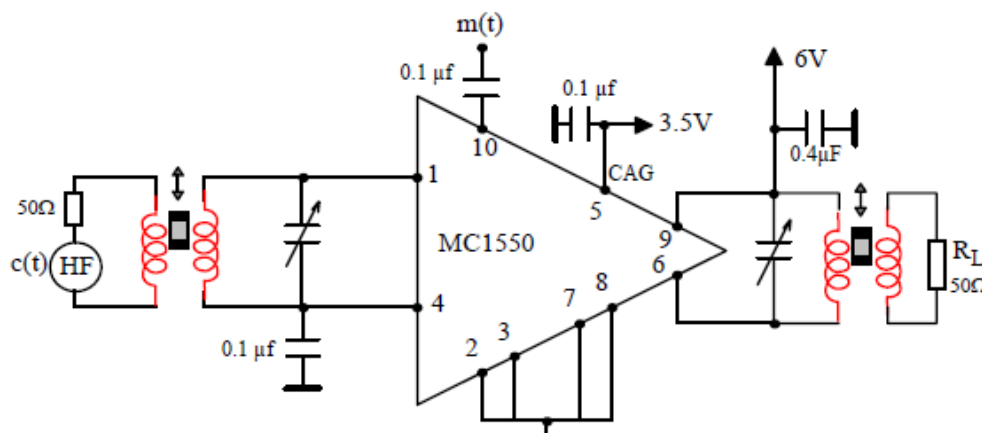


Fig. 10 Modulateur A-M avec le multiplieur intégré MC1550 de Motorola

### I.3 Démodulation

La démodulation est l'opération qui consiste à retrouver le signal  $m(t)$  à partir du signal  $s(t)$ . Dans le cas de la modulation d'amplitude, 2 techniques peuvent être utilisées.

#### I.3.1 Démodulation cohérente ou par détection synchrone.

Pour aborder l'autre technique de démodulation consiste à remarquer que le spectre du signal modulé  $s(t)$  comprend le spectre du signal  $m(t)$  transposé en fréquence. La démodulation va donc consister à effectuer un changement de fréquence sur le signal  $s(t)$  de façon à faire réapparaître le signal modulant  $m(t)$  aux basses fréquences tandis que le signal de la porteuse sera rejeté en haute fréquence. Pour cela  $s(t)$  est multiplié par un signal de même fréquence et de même phase que la porteuse. Le résultat de la multiplication est au signal intermédiaire  $i(t)$ .

$$I(t) = s(t) * \cos(2\pi f_c t)$$

$$I(t) = [A_c (1 + k_a m(t))] \cos(2\pi f_c t) * \cos(2\pi f_c t)$$

En développant le terme en  $\cos^2(x)$ , on obtient :

$$I(t) = 1/2 * [A_c (1 + k_a m(t))] * [1 + \cos(2 * 2\pi f_c t)]$$

En filtrant le signal  $i(t)$  à l'aide d'un filtre passe-bas, le terme en  $\cos(2 * 2\pi f_c t)$  est supprimé et il ne reste plus que le terme en  $m(t)$  auquel s'ajoute un terme continu. Le signal multipliant  $s(t)$  étant rigoureusement en phase avec la porteuse, on parle alors de détection synchrone. Voyons maintenant le cas où le signal modulé n'est pas rigoureusement en phase avec la porteuse du signal modulé :

#### **I.3.2 Démodulation par détection d'enveloppe**

Lorsque le taux de modulation  $m$  est inférieure à 1, l'enveloppe de  $s(t)$  est identique au signal modulant  $m(t)$ . Le procédé le plus simple consiste à extraire l'enveloppe de  $s(t)$ . Pour cela, il suffit de remarquer que l'enveloppe est constituée tous les  $T_p = 1/f_c$  par le maximum du signal  $s(t)$ . La réalisation électronique d'un tel dispositif est simple puisqu'il s'agit d'un détecteur rête dont le schéma de principe est donné ci-dessous.

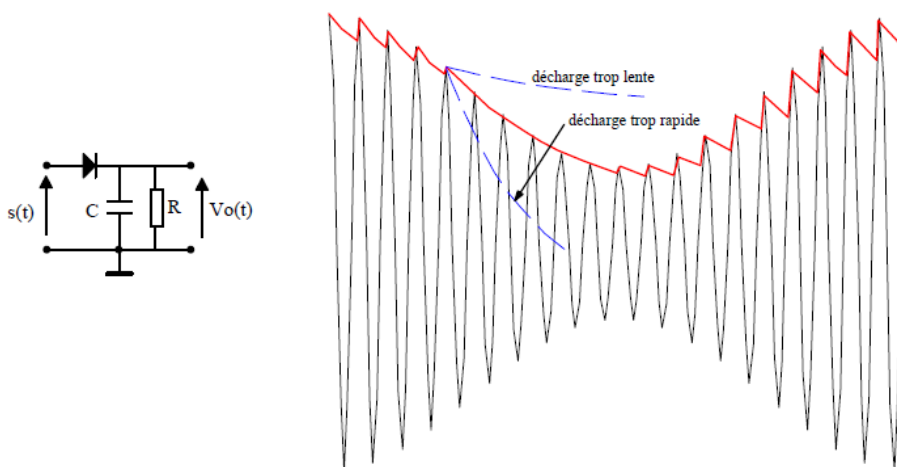


Fig. 11 Détecteur d'enveloppe à diode

Le principe en est simple : lorsque la diode est passante, le condensateur est chargé à la tension du signal d'entrée. Dès que le signal d'entrée décroît la diode se bloque, car la tension aux bornes du condensateur devient supérieure à la tension du signal d'entrée, le condensateur ne pouvant se décharger que "lentement" dans la résistance. Tant que la diode est bloquée, la diode se décharge lentement dans la résistance. Ce type de démodulation ne peut-être appliquée quand le taux de modulation  $m$  reste supérieur à 1.

#### I.4 Modulation d'amplitude sans porteuse AM-P (DSB-SC)

Principe Nous avons vu que la modulation d'amplitude se traduit par la transmission d'une raie à fréquence de la porteuse. Cette raie contenant la porteuse ne contient aucune information utile, la puissance utilisée pour la transmettre n'est apparemment pas indispensable. La modulation sans porteuse, appelée AM-P (ou DSB-SC : Double Side Band Suppressed Carrier),

##### ➤ Spectre d'un signal AM-P

En suivant un raisonnement analogue à celui qui nous avait permis de déterminer le spectre du signal AM, c'est-à-dire en prenant un signal  $m(t)$  nous déduisons le spectre du signal AM-P :

$$s(t) = c(t)m(t) = A_c \cos(2\pi f_c t) m(t)$$

$$S(f) = \frac{1}{2} A_c [M(f - f_c) + M(f + f_c)]$$

Dans le cas général, le spectre d'un signal modulé AM-P est le suivant :

