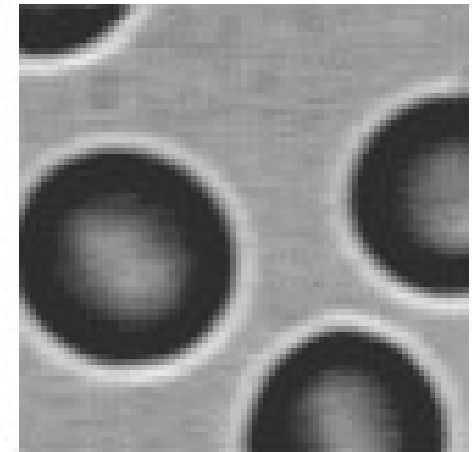


Détection des Contours

Filtres Contours

Définition d'un Contour

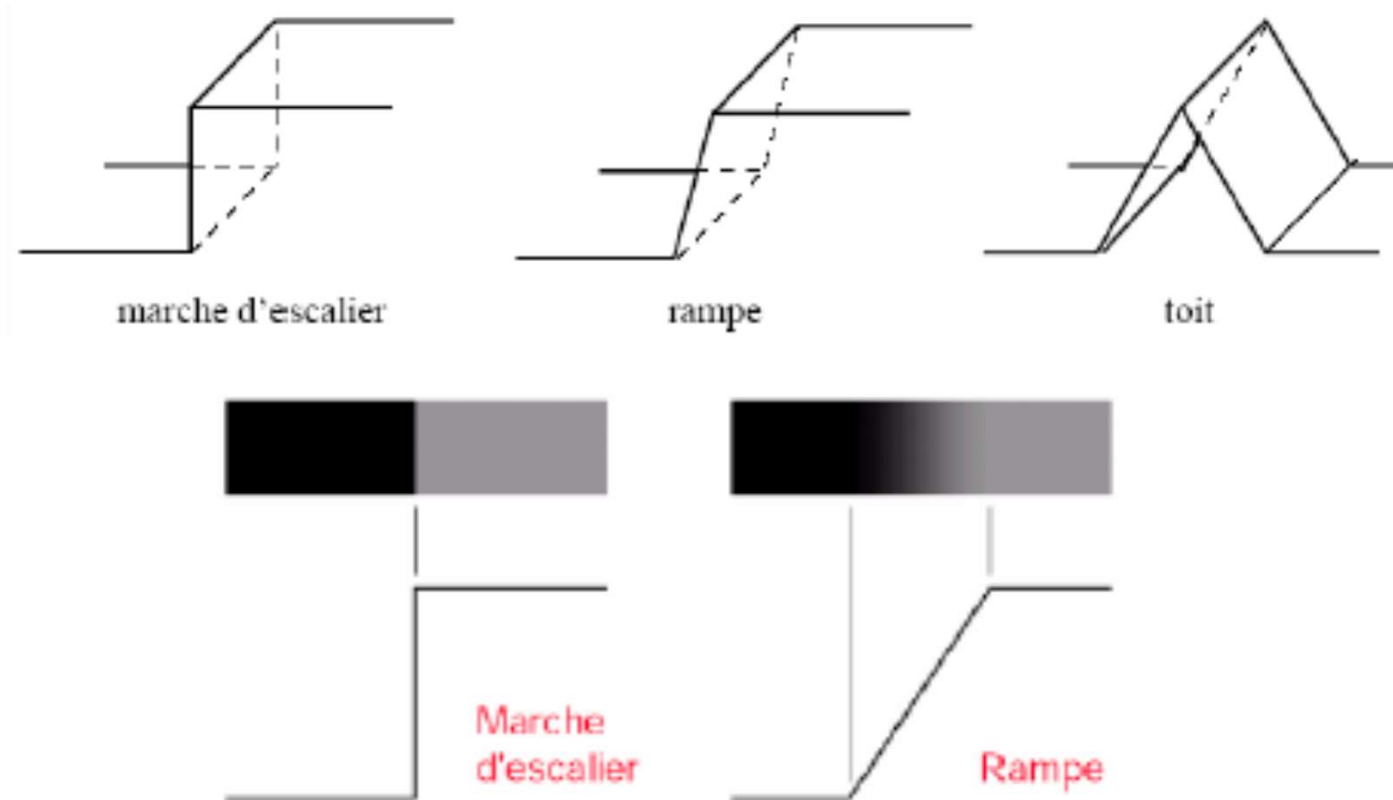
- Les contours représentent les frontières entre deux régions homogènes adjacentes ayant des intensités lumineuses différentes.
- La détection de contours consiste à extraire ses frontières.



