

Chapitre II

OBSERVATION & EXPÉRIENCE.

" L'expérience est toujours acquise en vertu d'un raisonnement précis, établi sur une idée qu'a fait naître l'observation et que contrôle l'expérience"
Claude Bernard ¹

1. L'OBSERVATION.

Nous sommes reliés au monde extérieur par nos sens : la vue nous permet de percevoir la forme d'un objet, sa couleur, sa position et son mouvement dans l'espace. L'ouïe détecte le son, le toucher permet d'apprécier la température d'un corps, le goût et l'odorat sa saveur et son odeur. Ainsi l'évolution d'un phénomène naturel peut être directement perçue par nos sens, notamment la vue.

Mais l'observation est-elle suffisante pour expliquer un phénomène ?

L'observation peut être source d'illusions, comme le montre le dessin de Joseph Jastrow ² (figure II.1), où l'on peut voir tantôt un lapin tantôt un canard.

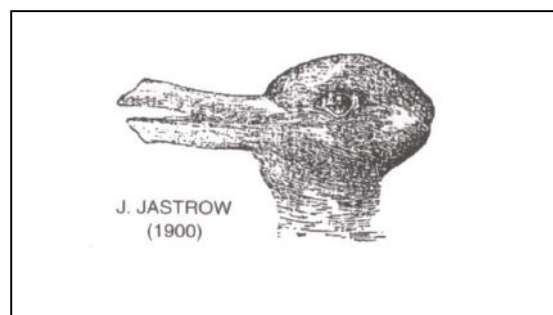


Figure II.1

Elle peut être entachée d'erreurs dues :

- à l'influence du milieu : réfraction (mirage figure II. 2.b), etc..
- à la position de l'observateur : parallaxe (figure II. 2.a)
- au mouvement relatif de l'observateur : effet Doppler, aberration, etc..

La parallaxe est une erreur due à la position de l'observateur par rapport à ce qu'il observe.

¹ Cité dans CUVIER page 459

² Joseph **Jastrow** (1863-1944) psychologue américain.

Sur la figure ci-dessous, le juge de touche, correctement placé, signale un hors jeu dans un match de football. Le spectateur par contre, victime d'une

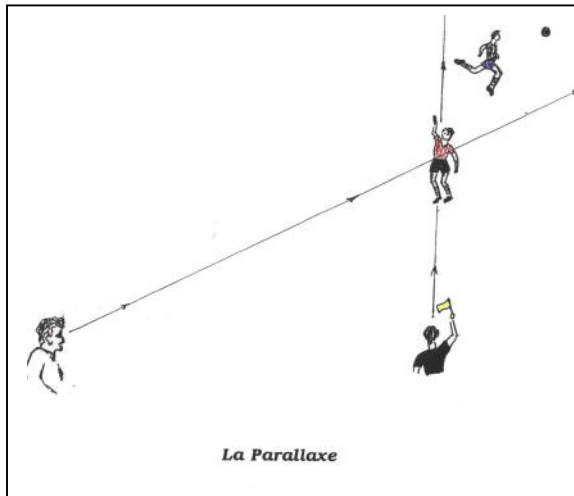


Figure I. 2. a



Figure I. 2.b

erreur de parallaxe, a l'impression que l'attaquant, qui s'apprête à tirer, n'est par hors jeu. L'erreur de parallaxe intervient dans les expériences lorsqu'on utilise des appareils de mesures analogiques.

En astronomie, la parallaxe est due au fait que la position de l'observateur, par rapport à l'étoile qu'il observe, change au cours de l'année, en raison du mouvement annuel de la Terre sur l'écliptique.

En outre, nos sens sont limités dans l'appréciation des dimensions des objets et dans la perception des fréquences des ondes lumineuses et sonores.