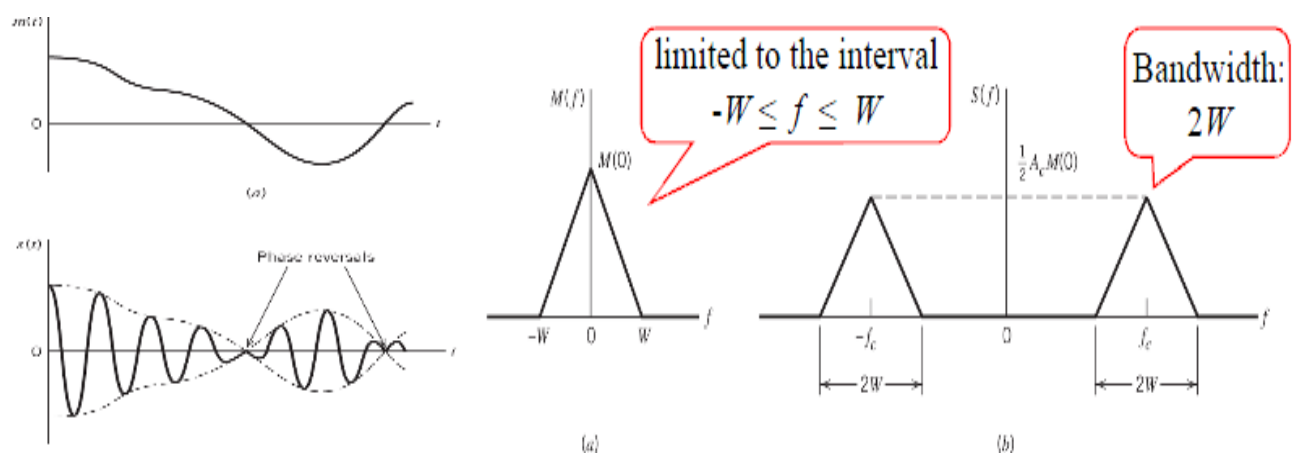


Fig 12 Spectre du signal  $m(t)$  et spectre du signal  $s(t)$

**Puissance** : le signal utile est transmis deux fois : une dans la LSB et l'autre dans la USB, chaque bande contenant :  $\propto \frac{A_p^2}{4}$

##### ➤ Démodulation d'un signal AM-P



L'enveloppe de  $s(t)$  n'étant pas une fonction bijective du signal modulant, la démodulation du signal AM-P ne peut se faire que par **démodulation synchrone**. Du fait de la complexité de produire un signal rigoureusement en phase avec la porteuse et ses conséquences sur la qualité signal démodulé

### I.5 Modulation à Bande Latérale Unique BLU (SSB : Single Side Band).

Il a été vu précédemment que, pour les modulations AM et AM-P, les deux bandes latérales sont porteuses de la même information,  $u(t)$ . Il est donc envisageable de n'en transmettre qu'une des deux, ce qui permet d'une part de réduire la bande de fréquence allouée pour transmettre le signal, et d'autre part, de réduire la puissance à émettre pour transporter la même quantité d'information. Ce type de modulation est appelé Modulation à Bande Latérale Unique ou BLU (SSB : Single Side Band).

#### ➤ Principe de la modulation en Bande Latérale Unique

La technique la plus simple et la plus communément employée pour obtenir un signal en modulation SSB consiste à réaliser une AM-P puis à filtrer l'une ou l'autre des deux bandes. Pour conserver l'USB (respectivement la LSB), il serait théoriquement possible de n'utiliser qu'un filtre passe-haut (respectivement passe-bas). Néanmoins, en pratique des filtres passe-bande sont employés afin de réduire la puissance de bruit. Le schéma de principe d'un modulateur SSB est donné ci-dessous :

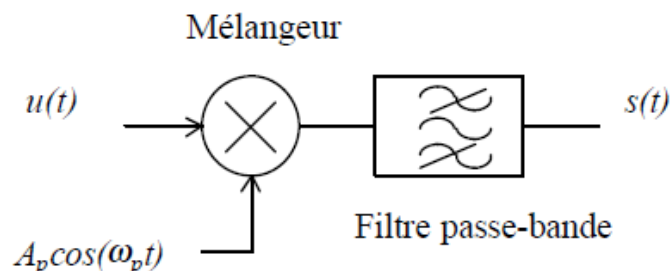


Fig 13 Principe de la modulation SSB

#### ➤ Spectre d'un signal SSB

Prenons un signal  $u(t) = \cos 2\pi(f_m t)$  dont nous déduirons le spectre du signal SSB. Nous appellerons  $i(t)$  le signal intermédiaire modulé AM-P :

$$i(t) = A_p \cdot \cos(\omega_m t) \cdot \cos(\omega_p t)$$

Soit :

$$i(t) = A_p \cdot \frac{m}{2} \left( \cos\left((\omega_p + \omega_m)t\right) + \cos\left((\omega_p - \omega_m)t\right) \right)$$

Pour obtenir une SSB-USB, on introduit un filtre passe-bas chargé de supprimer toutes les composantes fréquentielles de  $i(t)$  supérieures à  $f_p$ . Après filtrage il ne reste que :

$$s(t) = A_p \cdot \frac{m}{2} \cdot \cos\left(\left(\omega_p + \omega_m\right)t\right)$$

Le spectre du signal est donc composé d'une seule raie. En fait, on constate que dans le cas de la SSB-USB, le spectre du signal  $s(t)$  est simplement formé du spectre du signal  $u(t)$  décalé en fréquence de  $f_p$  (Attention, ce n'est pas le cas pour la SSB-LSB puisque les composantes hautes fréquences de  $u(t)$  deviennent les composantes basses pour  $s(t)$ ). La bande passante requise pour transmettre le signal  $u(t)$  en préservant son intégrité est donc :

$$B_{p-AM} = Df = fm.$$

Dans le cas général, le spectre d'un signal modulé SSB est le suivant :

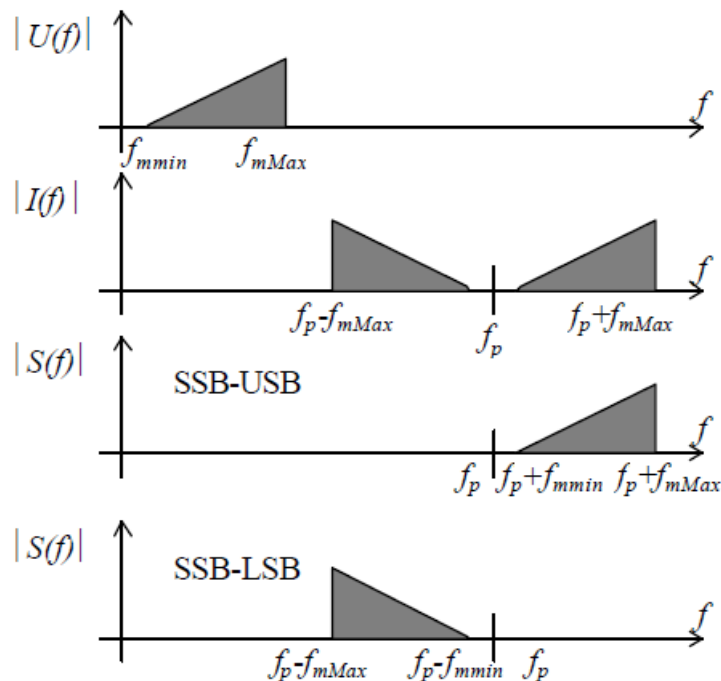


Fig 14 Spectre du signal  $u(t)$  et spectre du signal  $s(t)$

Notons que l'introduction du filtre passe-bande entraîne des contraintes sur la forme de  $u(t)$ . En effet, il ne sera pas possible de réaliser des filtres dont les pentes soient infiniment raides. De ce fait, comme le filtre passe-bande ne doit laisser passer que des signaux dans la bande  $f_p < B < f_p + f_{mMax}$ , il est nécessaire que  $u(t)$  ne contiennent pas de composantes très basses fréquences.

