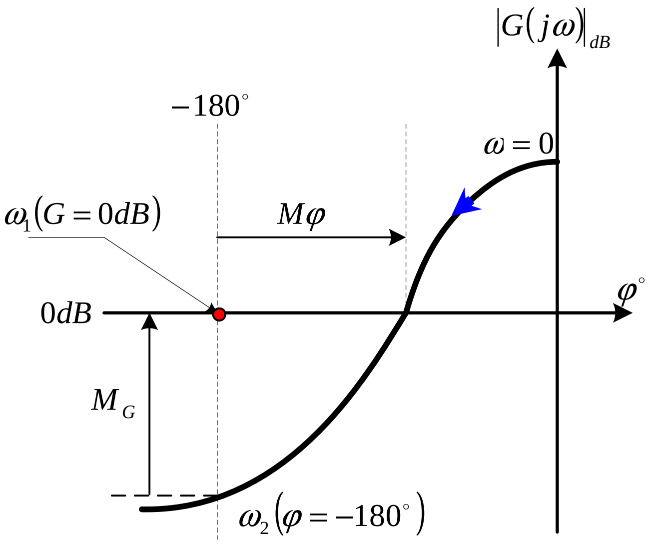
Chapitre 5 : Analyse et Synthèse des Systèmes Asservis Linéaires Continus par l'Abaque Nichols-Black

I. Analyse par l'Abaque Nichols-Black

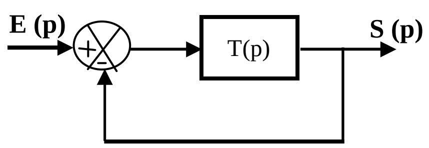
I.1. Critère de Rivers dans le plan de Black

Si en se déplaçant sur le lieu de Black du système en boucle ouverte dans **le sens des ω croissants** on laisse le ***point critique*** (-180°, 0 dB) à droite. Le système en boucle fermée est stable.



I.2. Présentation des abaques de Nichols-Black

Soit le schéma bloc d'un système Asservi linéaire à retour unitaire.



La FTBO est $|T(p)|$, soit $T(j\omega) = |T(j\omega)|.e^{j\varphi}$

La FTBF est : $H(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)} \Rightarrow H(p) = \dfrac{T(p)}{1+T(p)}$

Soit $Arg(H(j\omega)) = Cte$

$$H(j\omega) = \frac{T(j\omega)}{1+T(j\omega)}$$

$$\Rightarrow H(j\omega) = \frac{|T(j\omega)|.e^{j\varphi}}{1+|T(j\omega)|.e^{j\varphi}} \quad \Rightarrow H(j\omega) = \frac{|T(j\omega)|(\cos\varphi + j\sin\varphi)}{1+|T(j\omega)|(\cos\varphi + j\sin\varphi)}$$

Soit $H(j\omega) = |H(j\omega)|.e^{j\psi}$

$$\Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{|T(j\omega)|}{\sqrt{\left(1+|T(j\omega)|\cos\varphi\right)^2 + \left(|T(j\omega)|\sin\varphi\right)^2}}$$

$$\Rightarrow |H(j\omega)| = \frac{|T(j\omega)|}{\sqrt{1+|T(j\omega)|^2 + 2|T(j\omega)|\cos\varphi}} \qquad \text{(a)}$$

$$\Rightarrow Arg\left(H(j\omega)\right) = \varphi - arctg\left(\frac{|T(j\omega)|\sin\varphi}{1+|T(j\omega)|\cos\varphi}\right) \qquad \text{(b)}$$

Les équations (a) et (b) permettent, à partir du gain et de la phase du système en boucle ouverte, de déterminer le gain et la phase du système bouclé à retour unitaire. Les calculs sont souvent longs et fastidieux.

Une solution graphique consiste à utiliser les abaques de black Nichols.

Les courbes isogains et isophases tracées sur l'abaque de Black permettent à chaque point du lieu de Black de la transmittance $T(j\omega)$ d'associer le gain et la phase de $H(j\omega)$.

I.3. Utilisation des abaques

On trace sur l'abaque utilisé ou sur une feuille de papier transparente posée sur l'abaque, le lieu de transfert relatif à la FTBO $T(j\omega)$. On gradue cette courbe en fonction de ω. Ce lieu coupe les faisceaux de courbes $|H(j\omega)|_{dB} = Cte$ et $Arg(H(j\omega)) = Cte$ de l'abaque. On note alors, pour diverses valeurs de ω, les valeurs de $|H(j\omega)|_{dB}$ et $Arg(H(j\omega))$.

I.4. Caractéristiques prélevées sur l'abaque :

a. Marge de gain MG :

C'est l'écart en gain par rapport à 0 dB lorsque le déphasage est de -180°.

$$MG_{dB} = -20\log|T(j\omega_A)|$$
$$avec: \ Arg(T(j\omega_A)) = -\pi$$

b. Marge de Phase : Mφ

C'est l'écart en phase par rapport à -180° lorsque le gain du système en boucle ouverte est égal à 1 (0dB)

$$M\varphi = Arg(T(j\omega_B)) + \pi$$
$$avec : \left|T(j\omega_B)\right|_{dB} = 0$$

c. Le gain statique en boucle ouverte :

pour $\omega = 0$, lu directement sur l'axe des $\left|T(j\omega)\right|_{dB}$.

d. Le gain statique en boucle fermée :

lu directement pour $\omega = 0$, sur la courbe isogain.

e. La pulsation de résonance en boucle fermée ω_R

la pulsation de résonance correspondant au maximum du module de la FTBF $\left|H(j\omega)\right|_{\max}$.