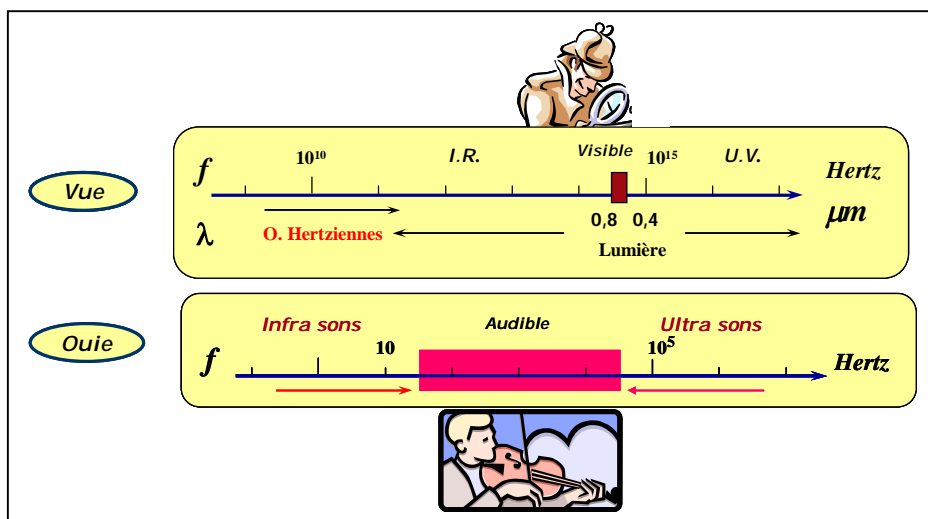


Figure II. 3

L'œil ne perçoit que la lumière dont la longueur d'onde est comprise entre 0.4 et 0.8 μm et l'ouïe n'est sensible qu'aux sons dont la fréquence se situe entre 16 et 16 000 hertz.

2. L'EXPÉRIENCE.

2. 1. Introduction

L'observation ne suffit pas, il faut donc procéder à l'expérience :

L'expérience consiste à faire des observations dans des conditions qui ont été au préalable arrangées afin de corriger les erreurs d'observation et d'éliminer les phénomènes parasites. L'expérience est menée dans un milieu où l'on peut contrôler différents paramètres, la température, la pression , etc..

L'expérimentateur effectue des mesures à l'aide d'instruments et de dispositifs conçus à partir de théories physiques³. Les erreurs d'observation, comme la parallaxe et la réfraction en astronomie, et celles qui sont dues à l'introduction des appareils, sont prises en compte.

La mesure permet d'associer, au phénomène étudié, des valeurs numériques indispensables à l'utilisation de l'outil mathématique.

La connaissance proprement dite est d'un tout autre ordre que la perception. Elle consiste dans la détermination des rapports constants et permanents des choses par la mesure des phénomènes. L'acte de mesurer est plus que l'acte de percevoir. Cette connaissance par la mesure nous conduit à une perception des rapports des choses qui n'a plus qu'un lointain rapport avec la perception. .. C'est donc seulement dans la connaissance scientifique, expérimentale et rationnelle, que peut s'opérer cet accord des esprits, qui ne se réalise jamais même dans la perception la plus parfaite.

J. Lagneau ⁴ (*Célèbres leçons*)

Ainsi la méthode expérimentale est basée sur la mesure, d'où l'introduction du concept de grandeur physique.

2. 2. Grandeurs physiques

L'évolution d'un phénomène physique dépend de paramètres ayant la propriété de varier et d'être représentés par des nombres : Ce sont les grandeurs physiques.

Deux grandeurs sont de la même espèce si on peut les comparer.

Exemple : La longueur d'une table, la hauteur d'un arbre, le rayon de la Terre etc...

Soient deux grandeurs G_1 et G_2 d'une même espèce G , on dit que la grandeur G est mesurable si on peut trouver un moyen qui permet d'aboutir à la relation :

$$G_1 = k G_2 \quad \text{ou} \quad G_1 / G_2 = k$$

Une grandeur est mesurable lorsqu'on sait définir le rapport de deux grandeurs de son espèce.

³ Voir, dans ce chapitre, le § 2.8.

⁴ Cité dans CHABIN *et al.* page 119. Jules **Lagneau** (1861-1894) philosophe français. Disciple de Lachelier, il eut, comme élève, le célèbre philosophe Alain.