### ➤ Démodulation d'un signal SSB

Nous avons vu que la modulation d'amplitude SSB revient à effectuer un changement de fréquence. Le procédé de démodulation sera donc, comme pour la modulation AM-P, une démodulation synchrone. Nous raisonnerons en nous appuyant sur le cas d'un signal  $u(t)$  sinusoïdal. Nous avons donc :

$$i(t) = s(t) \cdot \cos(2\pi f_c t + \phi) \quad \phi: \text{déphasage entre la porteuse et le terme en } \cos(2\pi f_c t).$$

$$i(t) = A_c [\cos(2\pi f_c - 2\pi f_m)t] \cdot \cos(2\pi f_c t + \phi)$$

En développant le produit  $\cos(2\pi f_c - 2\pi f_m)t * \cos(2\pi f_c t + \phi)$ , on obtient :

$$i(t) = \frac{A_c}{2} [\cos(2\pi f_m t + \phi) * \cos(2\pi f_c t + 2\pi f_m + \phi)]$$

Après filtrage passe-bas de  $i(t)$ , on retrouve bien le signal  $m(t)$  à une erreur de phase près.

Or, il se trouve que l'oreille humaine est insensible aux déphasages. Le fait de renoncer à une erreur de phase nulle permet de simplifier la réalisation des démodulateurs. La SSB est donc utilisée en téléphonie où ses avantages (bande minimum, pas de signaux aux très basses fréquences, puissance utile optimisée) ne sont pas contre balancés par son unique défaut à savoir l'erreur de phase.

## I.6 Modulation à Bande Latérale Résiduelle

La transmission des signaux vidéo a introduits des contraintes supplémentaires par rapport au cas des signaux audio. En effet, pour une image télévision, le signal vidéo se caractérise par une bande passante importante (5 à 6 MHz selon les normes). Le spectre de ce signal comporte d'importantes composantes basses-fréquences qu'il n'est pas question de filtrer. Enfin, le signal reçu doit être conforme.

Il n'est donc pas possible d'utiliser des modulations SSB, ni AM-P. Recourir à une modulation AM limiterait considérablement le nombre de canaux utilisables et nécessiterait des émetteurs sensiblement plus puissants.

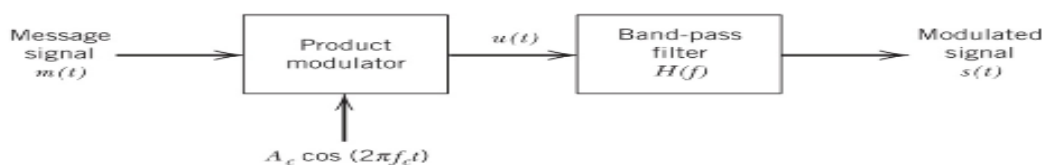
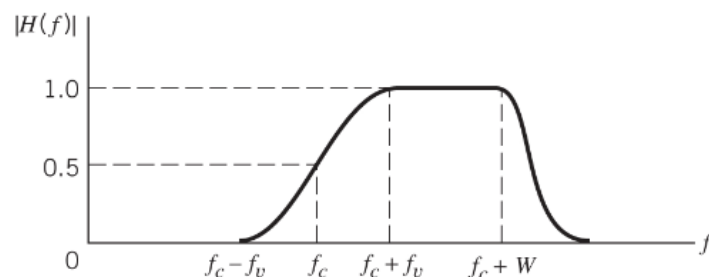
Il faut donc trouver un compromis entre AM et SSB, c'est la Modulation à Bande Latérale Résiduelle (VSB : Vestigial Side Band).

Pour obtenir un signal VSB, la technique employée consiste à réaliser une modulation AM suivie d'un filtre qui atténuera sensiblement les composantes fréquentielles inférieures à  $f_p$ . L'une des bandes (souvent la LSB) se trouve donc partiellement atténuée.

➤ Le spectre du signal VSB est donc le suivant :

$$S(f) = U(f)H(f)$$

$$= \frac{A_c}{2} [M(f - f_c) + M(f + f_c)] H(f)$$



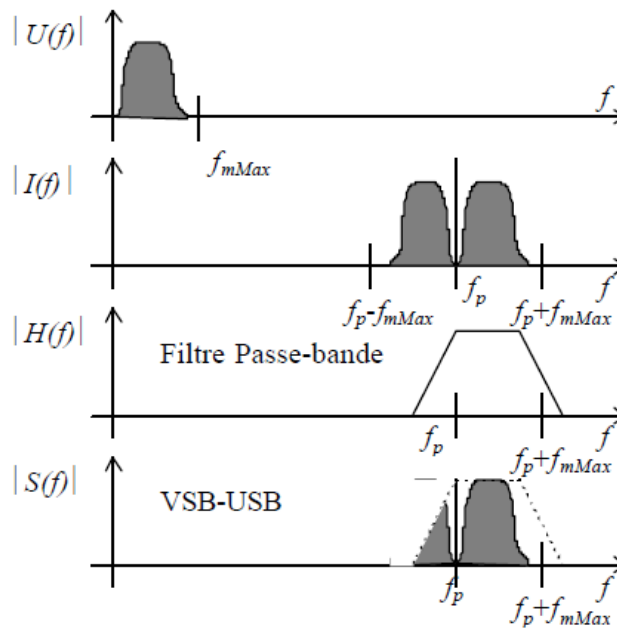
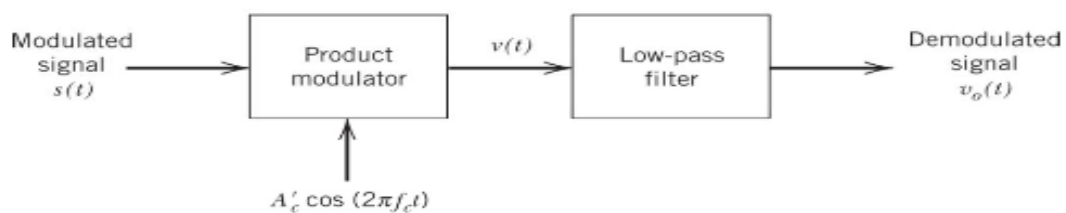


Fig 15 Spectre du signal  $u(t), i(t), h(t)$  et spectre du signal  $s(t)$

### ➤ La démodulation du signal VSB :

est réalisée à l'aide d'un simple détecteur crête lorsque le signal AM est caractérisé par un taux de modulation  $m \ll 1$ .



$$v(t) = A'_c \cos(2\pi f_c t) s(t)$$

$$V(f) = \frac{A'_c}{2} [S(f - f_c) + S(f + f_c)]$$

$$V(f) = \frac{A_c A'_c}{4} M(f) [H(f - f_c) + H(f + f_c)]$$

$$+ \frac{A_c A'_c}{4} [M(f - 2f_c) H(f - f_c) + M(f + 2f_c) H(f + f_c)]$$

$$V_0(f) = \frac{A_c A'_c}{4} M(f) [H(f - f_c) + H(f + f_c)]$$

Low-pass filter

## Conclusion

En résumé :

| type de modulation | $\Delta f$   | puissance totale      | puissance utile    | démodulation              |
|--------------------|--------------|-----------------------|--------------------|---------------------------|
| AM                 | $2 f_{mMax}$ | $A_p^2/2 (1+2 m^2/4)$ | 2 fois $A_p m^2/4$ | simple (détection crête)  |
| AM-P               | $2 f_{mMax}$ | $A_p^2/2$             | 2 fois $A_p^2/4$   | très complexe (synchrone) |
| SSB                | $f_{mMax}$   | $A_p^2/4$             | $A_p^2/4$          | complexe (anisochrone)    |
| VSB                | $> f_{mMax}$ | $> A_p^2/2 (1+m^2/4)$ | $A_p m^2/4$        | simple (détection crête)  |

## II Modulation angulaire

Ce type de modulation est une modulation de phase ou de fréquence.

### II.1 Modulation de fréquence

Un signal sinusoïdal s'exprime de la façon suivante :

$$s(t) = A \cdot \cos(\theta_i(t))$$

Par définition, la fréquence instantanée  $f_i$  est commandée par le signal modulant  $m(t)$  autour d'une porteuse  $f_p$  :

$$f_i = f_p + K_f \cdot m(t)$$

$K_f$  : est la sensibilité du modulateur et elle s'exprime en  $\text{Hz} \cdot \text{V}^{-1}$ .

