Série d'exercices corrigés

Exo 1

Un contre-canal a été installé parallèlement à une rivière. Les deux ouvrages sont séparés par un talus constitué d'un matériau perméable ($K=10^{-5}$ m/s), d'une largeur de 10 m et d'une longueur de 500 m. La hauteur d'eau passe de 3 m dans la rivière à 1 m dans le contre-canal.

1. Représenter schématiquement le dispositif.
2. Calculer le débit qui transite à travers ce talus

Exo 2

Etablir les équations donnant le débit et la ligne d'eau de surface selon la théorie de Dupuit dans le cas d'un écoulement radial vers un puits en nappe libre. Faire toute la démonstration en énonçant les hypothèses du modèle de calcul de Dupuit.

Exo 3

Calculer le débit de pompage dans un puits parfait de 60 cm de diamètre qui capte une nappe libre, sachant que son rabattement est de 5,5 m. La position initiale de la nappe avant le pompage était de 12 m au dessus du substratum imperméable. L'aquifère considéré a un coefficient de perméabilité est de 2.10^{-4} m/s.

Exo 4

On souhaite déterminer la porosité efficace ($\mathbf{n_e}$) et le coefficient d'emmagasinement ($\boldsymbol{S}$) d'un aquifère libre, dont la superficie est de 10^5 hectares. Cet aquifère qui est situé en zone semi-aride est soumis à un pompage intensif où l'on extrait annuellement un volume d'eau souterraine de 500 Hm^3, ce qui conduit à un rabattement annuel du niveau de la nappe de l'ordre de 3 m.
(Hm^3 : hectomètre cubes $\rightarrow$ 1 $Hm^3 = 10^6$ m^3, 1 hectare = 10 000 m²)

Exo 5

Une commune est alimentée par un puits dans une nappe captive de 100 m d'épaisseur et dont la hauteur à l'équilibre est aussi de 100m. Le débit pompé est Q= 628 litres par seconde. La conductivité hydraulique est K=0.001 m/s. Le diamètre du puits est d=1m et le rayon d'influence est R=450 m.

1. Calculer le rabattement dans le puits et À 100 mètres du puits.
2. On creuse un deuxième puits à 200 mètres du premier, et ayant des caractéristiques identiques à celui-ci. Calculer le rabattement en un point situé au milieu entre les deux puits (à 100 mètres de chacun).
3. Mêmes questions que 1 et 2 en considérant que la nappe est libre.

Exo 6

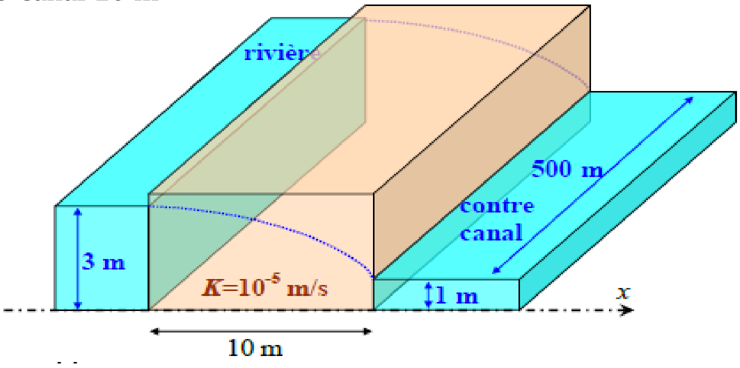
Déterminer le coefficient de perméabilité K dans une nappe captive si les mesures du rabattement dans deux piézomètres situés respectivement à 20 et 150 m du puits sont, dans l'ordre 3,3 et 0,3 m. L'épaisseur de la nappe est de 30 m et le débit est de 0,2 m^3/s.

Corrigé 1

Données :

- Hauteur d’eau dans la rivière 3 m
- Hauteur d’eau dans le contre-canal 1 m
- Longueur du canal 500 m
- Largeur du talus séparant rivière du contre-canal 10 m
- Perméabilité du talus $K=10^{-5}$ m/s

1. Représentation schématique



2. Calcul du débit qui transite à travers le talus

$$Q = \frac{K * D}{2 * L}(h^2 - z^2)$$

$\boldsymbol{K} = 10^{-5}\ m/s$ $\boldsymbol{D} = 500\ m$ $\boldsymbol{L} = 10\ m$ $\boldsymbol{h} = 3\ m$ $\boldsymbol{z} = 1\ m$

$$Q = \frac{500 * 10^{-5}}{2 * 10}(3^2 - 1^2) = 0{,}002\ m^3/s$$

$$\boldsymbol{Q = 2\ l/s}$$

Corrigé 2

A. Hypothèses

- ✓ Le milieu homogène, isotrope et indéformable,
- ✓ La composante verticale des vitesses négligeable,
- ✓ La vitesse identique en tous points d’une même verticale
- ✓ Les équipotentielles théoriques sont verticales
- ✓ La loi de Darcy est applicable