Modèle d'un Contour

En 1d

- En 1d, le long d'une ligne ou d'une colonne, un contour est vu comme une transition d'un niveau de gris à un autre



Modèle d'un Contour

En 1d

- Considérons le modèle en escalier ou en rampe

→ Le contour correspondrait donc à :

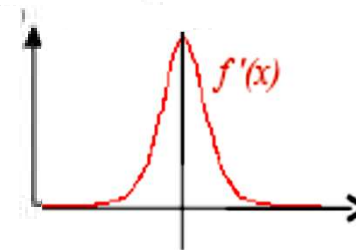
- un maximum de la dérivée première,
 $\frac{\partial f}{\partial x}$ est maximal
- un passage par zéro de la dérivée seconde,

$$\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} = 0$$

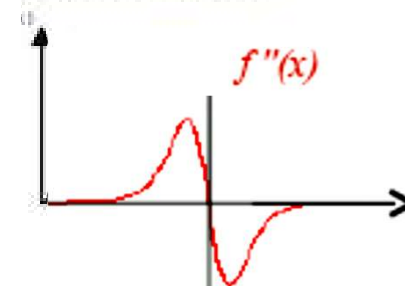
Variation de l'intensité lumineuse d'une suite de pixels



Variation de sa dérivée première



Variation de sa dérivée seconde



La ligne pointillée matérialise la présence d'un pixel de contour

Modèle d'un Contour

En 2d

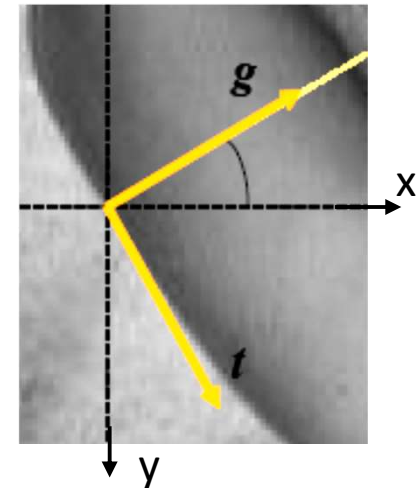
- En 2D, il faut calculer
 - les dérivées premières / x et / y , ce qui correspond au gradient (\vec{g}) \cong (perpendiculaire au contour).
 - Ou les dérivées dérivée second / x et / y , ce qui correspond à une des composantes du Laplacien

- Les contours correspondent donc aux :
 - maximas du gradient dans la direction du gradient,

$$\vec{\nabla} I = \left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y} \right) \quad \text{Le gradient } \vec{\nabla} I \text{ est un vecteur.}$$

- ou les passages par zéros du Laplacien,

$$\Delta I = \nabla^2 I \approx \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2} \quad \text{Le Laplacien } \Delta I \text{ est un scalaire.}$$



Techniques de Détection de Contour :

Filtres de Contours

Les techniques de détection de contours, visent à approximer l'un de ces deux opérateurs

- Approches approximant (numériquement) l'opérateur gradient
(Approches différentielles du 1^{ère} ordre)
- Approches approximant (numériquement) l'opérateur Laplacien
(Approches différentielles du 2^{ème} ordre)
- Autres

- Par ailleurs, ces techniques peuvent êtres
 - locales
 - ou globales

Techniques de Détection de Contour :

Filtres de Contours

On dénombre de ce fait :