La pulsation instantanée est

$$\omega_i = 2\pi f_p + 2\pi K_f \cdot m(t)$$

La phase instantanée du signal modulé est donnée par l'expression suivante :

$$\theta_i(t) = \int \omega_i \cdot dt = 2\pi \cdot f_p \cdot t + 2\pi \cdot K_f \cdot \int m(t) \cdot dt$$

L'expression du signal modulé est donc :

$$s(t) = A \cdot \cos\left(2\pi \cdot f_p \cdot t + 2\pi \cdot K_f \cdot \int m(t) \cdot dt\right)$$

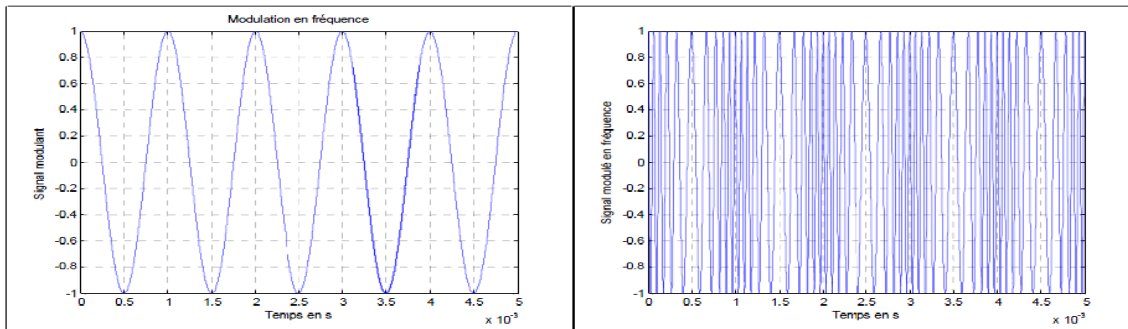


Figure 16 : allure temporelle du signal modulé en fréquence

## II.2 Modulation de phase

On écrit que la phase  $\theta_i$  est proportionnelle au signal modulant.

$$\theta_i(t) = 2.\pi. fp.t + K_\phi.m(t)$$

L'expression du signal modulé est :

$$s(t) = A.\cos(2.\pi. fp.t + K_\phi.m(t))$$

Quand  $m(t)$  est sinusoïdal  $m(t) = V_m.\cos(\omega_m.t)$ , la grandeur  $\Delta\phi = V_m.K_\phi$  s'appelle l'excursion en phase.

## II.3 Modulation de fréquence avec un signal sinusoïdal

### ➤ Signal modulant sinusoïdal

Le signal modulant est de la forme :  $m(t) = V_m.\cos(\omega_m.t)$  et la fréquence instantanée est donnée par  $f_i = fp + K_f.V_m.\cos(\omega_m.t)$ .  $K_f.V_m$  est homogène à une fréquence. La fréquence instantanée varie dans l'intervalle suivant

$$fp - \Delta f \leq f_i \leq fp + \Delta f.$$

$\Delta f = K_f.A_m$  : est appelé l'excursion en fréquence.

Le signal modulé est donné par l'expression suivante :

$$s(t) = A.\cos\left(2.\pi. fp.t + \frac{\Delta f}{f_m}.\sin(\omega_m.t)\right)$$

$\beta = \Delta f / f_m$  : l'indice de modulation.

### II.3.1 Modulation à bande étroite

Dans le cas où  $\beta$  est faible ( $\beta < 1$ ), on parle de modulation à bande étroite.

$$s(t) = A \cos(2\pi \cdot f_p \cdot t + \beta \cdot \sin(\omega_m \cdot t)) \text{ avec } \beta = \frac{\Delta f}{f_m}.$$

$$s(t) = A \cos(\omega_p \cdot t) \cos(\beta \cdot \sin \omega_m \cdot t) - A \sin(\omega_p \cdot t) \sin(\beta \cdot \sin \omega_m \cdot t)$$

On considère  $\beta < 1$  et cela permet d'écrire :

$$\cos(\beta \cdot \sin \omega_m \cdot t) \approx 1$$

$$\sin(\beta \cdot \sin \omega_m \cdot t) \approx \beta \cdot \sin \omega_m \cdot t$$

$$s(t) = A \cos(\omega_p \cdot t) - A \beta \sin \omega_p \cdot t \sin \omega_m \cdot t$$

$$s(t) = A \cos(\omega_p \cdot t) - \frac{A \beta}{2} [\cos(\omega_p - \omega_m)t - \cos(\omega_p + \omega_m)t]$$

Le spectre est identique à celui d'une DBAP mais il y a opposition de phase entre la raie supérieure et la raie inférieure.

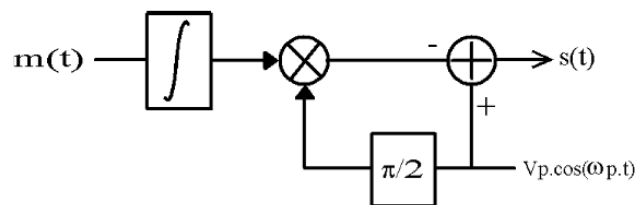


Figure 17 : modulation à bande étroite

### ➤ Calcul du spectre du signal modulé en fréquence

$$s(t) = A \cos(2\pi \cdot f_p \cdot t + \beta \cdot \sin(\omega_m \cdot t)) = A \operatorname{Re}(\exp(j(\omega_p \cdot t + \beta \cdot \sin(\omega_m \cdot t))))$$

$$s(t) = \operatorname{Re}(\exp(j(\omega_p \cdot t))) \cdot \operatorname{Re}(\exp(j \cdot \beta \cdot \sin(\omega_m \cdot t)))$$

ωω

On s'intéresse d'abord au 2<sup>ème</sup> terme de l'exponentielle. Posons  $\theta = \omega_m \cdot t$  et calculons

$$y = e^{j\beta \cdot \sin \theta}$$

On remplace l'exponentielle par son développement limité :

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} \dots \text{ Ainsi, il vient :}$$

$$y = \left[ 1 + \frac{\beta}{2} e^{j\theta} + \frac{\beta^2}{4 \cdot 2!} e^{2j\theta} + \frac{\beta^3}{8 \cdot 3!} e^{3j\theta} \dots \right] \cdot \left[ 1 - \frac{\beta}{2} e^{-j\theta} + \frac{\beta^2}{4 \cdot 2!} e^{-2j\theta} - \frac{\beta^3}{8 \cdot 3!} e^{-3j\theta} \dots \right]$$

$$y = \left[ 1 - \frac{\beta^2}{4} + \frac{\beta^4}{2^4 \cdot (2!)^2} \dots \right] \cdot e^0 + \left[ \frac{\beta}{2} - \frac{\beta^3}{2^3 \cdot 2!} + \frac{\beta^5}{2^5 \cdot 2! \cdot 3!} \dots \right] e^{j\theta} \dots + \left[ -\frac{\beta}{2} + \frac{\beta^3}{2^3 \cdot 2!} - \frac{\beta^5}{2^5 \cdot 2! \cdot 3!} \dots \right] e^{-j\theta} \dots$$

Le 1<sup>ier</sup> terme entre crochet est  $J_0(\beta)$ , le 2<sup>ème</sup>  $J_1(\beta)$  et le 3<sup>ème</sup>  $J_{-1}(\beta)$ .