B. Calculs

Débit : $Q = q\,S$ avec $S = 2\,\pi \cdot x \cdot z$; Darcy : $q = K\,\frac{dH}{dx} = K\,\frac{dz}{dx}$

$Q = 2\,\pi \cdot x \cdot z \cdot K\,\frac{dz}{dx}$ D’où $Q\,\frac{dz}{x} = 2\,\pi\,K\,zdz$

Après intégration : $Q\,lnx = 2\,\pi\,K\,\frac{z^2}{2} + Cte$

Conditions aux limites :

- $x = r \implies z = z_0$
- $x = R \implies z = H$

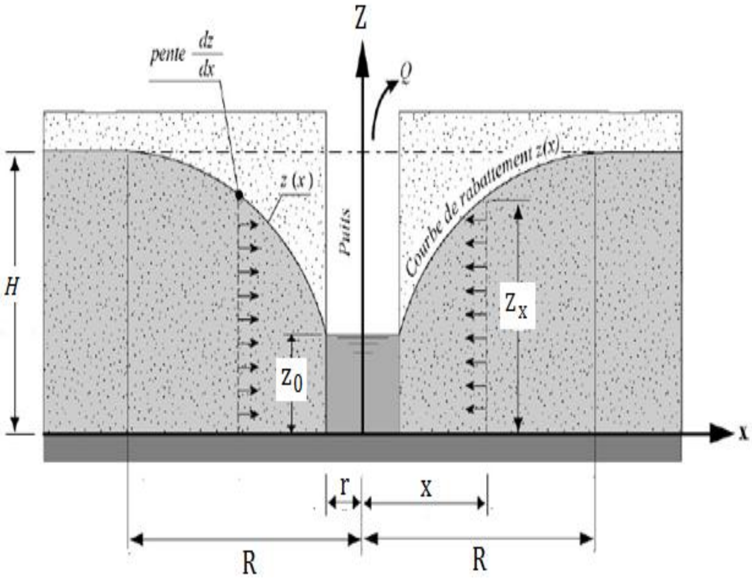
La constante d’intégration calculée avec les conditions aux limites (Cte = 0)

C. Résultats

$$Q = \pi K_S \frac{(H^2 - z_0^2)}{Ln(R/r)}$$

L'équation de la surface de la nappe libre est :

$$\boldsymbol{z(x) = \sqrt{(H^2 - z_0{}^2)\frac{Ln(x/r)}{Ln\,(R/r)} + z_0^2}}$$



Corrigé 3

Données :

- Diamètre du puits 60 cm → Rayon $\boldsymbol{r}$ = 0,3 m
- Niveau piézométrique $\boldsymbol{H}$ = 12 m
- Niveau dynamique $\boldsymbol{z_0}$ = Niveau piézométrique – rabattement = 12 – 5,5 = 6,5 m
- Perméabilité $\boldsymbol{K}$ = 2.10^{-4} m/s

Le débit calculé par la formule de Dupuit pour une nappe libre s'exprime comme suit :

$$Q = \pi K \frac{(H^2 - z_0^2)}{Ln(R/r)}$$

L'inconnu dans cette formule est le rayon d'action (rayon d'influence) qui peut être calaculé en utilisant la formule de Sichardt :

$$R(m) = 3000\,(H - z_0)\,\sqrt{K} \quad \Longrightarrow \quad R(m) = 3000 \, * 5{,}5 * \sqrt{2 \cdot 10^{-4}} \approx 233\, m$$

Le débit approximatif du puits est :

$$Q = \pi \cdot 2 \cdot 10^{-4}\, \frac{(12^2 - 6{,}5^2)}{Ln(233/0{,}3)} = 9{,}6 \cdot 10^{-3}\ m^3/s$$

$$\boldsymbol{Q = 9{,}6\ l/s}$$

Corrigé 4

Données :
- Surface de l'aquifère $\boldsymbol{A}$: 10^5 hectares = 10^9 m²
- Volume extrait $\boldsymbol{V}$: 500 Hm^3 = 5.10^8 m^3
- Rabattement de la nappe $\boldsymbol{\Delta H}$: 3 m

$$\boldsymbol{S = \frac{\Delta V}{A\,\Delta H} \quad \Longrightarrow \quad S = \frac{5 \cdot 10^8}{10^9 \cdot 3} = 0{,}167}$$