1. Les Filtres Locaux différentiels
 - A. Approximant le gradient
 - B. Approximant le Laplacian
2. Les Filtres Locaux adaptés
3. Les Filtres Globaux (approximant le Gradient)

Méthodes Locales : Différentielles ou Adaptées

- Ces méthodes visent à développer un opérateur (masque, filtre ou noyau), typiquement de taille 3×3 ou exceptionnellement 2×2 .
- Le masque obtenu, sera convolué avec l'image

Méthodes Locales Différentielles

approximant le **Gradient**

- L'estimation des dérivées partielles de premier ordre :

$$\nabla I = \left(\frac{\partial I}{\partial x}, \frac{\partial I}{\partial y} \right) = (\nabla_x I, \nabla_y I) = \begin{cases} \nabla_x I = I * M_1 \\ \nabla_y I = I * M_2 \end{cases}$$

On peut écrire :

$$\nabla I = I * (\nabla_x, \nabla_y) = I * (M_1, M_2)$$

M_1 et M_2 sont 2 noyaux de convolution approximant le gradient .

- *Reste à définir les opérateurs approximant le gradient : M_1 et M_2 .*

Méthodes Locales Différentielles

approximant le **Gradient**

Approximation numérique du gradient : différences finies

- $\nabla_x I \approx I(x, y) - I(x - 1, y)$ et $\nabla_y I \approx I(x, y) - I(x, y - 1)$ (1)

Ou

- $\nabla_x I \approx I(x + 1, y) - I(x, y)$ et $\nabla_y I \approx I(x, y + 1) - I(x, y)$ (2)

Ou encore

- $\nabla_x I \approx I(x + 1, y) - I(x - 1, y)$ et $\nabla_y I \approx I(x, y + 1) - I(x, y - 1)$ (3)

Ou encore avec une rotation de $\frac{\pi}{4}$

- $\nabla_1 I \approx I(x + 1, y + 1) - I(x, y)$ ou $\nabla_2 I \approx I(x, y + 1) - I(x + 1, y)$ (4)

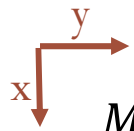
Filtres Locaux Différentiels

approximant le **Gradient**

De ces approximations multitudes de filtres de contours sont construits :

- Opérateur Gardient

A partir des équations (1) et (2)



$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ 0 & +1 \end{bmatrix}$$

et

$$M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & +1 \end{bmatrix}$$

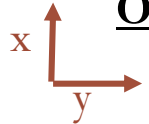
ou

$$M_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ +1 & 0 \end{bmatrix}$$

et

$$M_2 = \begin{bmatrix} -1 & +1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Ou encore



$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & +1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$$

et

$$M_2 = \begin{bmatrix} -1 & +1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

ou

$$M_1 = \begin{bmatrix} \mp 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

et

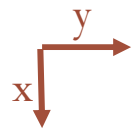
$$M_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -1 & +1 \end{bmatrix}$$

Filtres Locaux Différentiels

approximant le **Gradient**

- Opérateurs de Prewitt

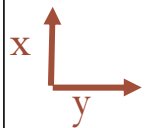
A partir de l'équation (3)



$$M_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \text{ et}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Ou encore



$$M_1 = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix} \text{ et}$$

$$M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

On peut même mettre

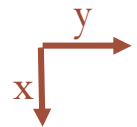
Vu qu'on considèrera plus tard la norme

$$M_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}$$

Filtres Locaux Différentiels approximant le **Gradient**

- Opérateurs de Roberts

A partir de l'équation (4)

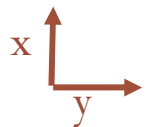


$$M_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

et

$$M_2 = \begin{bmatrix} 0 & +1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Ou



$$M_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$$

et

$$M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Filtres Locaux Différentiels

approximant le **Gradient**

procédure de **Détection des contours**

Une fois, les opérateurs M_1 et M_2 approximant localement le gradient de l'image sont définis

1. Ils seront convolués avec l'image I

$$\nabla I = \begin{pmatrix} \nabla_x I \\ \nabla_y I \end{pmatrix} = I * \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix}$$