Le module de la FTBO $T(j\omega)$ est alors tangent au contour $\left|H\right|_{\max}$ pour la valeur ω_R de ω.

f. Le facteur de résonance *:*

$$Q = \left|H(j\omega)\right|_{\max} - \left|H(0)\right|$$

g. Le pic de résonnace : MP

$$MP = \left|H_{\max}\right|_{dB} - \left|H(0)\right|_{dB}$$

$$MP = 20.Log_{10}\,Q$$

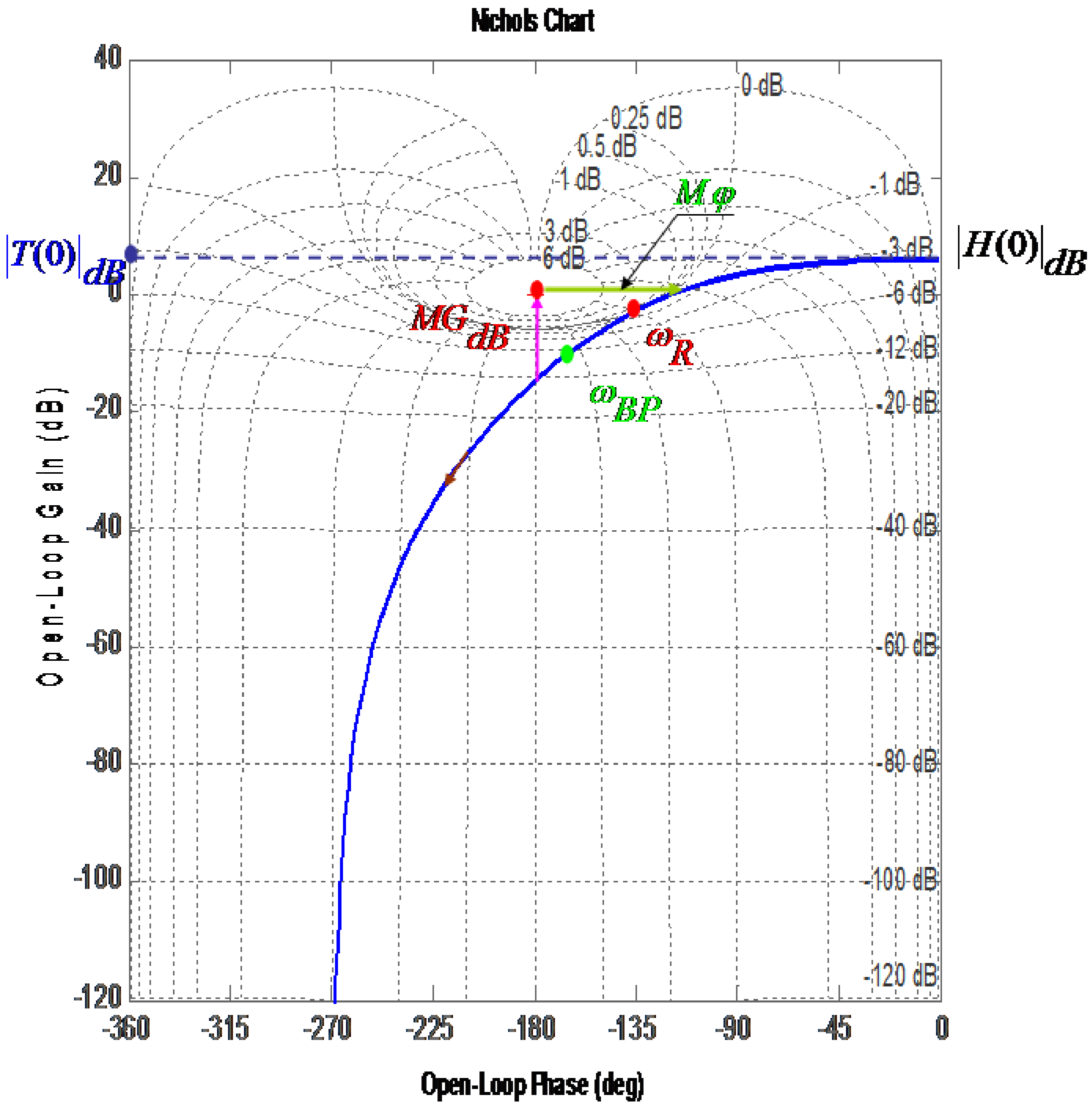
h. La pulsation de coupure à -3dB : ω_{BP}

la pulsation pour laquelle la courbe $\left|T(j\omega)\right|_{dB} = f(\arg(T(j\omega))$ coupe la courbe isogain : $\left|H(0)\right|_{dB} - 3dB$.

Exercice 1 :

Soit le lieu de Black d'un système en boucle ouverte. Ce système est placé dans une chaine d'asservissement à retour unitaire.

Déterminer les caractéristiques du système en boucle fermée.



%%% n=[2]; d=[1 4 3 1]; h=tf(n,d); nichols(h); grid %%%%

$MG_{dB} = 14{,}5dB$

$M\varphi = 66°$

$|T(0)|_{dB} = 5\,dB$

$|H(0)|_{dB} = -3{,}2dB$

$\omega_R = 1{,}33\,rad\,/\,s$

$$\left|H_{\max}\right|_{dB} = 1dB$$

$$MP = \left|H_{\max}\right|_{dB} - \left|H(0)\right|_{dB}$$

$$MP = 1 - (-3,2) = 4,2dB$$

$$\omega_{BP} = 1,38\,rad/s$$