Dans le cas d'un aquifère libre, la porosité efficace ($\mathbf{n_e}$) correspond au coefficient d'emmagasinement ($\boldsymbol{S}$), donc :

$$\boldsymbol{S = \mathbf{n_e} = 16{,}7\%}$$

Corrigé 5

Données

- Epaisseur de l'aquifère $\boldsymbol{e}$ (ou H) = 100 m ;
- Perméabilité $\boldsymbol{K}$ = 0.001 m/s ;
- Débit $\boldsymbol{Q}$ = 628 l/s = 0.628 m3/s ;
- Diamètre du puits $\boldsymbol{d}$ = 1 m → Rayon du puits $\boldsymbol{r}$ = 0.5 ;
- Rayon d'action $\boldsymbol{R}$ = 450 m.

A. Formule de Dupuit pour une nappe captive

$$Q = \frac{2\pi Ke(H - h_0)}{ln\frac{R}{r}} \quad \Longrightarrow (H - h_0) = \Delta s = \frac{Q}{2\pi Ke}\, ln\frac{R}{r}$$

1. Rabattement dans le puits et à 100 m du puits

a. Rabattement dans le puits

$$\Delta s = \frac{0{,}628}{2 * 3{,}14 * 0{,}001 * 100} * ln\frac{450}{0{,}5} \quad \Longrightarrow \Delta s = 6{,}8\, m$$

b. Rabattement à 100 m du puits

$$\Delta s = \frac{0{,}628}{2 * 3{,}14 * 0{,}001 * 100} * ln\frac{450}{100} \quad \Longrightarrow \Delta s = 1{,}5\, m$$

2. Le rabattement est double par rapport à un puits seul donc, car le débit pompé sera doublé.

$$\Delta s = \frac{2 * 0{,}628}{2 * 3{,}14 * 0{,}001 * 100} * ln\frac{450}{100} \quad \Longrightarrow \Delta s = 3{,}0\, m$$

B. Formule de Dupuit pour une nappe libre

$$Q = \frac{\pi K(H^2 - h_0^2)}{ln\frac{R}{r}} \quad \Longrightarrow (H^2 - h_0^2) = \frac{Q}{\pi K}\, ln\frac{R}{r}$$

$$h_0 = \sqrt{H^2 - \frac{Q}{\pi K}\, ln\frac{R}{r}} \quad \Longrightarrow \Delta s = H - h_0$$

3. On connait la valeur de **H** (100 m), on calcule $\mathbf{h_0}$, puis le rabattement **Δs**.

a. Rabattement dans le puits (**r** = 0.5)

$$h_0 = \sqrt{100^2 - \frac{0{,}628}{\pi \cdot 0{,}001}\, ln\frac{450}{0{,}5}} = 92.95$$

$$\Delta s = 100 - 92.95 = 7{,}05\, m$$

b. Rabattement à 100 m du puits (**r** = 100 m)

$$h_0 = \sqrt{100^2 - \frac{0{,}628}{\pi \cdot 0{,}001}\, ln\frac{450}{100}} = 98.48$$

$$\Delta s = 100 - 98.48 = 1{,}52\, m$$

Corrigé 6

Données :

- Débit = 0,2 m^3/s
- Epaisseur de la nappe $\boldsymbol{e}$ = 30 m
- Rabattement dans le premier piézomètre (x_1 : 20 m) :

$$\Delta s_1 = 3{,}3 \text{ m} \rightarrow H_1 = e - \Delta s_1 = 30 - 3{,}3 = 26{,}7\ m$$

- Rabattement dans le deuxième piézomètre (x_2 : 150 m) :

$$\Delta s_2 = 0{,}3 \text{ m} \rightarrow H_2 = e - \Delta s_2 = 30 - 0{,}3 = 29{,}7\ m$$

A. Formule de Dupuit pour une nappe captive

$$Q = \frac{2\pi K e (H - h_0)}{ln\frac{R}{r}} \qquad \Longrightarrow \qquad K = Q\ ln\left(\frac{x_1}{x_2}\right) \cdot \frac{1}{2\,\pi\,(H_1 - H_2)\cdot e}$$

$$K = 0{,}2\ ln\left(\frac{150}{20}\right) \cdot \frac{1}{2\,\pi\,(29{,}07 - 26{,}7)\cdot 30}$$

$$K = 9{,}02 \cdot 10^{-4}\ m/s$$