2. On calcule l'amplitude du gradient selon une des normes :

$$\|\nabla I\| = \sqrt{(\nabla_x I)^2 + (\nabla_y I)^2} \quad \text{ou} \quad \|\nabla I\| = |\nabla_x I| + |\nabla_y I|$$

3. Puis, on extrait les points contours où l'amplitude du gradient est élevée, en effectuant **un seuillage**

$$\rightarrow \text{les points contours : } I_{\text{contour}} \begin{cases} 1 & \text{si } \|\nabla I\| \geq \text{seuil} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

L'image contour est binaire

Filtres Locaux Différentiels approximant le **Gradient**

Résultats : Filtre de Prewitt

1) Calcul du gradient

Image originale : I



$\nabla_x I$



$\nabla_y I$



$\|\nabla I\|$



Filtres Locaux Différentiels approximant le **Gradient**

Résultats : Filtre de Prewitt

2) Seuillage

→ les points contours : $\|\nabla I\| \geq \text{seuil}$

$\|\nabla I\|$



$\text{seuil} = 0.1$



$\text{seuil} = 0.05$



$\text{seuil} = 0.01$



Filtres Locaux Différentiels

approximant le **Gradient**

Seuillage

- Faible lissage (seuil bas) : contours pertinents détectés mais beaucoup de bruit
 - bonne détection
 - sensibilité au bruit
- Fort lissage (seuil élevé) : nombreux contours manqués mais absence de bruit
 - mauvaise détection
 - robustesse au bruit
- Difficulté d'avoir un seuil optimal pour toute l'image, à cause du bruit, variation de luminance, du contraste.

Filtres Locaux Différentiels

approximant le **Gradient**

Seuillage

Seuillage par Hystérésis : combine entre seuillage fort et faible

- Seuil bas : sélection d'un ensemble initial de points contour
- Seuil haut : à partir des points sélectionnés, on chaîne d'autres points dont $\|\nabla I\| \leq \textit{seuil}$

Filtres Locaux Différentiels Spécifiques approximant le **Gradient**

Opérateurs de Sobel

- Étant le bruit est une HF, tout comme le contour, il sera détecté comme contour
- Les opérateurs de détection de contour abordés sont de ce fait sensibles aux bruit
- L'opérateur Sobel vise
 1. d'abord à lisser l'image (filtrage passe bas) : **intégrateur**
 2. Puis détecter les contours (filtrage passe haut) : **différentiateur**

Filtres Locaux Différentiels Spécifiques approximant le **Gradient**

Opérateurs de Sobel

$$\nabla I = I * M_{int} * \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} = I * \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} * M_{int} = I * \begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}$$

Où

- $\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix}$: opérateurs différentiateurs approximant le gradient
- M_{int} : opérateur intégrateur (pour le lissage : filtre passe bas)
il peut être appliqué avant ou après la différentiation
- $\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix}$: opérateurs de Sobel ; $\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix} * M_{int} = \begin{pmatrix} M_1 * M_{int} \\ M_2 * M_{int} \end{pmatrix}$

L'intégrateur par excellence est le moyennneur : $M_{int} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$

Filtres Locaux Différentiels approximant le **Gradient**

Spécifiques

Opérateurs de Sobel

- On considère les opérateurs de Prewitt $\begin{pmatrix} M_1 \\ M_2 \end{pmatrix}$

$$M_1 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad M_2 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- Avec l'intégrateur

$$M_{int} = \frac{1}{9} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

- On trouve les opérateurs de Sobel

$$\begin{pmatrix} S_1 \\ S_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} M_1 * M_{int} \\ M_2 * M_{int} \end{pmatrix} \quad S_1 = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 2 \end{bmatrix} \quad \text{et} \quad S_2 = \frac{1}{9} \begin{bmatrix} -2 & 0 & 2 \\ -3 & 0 & 3 \\ -2 & 0 & 2 \end{bmatrix}$$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Gradient