Si, parmi toutes les grandeurs G d'une même espèce, on choisit arbitrairement une grandeur U qui sera prise comme référence ou unité, il sera alors possible d'exprimer toutes les grandeurs G en fonction de U sous la forme :

$$G = g U$$

Dans cette expression g est un nombre⁵ qui représente la mesure de G avec l'unité choisie U .

2. 3. Grandeurs fondamentales et grandeurs dérivées.

En physique, toutes les grandeurs peuvent s'exprimer en fonction d'un certain nombre de grandeurs indépendantes dites "*grandeurs fondamentales*", les autres grandeurs seront exprimées en fonction de celles-ci et seront appelées "*grandeurs dérivées*".

Le choix des grandeurs fondamentales est arbitraire mais, pour que le système d'unité soit cohérent, leur nombre N doit être tel que ⁶ :

$$N = N_t - N_r$$

où N_t est le nombre total de grandeurs qui interviennent dans la discipline considérée et N_r le nombre de formules qui relient ces grandeurs⁷. Si le nombre de grandeurs fondamentales est supérieur à N , le système d'unités est incohérent, les formules sont alors affectées de coefficients numériques parasites. Mais ce choix ne crée aucun problème de fond. Par contre s'il est inférieur à N , on se trouve confronté à des difficultés et amené à confondre certaines grandeurs physiques. Il en était ainsi avec les anciens systèmes C.G.S comme nous le verrons au paragraphe 2. 6.

Le nombre des grandeurs fondamentales dépend de la discipline considérée :

En géométrie une seule grandeur fondamentale suffit : La longueur L dont la dimension est $[L]$. Les autres grandeurs, la surface et le volume, s'expriment en fonction de L

En cinématique il en faut deux, en effet :

$N_t = 6$: Longueur L , Surface : S , Volume V , Temps T , Vitesse V , Accélération : γ

$N_r = 4$: $S = L_1.L_2$ $V = S.L$ $V = L/T$ $\gamma = V/T$

$$N = 6 - 4 = 2$$

Si on considère d'autres grandeurs, la vitesse aréolaire et le débit par exemple, N_t augmente de 2 unités mais le nombre de relations N_r augmente du même nombre d'unités et N reste toujours égal à 2.

On a choisi la longueur L et le temps T comme grandeurs fondamentales.

⁵ Dans '*Arithmetica Universalis*' (1707), Newton définit le concept de nombre à partir du rapport « *On entend par nombre, moins une collection de plusieurs unités qu'un rapport abstrait d'une quantité quelconque à une autre de même espèce qu'on regarde comme unité* ». Cité dans DHOMBRES page 163.

⁶ Voir Emmanuel DUBOIS *Electromagnétisme* T. II, Livre IV : *Les unités électriques*, .Delagrave Paris 1955

⁷ Le théorème de Vaschy Buckingham donne le même résultat dans le cas d'un phénomène physique (voir § 3.2 dans ce chapitre)

En mécanique, trois grandeurs fondamentales sont nécessaires : La longueur L , la masse M , et le temps T dont les dimensions sont respectivement : $[L]$, $[M]$ et $[T]$

En Électrodynamique il faut une quatrième grandeur fondamentale : La charge électrique Q , ou l'intensité électrique I de dimension $[I]$

En Physique on utilise actuellement 7 grandeurs fondamentales. Aux quatre précédentes, on a ajouté la température, l'intensité lumineuse et le nombre de molécules dont les dimensions sont respectivement $[\Theta]$, $[J]$ et $[N]$

Toutes les grandeurs dérivées peuvent être exprimées en fonction de ces 7 grandeurs fondamentales sous la forme :

$$[X] = [M^\alpha L^\beta T^\gamma I^\delta \Theta^\epsilon J^\zeta N^\eta].$$

C'est "l'équation aux dimensions" de la grandeur X .⁸

Exemples :

Force :	$F \sim [M^1 L^1 T^{-2}]$.
Travail, Energie :	$W \sim [M^1 L^2 T^{-2}]$.
Potentiel électrique :	$U \sim [M^1 L^2 T^{-3} I^{-1}]$.
Champ magnétique :	$B \sim [M^1 T^{-2} I^{-1}]$.
Viscosité :	$\eta \sim [M^1 L^{-1} T^{-1}]$.
Entropie :	$S \sim [M^1 L^2 T^{-2} \Theta^{-1}]$.
Conductivité thermique	$C \sim [M^1 L^1 T^{-3} \Theta^{-1}]$.