### ➤ Fonctions de Bessel et propriétés

Les termes  $J_n(\beta)$  sont les fonctions de Bessel de 1<sup>ère</sup> espèce d'ordre  $n$  et ils sont obtenus à partir de l'expression suivante :

$$J_n(\beta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{k!} \frac{\left(\frac{\beta}{2}\right)^{n+2k}}{(n+k)!}$$

Les propriétés importantes des fonctions de Bessel sont les suivantes :

- a)  $J_{-n}(\beta) = (-1)^n J_n(\beta)$
- b) Pour des faibles valeurs de  $\beta$  nous avons :
  - $J_0(\beta) \cong 1$ ,
  - $J_1(\beta) \cong \frac{\beta}{2}$ ,
  - $J_n(\beta) \cong 0$  pour  $n > 2$ .
- c)  $\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = 1$

### ➤ Suite du calcul

D'après ce qui vient d'être dit, on peut écrire l'identité de Bessel :

$$y = \exp(j\beta \sin(\omega_m t)) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cdot \exp(jn\omega_m t)$$

Revenons à l'expression  $s(t)$ . Elle s'écrit :

$$s(t) = A \cdot \text{Re} \left( \exp(j(\omega_p t)) \right) \cdot \text{Re} \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cdot \exp(jn\omega_m t) \right)$$

$$s(t) = A \cdot \left( \begin{array}{l} J_0(\beta) \cos((\omega_p) t) \\ + J_1(\beta) \left[ \cos((\omega_p - \omega_m) t) - \cos((\omega_p + \omega_m) t) \right] \\ + J_2(\beta) \left[ \cos((\omega_p - 2\omega_m) t) + \cos((\omega_p + 2\omega_m) t) \right] \\ + J_3(\beta) \left[ \cos((\omega_p - 3\omega_m) t) - \cos((\omega_p + 3\omega_m) t) \right] \\ + \dots \end{array} \right)$$

On obtient un spectre de raies symétrique par rapport à  $f_c$  et avec un écart de  $f_m$  entre chaque raie comme on peut le voir sur la Figure 19. On a  $|J_n| = |J_{-n}|$ .



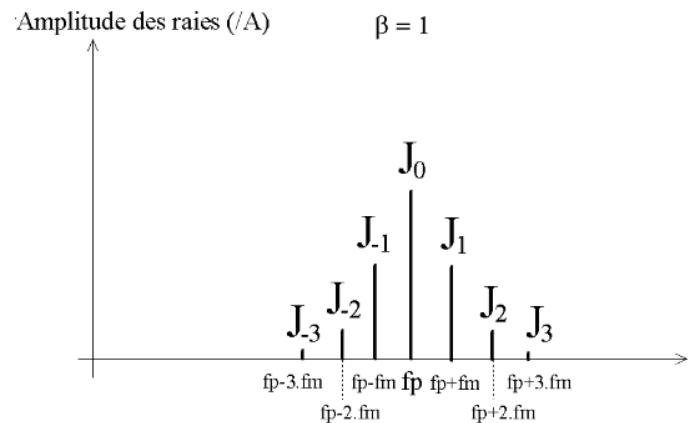


Figure 18 : spectre d'un signal modulé en fréquence avec une fréquence porteuse  $f_p$  et une fréquence modulante  $f_m$

### ➤ Fonctions de Bessel de 1<sup>ère</sup> espèce

La Figure 20 montre l'allure des fonctions de Bessel de 1<sup>ère</sup> espèce en fonction de l'indice de modulation  $\beta$ . L'amplitude des raies ne décroît pas nécessairement avec l'ordre. Quand  $n > \beta$ ,  $J_n(\beta) > J_{n+1}(\beta)$  et on utilise cette propriété pour limiter l'étendue du spectre.

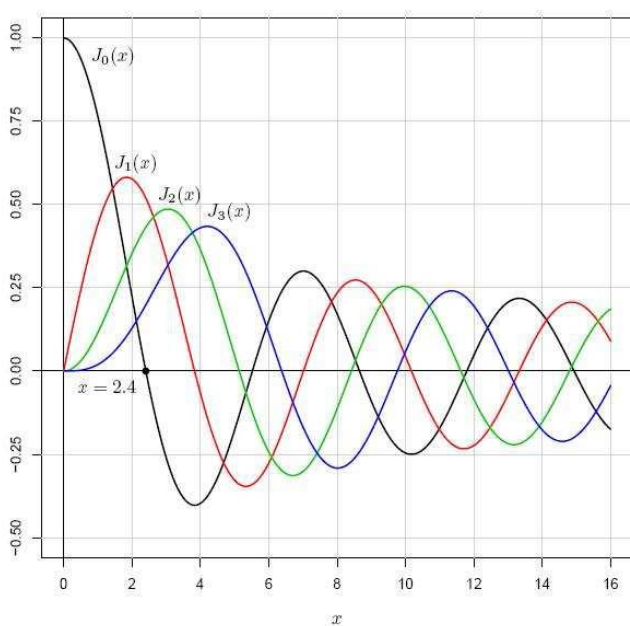


Figure 19 : fonctions de Bessel de 1<sup>ère</sup> espèce ( $x$  représente  $\beta$  dans notre cas)

Pour certaines valeurs de  $\beta$  (2.4, 5.52, 8.65, 11.79),  $J_0(\beta) = 0$  et donc l'amplitude de la porteuse est nulle.

| $\beta$ | $J_0(\beta)$ | $J_1(\beta)$ | $J_2(\beta)$ | $J_3(\beta)$ | $J_4(\beta)$ | $J_5(\beta)$ | $J_6(\beta)$ | $J_7(\beta)$ | $J_8(\beta)$ | $J_9(\beta)$ | $J_{10}(\beta)$ | $J_{11}(\beta)$ |
|---------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|-----------------|-----------------|
| 0       | 1            | 0            |              |              |              |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 0.2     | 0.99         | 0.099        | 0.005        | 0.0002       |              |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 0.25    | 0.98         | 0.12         |              |              |              |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 0.4     | 0.9604       | 0.196        | 0.0157       | 0.0013       |              |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 0.6     | 0.912        | 0.2867       | 0.0437       | 0.0044       |              |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 0.8     | 0.8463       | 0.3688       | 0.0758       | 0.0102       | 0.001        |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 1       | 0.7652       | 0.4401       | 0.1149       | 0.0195       | 0.0025       |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 1.2     | 0.6711       | 0.4983       | 0.1593       | 0.0329       | 0.005        |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 1.4     | 0.5669       | 0.5419       | 0.207        | 0.0505       | 0.009        |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 1.6     | 0.4554       | 0.5699       | 0.2570       | 0.0725       | 0.01439      |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 2       | 0.2239       | 0.5767       | 0.3528       | 0.1289       | 0.034        |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 2.4     | 0.0025       | 0.5202       | 0.4311       | 0.1981       | 0.0643       |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 2.8     | -0.261       | 0.3391       | 0.4783       | 0.2728       | 0.1067       |              |              |              |              |              |                 |                 |
| 3       | -0.2601      | 0.3391       | 0.4861       | 0.3091       | 0.132        | 0.043        | 0.0114       |              |              |              |                 |                 |
| 4       | -0.3971      | -0.066       | 0.3641       | 0.4302       | 0.2811       | 0.1321       | 0.0491       | 0.0152       | 0.004        |              |                 |                 |
| 5       | -0.1776      | -0.3276      | 0.0466       | 0.3648       | 0.3912       | 0.2611       | 0.131        | 0.0534       | 0.0184       | 0.0055       |                 |                 |
| 6       | 0.1506       | -0.2767      | -0.2429      | 0.1148       | 0.3576       | 0.3621       | 0.2458       | 0.1296       | 0.0565       | 0.0212       | 0.0069          |                 |
| 7       | 0.3001       | -0.0047      | -0.3014      | -0.1676      | 0.1578       | 0.3479       | 0.3392       | 0.2336       | 0.128        | 0.0589       | 0.0235          | 0.0083          |

Tableau 1 : coefficient de Bessel de 1ère espèce

### ➤ Puissance du signal modulé

Quelques soit l'indice de modulation, la puissance transportée  $P$  est constante. En effet, on a la propriété suivante :

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) = 1$$

$$P = s^2 = A^2 \cdot \left( \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n^2(\beta) \cdot \cos^2((\omega_c + n \cdot \omega_m) \cdot t) \right) = \frac{A^2}{2}$$

la largeur de Bande B est :  $B \approx 2(\beta+1)f_m$

La largeur de bande B s'appelle Bande de Carson. On montre qu'elle conserve **98 %** de la puissance du signal modulé.