Résultats : Suite

- Seuil = 0.05

Prewitt



Roberts



Sobel



Les images bruitées, seront traitées en TP

Filtres Locaux Différentiels approximant le Laplacien

- L'opérateur Laplacien d'une fonction f est en fait :

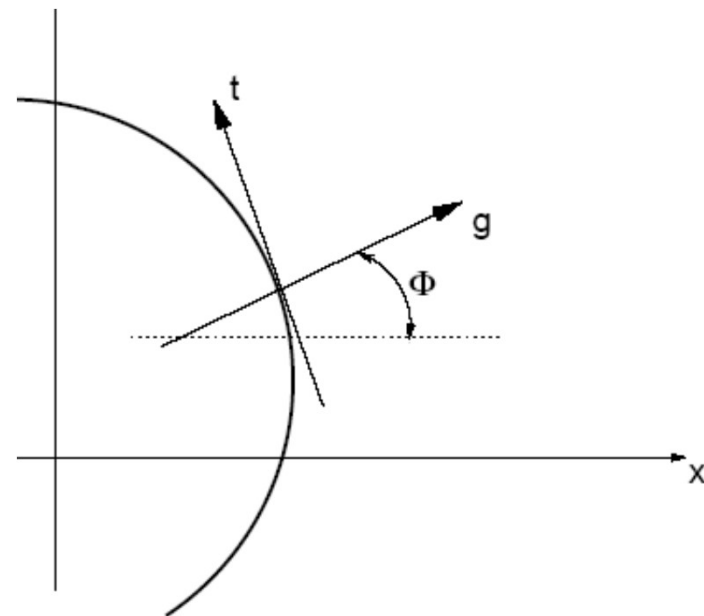
$$\Delta f = \nabla^2 f = \frac{\partial^2 f}{\partial g^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial t^2}$$

- Mais comme la composante tangentielle n'est valide que dans les zones de faibles courbures, alors qu'aux niveaux des courbures élevées $\frac{\partial^2 f}{\partial t^2} \cong 0$

→ Pour les contours, on prendra donc

$$\Delta I \cong \frac{\partial^2 I}{\partial g^2} \cong \frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 I}{\partial y^2}$$

$$\Delta I \cong I * \Delta = I * \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right)$$



Filtres Locaux Différentiels

approximant le Laplacien

Approximation numérique du Laplacien: différences finies

$$\Delta I \cong [I(x+1, y) + I(x-1, y) + I(x, y+1) + I(x, y-1)] - 4I(x, y)$$

Ou

$$\Delta I \cong [I(x+1, y) + I(x-1, y) + I(x, y+1) + I(x, y-1) + I(x, y-1) + I(x+1, y+1) + I(x-1, y-1) + I(x-1, y+1) + I(x+1, y-1)] - 8I(x, y)$$

On obtient les opérateurs suivants :

$$\Delta = \begin{bmatrix} 0 & +1 & 0 \\ +1 & -4 & +1 \\ 0 & +1 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad \Delta = \begin{bmatrix} +1 & +1 & +1 \\ +1 & -8 & +1 \\ +1 & +1 & +1 \end{bmatrix}$$

Filtres Locaux Différentiels

approximant le **Laplacien**

procédure de Détection des contours

Une fois, l'opérateur Δ approximant localement le Laplacien de l'image est défini

1. Ils sera convolué avec l'image I

$$\Delta I \cong I * \Delta$$

2. Puis, on détecte les points où il y'a passage par zéro, autrement dit, les points où il y'a variation du signe de ΔI par rapport aux points avoisinants

Remarque : Cet opérateur est extrêmement sensible au bruit, de ce fait son utilisation sans l'adjoindre à un lisseur (tel que pour Sobel) est obsolète

Filtres Locaux Différentiels

approximant le **Laplacien**

Spécifique

Opérateur Laplacien d'une Gaussienne LoG (Laplacian of Gaussian)