Remarque : Auparavant, on considérait que la quantité de chaleur, mesurée en calories, était une grandeur fondamentale, or la chaleur est une forme d'énergie. Elle se mesure, par conséquent, en joules et s'exprime en fonction de $[M]$, $[L]$, $[T]$.

Certaines grandeurs n'ont pas de dimensions et sont représentées par un nombre indépendant du système d'unités: L'indice de réfraction par exemple

$$n = c/v$$

2. 4. Les concepts de longueur, de temps, de masse et de charge électrique.

Les concepts de longueur et de temps sont acquis par l'homme dès son enfance.

La première notion de temps est un "temps psychologique" qui dépend des individus. C'est l'intervalle de temps qui sépare deux états de conscience

⁸ Dans son "Traité d'Electricité et de Magnétisme", dont la première édition date de 1877, MAXWELL commence son cours par l'analyse dimensionnelle et introduit une série de symboles dont certains sont encore employés. A cette époque, on utilisait, en électricité et en magnétisme, que les trois grandeurs fondamentales de la mécanique. Voir, dans ce chapitre, le § 2.6.

chez un même individu. Ce temps semble s'écouler plus vite à mesure que l'homme vieillit ; en outre, chez une même personne, l'écoulement du temps est ressenti différemment en fonction de son état physique ou psychologique. On fait alors appel à un temps scientifique ⁹ indépendant de toute sensation humaine.

Le concept de masse est moins évident¹⁰, la masse est ressentie à travers le poids d'un objet que l'on soulève. En physique ce concept intervient sous deux aspects différents :

- La masse d'inertie m_i traduit l'aptitude d'un corps à résister à toute modification de mouvement qu'on lui impose. Elle intervient dans la relation fondamentale de la dynamique :

$$\vec{F} = m_i \vec{\gamma}$$

où γ désigne l'accélération.

- La masse d'attraction m_a qui se manifeste lorsque ce corps interagit avec un autre de masse M_a . Cette interaction est donnée par la loi de l'attraction universelle de Newton :

$$\vec{F} = K \frac{m_a M_a}{r^2} \vec{u}$$

La théorie de la relativité générale montre que ces deux masses m_i et m_a sont équivalentes et constituent une seule et même grandeur.

Le concept de charge électrique, ou de courant, est plus abstrait. Comme précédemment, pour la masse d'attraction, la charge électrique q d'un corps se manifeste par la force que celui-ci exerce sur un autre corps de charge Q . Cette force est donnée par la loi de Coulomb :

$$\vec{F} = k \frac{q Q}{r^2} \vec{u}$$

\vec{u} est un vecteur unitaire porté sur la droite qui joint les deux masses ou les deux charges et r la distance qui les sépare.

2. 5. Le concept de température.

La température a-t-elle une dimension propre ou est-ce une forme d'énergie ? Cette question a suscité une controverse entre scientifiques¹¹, car cette grandeur a un statut particulier : ce n'est pas une grandeur additive.

La température est liée à la "qualité" de chaud et de froid que possède un corps et que nous percevons à travers le sens du "toucher". Cette qualité

⁹ Les concepts d'espace et de temps seront discutés au paragraphe 4.4. du chapitre V : La déduction.