### ➤ Génération des signaux modulés en fréquence

Il existe principalement deux méthodes :

- La méthode directe consiste à faire varier la fréquence de la porteuse en fonction du signal modulant.
- La méthode indirecte consiste à d'abord générer un signal modulé en fréquence à bande étroite et ensuite à augmenter la déviation en fréquence par multiplication de fréquence.

### ➤ Oscillateur commandé en tension

Il s'agit d'un VCO (Voltage Controlled Oscillator) réalisé par exemple à partir d'un oscillateur de type Colpitts comme sur la Figure 22. La réaction de l'émetteur sur la base du transistor est assurée par le pont diviseur capacitif C1 – C2.

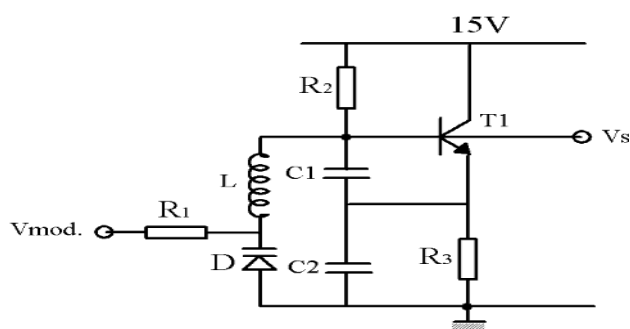


Figure 20 : exemple de VCO

$$f_{osc} = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.Ceq}\left(1 - \frac{1}{2.L.Cd.\omega^2}\right)} \approx \frac{1}{2\pi\sqrt{L.Ceq}} \left(1 + \frac{1}{2.L.Cd.\omega^2}\right)$$

### ➤ Méthode indirecte

Cette méthode utilise pour principe un modulateur FM à bande étroite associé à des changements de fréquence et des multiplicateurs de fréquence. On illustre ce principe en décrivant une réalisation d'un émetteur FM utilisant la synthèse d'Amstrong. La fréquence du signal modulant (audio) varie de 50 Hz à 20 kHz. La fréquence de la porteuse est de 96 MHz et l'excursion en fréquence de 75 kHz. L'indice de modulation varie de

$$\beta_{50} = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{75.10^3}{50} = 1500 \text{ à } \beta_{20k} = \frac{75.10^3}{20.10^3} = 3.75.$$

On ne peut pas parler de faible indice de modulation. Pour être dans ce cas, on fixe  $\Delta f$  de sortie du modulateur à faible indice à 25 Hz. L'indice de modulation est divisé par 3000.

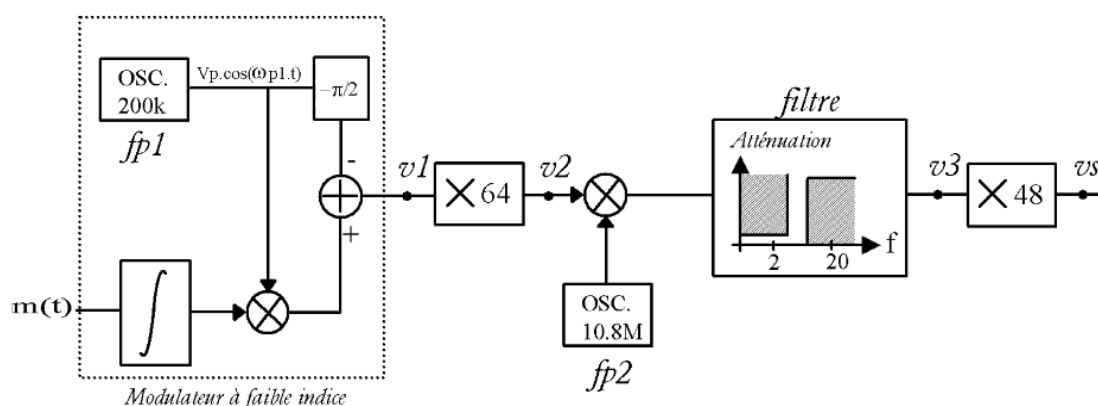


Figure 21 : émetteur par synthèse d'Amstrong

A la sortie du modulateur à faible indice, le signal est de la forme :

$$v_1(t) = A \cos(2\pi \cdot f_{p1} \cdot t + \beta_1 \cdot \sin(\omega_m \cdot t)) \text{ avec } \beta_1 = \frac{\Delta f}{f_m} = \frac{25}{50} = 0.5$$

Après multiplication de la fréquence par 64, le signal devient :

$$v_2(t) = A \cos(2\pi \cdot 64 \cdot f_{p1} \cdot t + 64 \cdot \beta_1 \cdot \sin(\omega_m \cdot t))$$

L'excursion en fréquence et la fréquence porteuse ont été augmentées.

Après multiplication par la fréquence  $f_2$  et sélection par le filtre passe bas de la différence des fréquences (2 MHz), on obtient :

$$v_3(t) = A \cos(2\pi \cdot 2 \cdot 10^6 \cdot t + 64 \cdot \beta_1 \cdot \sin(\omega_m \cdot t))$$

Pour obtenir le signal modulé en fréquence autour de la bonne fréquence porteuse, on multiplie la fréquence par 48 :

$$v_s(t) = A \cos(2\pi \cdot 96 \cdot 10^6 \cdot t + 48 \cdot 64 \cdot \beta_1 \cdot \sin(\omega_m \cdot t))$$

### II.3.2 Démodulation de fréquence

#### ➤ Démodulation par discriminateur

Ce type de démodulateur est peu utilisé aujourd'hui. Le but du discriminateur est de dériver le signal modulé en fréquence. L'amplitude est alors proportionnelle au signal modulant. Un détecteur d'enveloppe permet d'extraire uniquement l'amplitude du signal modulant. Le signal modulé est de la forme :

$$s(t) = A \cos(2\pi \cdot f_c \cdot t + 2\pi \cdot K_f \cdot \int m(t) \cdot dt)$$

Après le dérivateur, on obtient :

$$\frac{ds(t)}{dt} = A \cdot (2\pi \cdot f_c + 2\pi \cdot K_f \cdot m(t)) \cdot \sin(2\pi \cdot f_c \cdot t + 2\pi \cdot K_f \cdot \int m(t) \cdot dt)$$

Après avoir enlevé l'enveloppe, le signal est :

$$\frac{ds(t)}{dt} = A \cdot (2\pi \cdot f_c + 2\pi \cdot K_f \cdot m(t))$$

Pour dériver le signal, on utilise un circuit de type filtre qui fait varier l'amplitude en fonction de la fréquence.