- Idem qu'avec les opérateurs approximant le contour, la problématique de détection du bruit comme contour se pose également pour les opérateurs approximant le Laplacien.
- L'opérateur LoG vise
 1. d'abord à lisser l'image : **par un filtre Gaussien** H_{Gauss}
 2. Puis détecter les contours : **par le Laplacien** Δ
- On effectuera donc :
$$\Delta I \cong I * H_{Gauss} * \Delta = I * \underbrace{\Delta H_{Gauss}}_{\Delta * H_{Gauss}}$$
- ΔH_{Gauss} est l'opérateur LoG

Filtres Locaux Différentiels

approximant le Laplacien

Spécifique

- **Opérateur Laplacien d'une Gaussienne LoG (Laplacian of Gaussian)**

- Le calcul du Laplacien d'une gaussienne donne :

$$\Delta H_{Gauss} = \frac{4}{\sqrt{2\pi}\sigma} \left(\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2} - 1 \right) e^{-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}}$$

- Pour $\sigma=0.5$, et

- sur un voisinage 3×3 , on obtient : $\Delta H_{Gauss} = \begin{bmatrix} 0.4038 & 0.8021 & 0.4038 \\ 0.8021 & -4.8233 & 0.8021 \\ 0.4038 & 0.8021 & 0.4038 \end{bmatrix}$

- sur un voisinage 5×5 , on obtient :

$$\Delta H_{Gauss} = \begin{bmatrix} 0.0448 & 0.0468 & 0.0564 & 0.0468 & 0.0448 \\ 0.0468 & 0.3167 & 0.7146 & 0.3167 & 0.0468 \\ 0.0564 & 0.7146 & -4.9048 & 0.7146 & 0.0564 \\ 0.0468 & 0.3167 & 0.7146 & 0.3167 & 0.0468 \\ 0.0448 & 0.0468 & 0.0564 & 0.0468 & 0.0448 \end{bmatrix}$$

Filtres Locaux Différentiels approximant le Laplacian

Résultats

LoG (sigma=1)



LoG (sigma=2)



LoG (sigma=3)



Filtres Locaux Différentiels approximant le Laplacian Résultats

Image bruitée par un bruit gaussien



prewitt



sobel



LoG(sigma=2.3)



Filtres Locaux Adaptés

- Ceux sont des variantes du filtrage Gradient.
- Ça consiste :
 - à filtrer l'image avec 8 masques directionnels,
 - puis prendre le résultat le plus élevé
 - qui est considéré comme représentant l'intensité du gradient

On en dénombre 4 opérateurs :

- Kirsch
- Campas Gradient
- À 3 niveaux
- À 5 niveaux

Filtres Locaux Adaptés

Opérateur de Kirsch

- Les filtres de Kirsch se déduisent par rotation de l'opérateur suivant :

$$\begin{pmatrix} -5 & -5 & -5 \\ 3 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix} \quad \text{dans toutes les directions possibles (**8 directions**)}$$

- On obtient :

$$\begin{pmatrix} -5 & -5 & -5 \\ 3 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & -5 & -5 \\ 3 & 0 & -5 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 & -5 \\ 3 & 0 & -5 \\ 3 & 3 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & -5 \\ 3 & -5 & -5 \end{pmatrix},$$
$$\begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ 3 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & -5 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 3 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & -5 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & 3 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ -5 & 3 & 3 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -5 & -5 & 3 \\ -5 & 0 & 3 \\ 3 & 3 & 3 \end{pmatrix}.$$

Filtres Locaux Adaptés

Campas Gradient

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Les 8 filtres directionnels sont:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & -1 \\ 1 & -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ -1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -1 & 1 \\ -1 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Filtres Locaux Adaptés

Opérateur à 3 niveaux

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

Les 8 filtres directionnels sont:

$$\begin{pmatrix} -1 & -1 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -1 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -1 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

Filtres Locaux Adaptés

Opérateur à 5 niveaux

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

Les 8 filtres directionnels sont:

$$\begin{pmatrix} -1 & -2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & -1 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ 2 & 0 & -2 \\ 1 & 0 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & -1 & -2 \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & -2 & -1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \\ -2 & -1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} -2 & -1 & 0 \\ -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}.$$