¹⁰ Voir Aït Gougam, Bendaoud, Doulache & Mekidèche : Electricité S2 Ch I Annexe 1 Site usthb.dz Faculté de Physique

¹¹ Dans leur cours de Physique générale, Alonso et Finn (voir Ref. 17 Ch I) ne considèrent que les 4 grandeurs fondamentales du système MKSA (Tome 1, pages 16 à 31).

n'est pas, comme la longueur, la masse, le temps etc.. une grandeur quantitative :

“ Mais désireux d'employer autant que possible le langage de l'algèbre, nous allons substituer à la considération de cette qualité, le chaud, celle d'un symbole numérique, la température.”¹²

A ce nombre, lié à la température, doit être jointe l'échelle qui a servi à le repérer, de même que, après la mesure d'une grandeur quantitative, on doit donner un résultat numérique suivi de l'unité de mesure.

Dans l'article où il énonce le théorème II de l'analyse dimensionnelle¹³, Buckingham montre son désaccord avec ceux qui pensent que, la température absolue ayant la dimension d'une énergie, on peut alors se limiter à 4 grandeurs fondamentales. Selon Buckingham¹⁴ : Si par “température absolue” on entend celle qui est mesurée dans l'échelle thermodynamique, le rapport de deux températures est alors par définition le rapport de deux quantités de chaleur¹⁵. Avec un tel raisonnement, on pourrait dire que le rapport de deux forces, appliquées successivement à un même ressort, est égal au rapport des deux allongements du ressort provoqués par ces forces. Ce n'est pas une raison pour conclure que la force a la dimension d'une longueur ; de même on ne peut pas dire que la température a la dimension d'une énergie.

La température est une estimation de l'énergie cinétique due à l'agitation moléculaire. Lorsque cette agitation est nulle, la température est fixée à la valeur zéro, puis sa valeur augmente avec l'agitation thermique. La température devient alors une grandeur mesurable à partir du moment où un autre point fixe de référence a été choisi : il s'agit du “point triple de l'eau”¹⁶. Mais cette grandeur ne peut pas être exprimée en fonction des 4 grandeurs M, L, T, I, du système MKSA, c'est la raison pour laquelle elle est considérée, depuis 1954, comme une grandeur fondamentale.

2. 6. Les systèmes d'unités.

Les grandeurs fondamentales étant choisies, on doit faire correspondre à chacune d'elles une unité de mesure et, si possible la représenter par un étalon de mesure.

Système métrique : Les unités de longueur et de masse ont été définies lors de l'introduction du système métrique, après la révolution française.

Le mètre a été défini à partir de la mesure de la longueur du méridien terrestre et le Kilogramme à partir d'une masse de 1 décimètre cube d'eau à son maximum de densité à la pression atmosphérique.

¹² DUHEM *La théorie physique* page 169.

¹³ Voir § 3.2

¹⁴ Buckingham : Voir § 3.2.

¹⁵ Donc de deux énergies.

¹⁶ Ce point fixe les conditions dans lesquelles coexistent les trois états de l'eau (liquide, solide et gazeux).

Pour chaque unité on a réalisé un étalon en platine iridié qui est conservé au Bureau International des Poids et Mesures (BIPM), à Sèvres, en France, près de Paris. Les figures 4 et 5 représentent le sigle du BIPM et le Kilogramme étalon.

Système MKS : La 1^{re} Conférence générale des poids et mesures (CGPM) a adopté en 1889 le système « MKS », du nom de ses unités de base, le *mètre*, le *kilogramme* et la *seconde*.

Actuellement, le mètre est défini comme étant "*la distance parcourue par la lumière, dans le vide, pendant une durée de 1/299 792 458 de seconde*".

La seconde, initialement définie à partir du jour solaire moyen, puis de l'année tropique 1900, est "*la durée de 9 192 631 770 périodes de la radiation du césium 133*".



Figure II.4



Figure II.5

Systèmes CGS: Dans les anciens systèmes d'unités C.G.S électrostatique et magnétostatique, utilisés au XIX^{ème} siècle, on ne considérait que les trois grandeurs fondamentales de la mécanique et on avait choisi arbitrairement la permittivité diélectrique du vide $\epsilon_0 = 1$ et la perméabilité magnétique $\mu_0 = 1$ non dimensionnées¹⁷. Cela a entraîné une confusion entre certaines grandeurs.