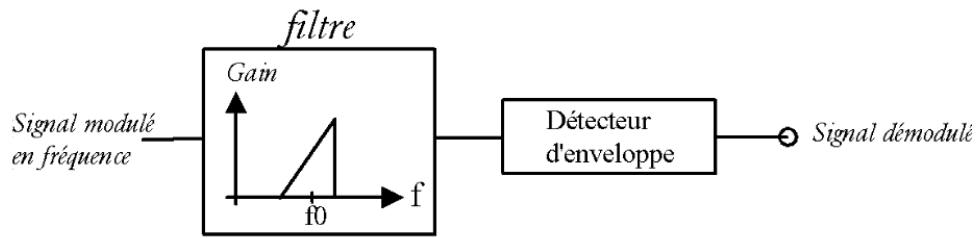


Figure 22 : principe du discriminateur en fréquence

### ➤ Démodulation à quadrature

Le principe est décrit sur la Figure

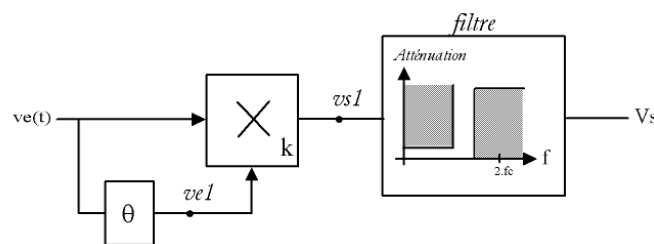


Figure 23: démodulation en quadrature

$$ve(t) = A_p \cdot \cos(\omega_p \cdot t + \varphi(t))$$

$$ve1(t) = A_p \cdot \cos(\omega_p \cdot t + \varphi(t) + \theta(t))$$

$$vs1 = ve \cdot ve1 = k \frac{A_p^2}{2} \cdot [\cos(\theta) + \cos(2 \cdot \omega_p \cdot t + 2 \cdot \varphi + \theta)]$$

$$vs = k \frac{A_p^2}{2} \cdot \cos(\theta)$$

$$vs = -k \frac{A_p^2}{2} \cdot a \cdot Kf \cdot m(t)$$

### ➤ Démodulation par boucle à verrouillage de phase

Le signal à démoduler est appliqué sur l'entrée de la boucle à verrouillage de phase ou PLL (Phase Loop Locked).

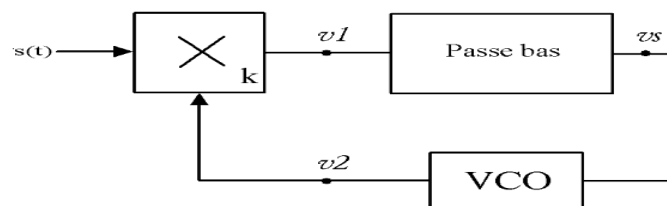


Figure 24 : boucle à verrouillage de phase

## 1. Introduction

Ce qui importe avant tout pour l'utilisateur d'un système de transmission, c'est la qualité du message reçu. Celui-ci devra être une réplique aussi semblable que possible du message émis.

Or, le processus de transmission conduit inévitablement à une dégradation du message dont la cause incontournable est le **bruit** que l'on rencontre dans tous les équipements électroniques. Celui-ci va se superposer au signal reçu et perturber l'intelligibilité du message.

Chaque modulateur présente un comportement différent vis-à-vis du bruit. Il convient d'examiner les effets du bruit sur la qualité de la transmission, en fonction des différentes techniques de modulation, pour aboutir à une esquisse de comparaison.

## 2. Mesure quantitative de la qualité d'une transmission

Le signal de sortie du récepteur peut s'écrire,  $m(t)$  étant le signal de modulation initial :

$$y(t) = k m(t) + \text{termes de bruit}$$

La qualité de la transmission sera d'autant meilleure que les termes de bruit seront faibles devant le terme de message. On évalue quantitativement cette qualité par le rapport S/B :

### 3 Rapport signal sur bruit

Le rapport signal sur bruit mesure la quantité de bruit contenue dans le signal. Il s'exprime par le rapport des puissances du signal ( $P_S$ ) et du bruit ( $P_B$ ).

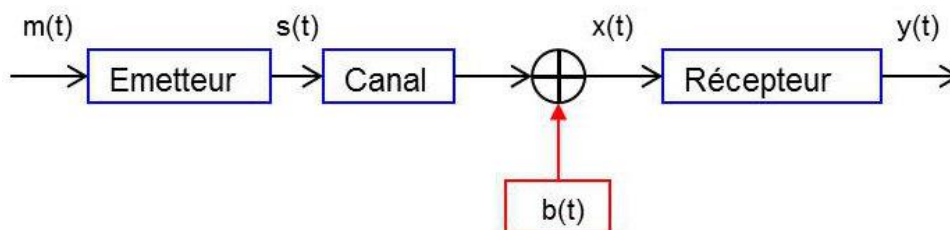
Il est souvent donné en décibels (dB).

$$\left(\frac{S}{B}\right)_{dB} = 10 \log \frac{P_S}{P_B}$$

$$\frac{\text{Signal}}{\text{Bruit}} = \frac{\text{puissance composante message en sortie du récepteur}}{\text{puissance composante bruit en sortie du récepteur}}$$

## 3. Modélisation du système de transmission

Le circuit correspondant est représenté ci-contre.



Le signal  $m(t)$ , message à transmettre, a pour largeur de bande  $B$ . Dans le cas général, c'est un signal aléatoire stationnaire et centré. Sa puissance est de la forme :

$$P_m = \int_{-B}^{+B} S_{mm}(f) df$$

puissance

$S_{mm}$ : densité spectrale de

L'émetteur fabrique, à partir de  $m(t)$ , le signal modulé :

$$s(t) = a(t) \cos\{2\pi f_0 t + \varphi(t)\}$$

$s(t)$  :est un signal aléatoire à bande étroite, stationnaire, de largeur de bande  $B'$  centrée sur  $f_0$ , c'est-à-dire la fréquence porteuse.

Le canal peut être considéré comme un filtre linéaire de gain constant et de phase linéaire sur une largeur de bande au moins supérieure à  $B'$ . Il est donc transparent vis-à-vis du signal (à l'exception d'un retard de propagation et d'un facteur d'atténuation que nous ignorerons dans ce qui suit).

Avec ces hypothèses, le signal reçu au niveau du récepteur est, si l'on néglige la contribution du bruit, égal au signal  $s(t)$ : puissance émise et puissance reçue sont identiques.

Le bruit est additif et indépendant du signal émis. Il peut être modélisé par un processus aléatoire gaussien, centré et stationnaire.

Expression d'un bruit gaussien,  $b(t)$ , à bande étroite, centré autour d'une fréquence  $f_0$ , en la somme d'un bruit en phase et d'un bruit en quadrature :

$$b(t) = b_p \cos(\omega_0 t) - b_q \sin(\omega_0 t)$$

Où  $b_p$  et  $b_q$  signaux aléatoires gaussiens indépendants et de propriétés statistiques identiques

$$\langle b^2(t) \rangle = \frac{\langle b_p^2 \rangle}{2} + \frac{\langle b_q^2 \rangle}{2} = \langle b_p^2 \rangle = \langle b_q^2 \rangle$$

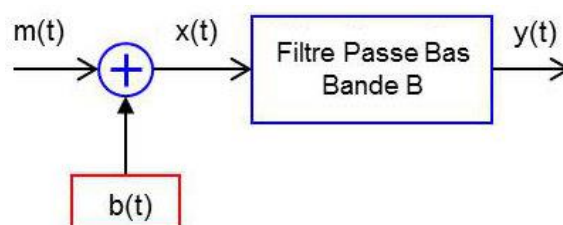
Le récepteur est constitué :

- d'un filtre passe-bande de bande passante égale à  $B'$  de façon à laisser passer les composantes utiles (relatives au signal) et à filtrer les composantes de bruit qui ne sont pas dans la bande du signal ;
- d'un démodulateur ;
- d'un filtre passe-bas de bande passante  $B$  de façon à filtrer les composantes du bruit qui ne sont pas dans la bande du message.

Le rapport signal/bruit dépend du type de modulation et de démodulation choisie. Il importe de faire la comparaison de ces différents rapports sur une base commune à tous les systèmes.

#### 4. Rapport S/B en bande de base et gain de modulation

On va supposer que l'on dispose d'une même puissance  $P$  pour transmettre le signal modulé. Cette puissance est également la puissance reçue au niveau du récepteur.



Rapport S/B en bande de base et gain de modulation. Schéma de principe

Nous voulons comparer les rapports S/B propres à chaque système à celui obtenu dans le système le plus simple, celui où la transmission du message se fait en bande de base, c'est-à-dire sans modulation.

Calculons donc ce rapport de référence  $(S/B)_s$  de la transmission en bande de base.

$$\begin{cases} x(t) = m(t) + b(t) \\ y(t) = m(t) + b'(t) \end{cases}$$

$$b(t) = b'(t) \text{ Filtre par } [-B, +B]$$

Densité spectrale de bruit blanc:

$$S_{bb'}(f) = \begin{cases} N_0/2 & -B < f < +B \\ 0 & \text{ailleurs} \end{cases}$$

Puissance de bruit:

$$P_b = N_0 B$$

Puissance du signal modulé:

$$P_m(t) = P$$

On a:

$$(S/B)_s = \frac{P}{N_0 B}$$

On posera :

$$\gamma = \frac{P}{N_0 B}$$

Ce rapport servira de référence pour comparer les différents types de modulation.

On définit le gain de modulation (ou facteur de mérite) par :

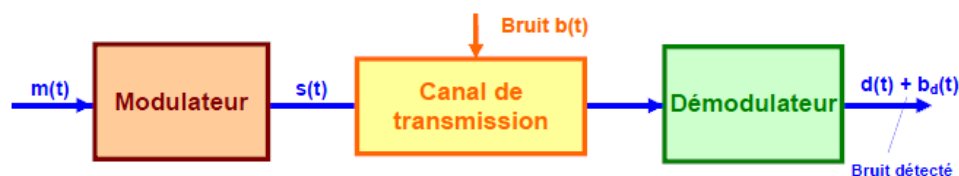
$$\eta = \frac{1}{\gamma} \frac{S}{B}$$

(S/B) étant le rapport signal/bruit pour chaque type de modulation.

## 5. Cas de la détection synchrone

### 5.1 Présentation de la problématique

Synoptique d'une chaîne de transmission



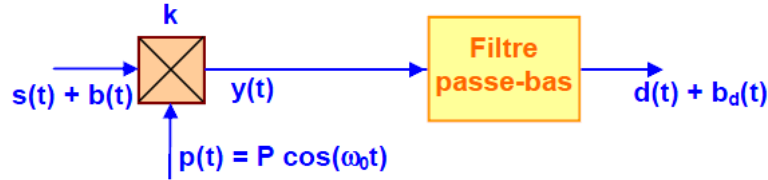
Définitions :

$$\left(\frac{S}{N}\right)_c = \frac{\langle s^2 \rangle}{\langle b^2 \rangle} \quad \text{rapport signal sur bruit dans le canal}$$



$$\left(\frac{S}{N}\right)_d = \frac{\langle s^2 \rangle}{\langle b_d^2 \rangle} \quad \text{rapport signal sur bruit après détection}$$

Soit le système représenté ce dessus :



A la sortie du multiplieur

$$y(t) = k[s(t) + b(t)]p(t) = kP[A(t) + b_p] \cos^2(\omega_0 t) - kPb_p \frac{\sin(2\omega_0 t)}{2}$$

Après filtrage passe-bas :

$$d(t) + b_d(t) = \frac{kP}{2} [A(t) + b_p]$$

Détection synchrone sensible qu'à la composante en phase du bruit

## 5.2. Puissance du signal utile détecté et RSB en sortie du canal :

Signal modulé  $x(t)$  est modulé par le message  $m(t)$  de bande  $(-B; B)$  et de puissance  $P_m$ .  
L'occupation spectrale  $B_x$  et la puissance  $P_x$  de  $x(t)$  :

|       | DBSP          | DBAP                      | BLU       | MF ( $\beta$ )  |
|-------|---------------|---------------------------|-----------|-----------------|
| $B_x$ | $2b$          | $2b$                      | $b$       | $2(\beta + 1)b$ |
| $P_x$ | $A^2 P_m / 2$ | $A^2 (1 + k_a^2 P_m) / 2$ | $A^2 P_m$ | $A^2 / 2$       |

### A. Modulation d'amplitude avec porteuse :

Soit un system de modulation avec porteuse représente comme suit :

$$\frac{kP}{2} A(t) = \frac{kP}{2} P(1 + k m(t))$$

$$S_d = \frac{k^4 P^4}{4} \langle m^2 \rangle \quad \text{/puissance du signal détecté}$$

$$\left(\frac{S}{B}\right)_c = \frac{\langle s^2 \rangle}{\langle b^2 \rangle} = \frac{P^2 (1 + k^2 \langle m^2(t) \rangle)}{2 \langle b^2 \rangle}$$

$$\left(\frac{S}{B}\right)_d = \frac{2 \cdot k^2 \langle m^2 \rangle}{2 + k^2 \langle m^2 \rangle} \left(\frac{S}{B}\right)_c$$

$$\left(\frac{S}{B}\right)_d = \frac{2 \cdot m_a^2}{2 + m_a^2} \left(\frac{S}{B}\right)_c \quad \text{/Cas sinusoidal}$$

### B. Modulation d'amplitude sans porteuse :

$$\frac{kP}{2} A(t) = \frac{kP}{2} kP m(t)$$

$$S_d = \frac{k^4 P^4}{4} \langle m^2 \rangle \quad / \text{puissance du signal détecté}$$

$$\left( \frac{S}{B} \right)_c = \frac{\langle s^2 \rangle}{\langle b^2 \rangle} = \frac{P^2 k^2 \langle m^2(t) \rangle}{2 \langle b^2 \rangle}$$

$$N_d = \frac{k^2 P^2}{4} \langle b_p^2 \rangle = \frac{k^2 P^2}{4} \langle b^2 \rangle \quad / \langle b_p^2 \rangle = \langle b^2 \rangle$$

$$\left( \frac{S}{B} \right)_d = 2 \left( \frac{S}{B} \right)_c$$

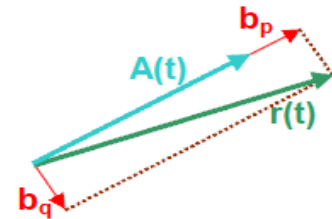
A qualité de transmission constante, le RSB après démodulation d'autant plus élevé que l'indice de modulation grand

## 6. Cas de la détection d'enveloppe

Démodulateur sensible à chaque instant à l'enveloppe du signal reçu

$$s(t) = P(1 + km(t)) \cos(\omega_0 t) = A(t) \cos(\omega_0 t)$$

$$s(t) + b(t) = (A(t) + b_p) \cos(\omega_0 t) - b_q \sin(\omega_0 t)$$



Par analogie avec la représentation de Fresnel, enveloppe réelle du signal reçu :

$$r(t) = \sqrt{(A(t) + b_p)^2 + b_p^2}$$

Si rapport signal sur bruit dans le canal faible, alors :  $b \ll P$

$$r(t) = \sqrt{(A(t) + b_p)^2 + b_p^2} = P(1 + k.m(t)) + b_p$$

Si rapport signal sur bruit dans le canal suffisamment élevé, performances comparables à celle d'un détecteur synchrone : seul le bruit de phase étant détecté

## 7. Critères de choix pour une modulation

- Encombrement spectral
- Puissance consommée ou émise
- Rapport signal sur bruit en sortie du démodulateur
- Complexité et coût des émetteurs et récepteurs