Ainsi les dimensions de \vec{E} et \vec{D} étaient identiques dans le système CGS électrostatique :

$$[L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}].$$

et différentes dans le système CGS électromagnétique :

$$\vec{E} = [L^{-1/2} M^{1/2} T^{-1}] \quad \text{et} \quad \vec{D} = [L^{-3/2} M^{1/2}].$$

Quant à la résistance électrique, elle avait les dimensions d'une vitesse :

$$R = [L^1 T^{-1}].$$

en CGS électromagnétique et l'inverse en CGS électrostatique, ce qui est absurde. En outre, dans l'équation aux dimensions, les exposants ne sont pas toujours des nombres entiers. En 1901, le physicien italien Giorgi¹⁸ avait proposé d'ajouter une quatrième grandeur fondamentale, la résistance électrique, mesurée en Ohm, mais cette proposition ne fut pas retenue. On continua à utiliser le système CGS mais, en 1930, ϵ_0 et μ_0 sont pour la première fois dimensionnées.

¹⁷ Voir le cours de MAXWELL Tome II, pages 298-300.

¹⁸ Giovanni **Giorgi** (1871-1950) physicien et ingénieur italien.

Exercice II. 1: Trouver les dimensions de la charge électrique Q dans le système CGS électrostatique en partant de la loi de Coulomb et dans le système CGS électromagnétique, à l'aide de la formule d'Ampère (Ch. IV, § 3.2). Retrouver les dimensions de \vec{E} , \vec{D} et R données ci-dessus.

Système MKSA : Le système MKSA, approuvé en 1946, est actuellement utilisé en électromagnétisme. Dans ce système, la longueur est mesurée en *mètre*, la masse en *kilogramme*, le temps en *seconde* et le courant électrique en *ampère*.

Grandeur	Longueur	Masse	Temps	Intensité
Unité	<i>Mètre</i>	<i>Kilogramme</i>	<i>Seconde</i>	<i>Ampère</i>

L'ampère ¹⁹ est l'intensité d'un courant électrique constant qui, maintenu dans deux conducteurs parallèles, rectilignes, de longueur infinie, de section circulaire négligeable et placés à une distance de 1 mètre l'un de l'autre dans le vide, produirait entre ces conducteurs une force $F = 2.10^{-7}$ Newton par mètre de longueur.

Dans les calculs, si on utilise la formule de Biot et Savart puis celle de Laplace, avec :

$$\mu_o = 4\pi.10^{-7} \text{ Henry/mètre}$$

la valeur de permittivité diélectrique du vide, qui doit correspondre à la relation

$$\epsilon_o \mu_o c^2 = 1,$$

a pour valeur :

$$\epsilon_o \approx \frac{1}{36.\pi.10^9} \text{ Farad/mètre}$$

Système international S.I. : En 1954 lors de la réunion de la conférence générale des poids et mesures (CGPM), on a ajouté 2 autres grandeurs fondamentales : la température $[\Theta]$ mesurée en *kelvin* et l'intensité lumineuse $[J]$ en *candela*. En 1971 on a introduit le nombre de molécules $[N]$ mesuré en *mole* ²⁰.

Le kelvin²¹ est la fraction $1/273,16$ de la température thermodynamique du point triple de l'eau

Le candéla : La candéla est l'intensité lumineuse, dans une direction donnée, d'une source qui émet un rayonnement monochromatique de fréquence 540.10^{12} hertz et dont l'intensité énergétique dans cette direction est $1/683$ watt par stéradian.

La mole : est la quantité de matière d'un système contenant autant d'entités élémentaires qu'il y a d'atomes dans 0,012 kilogramme de carbone 12.

Les 7 unités fondamentales étant définies, on peut alors définir les unités correspondant aux grandeurs dérivées à partir des lois de la physique:

¹⁹ Voir la formule d'Ampère : Ch IV, § 3.2.

²⁰ Un nombre sans dimensions peut avoir une unité de mesure.

²¹ À l'origine, en 1954, l'unité de température était le « degré Kelvin » et s'écrivait alors °K. Le mot degré fut supprimé lors de la 13^e CGPM (Conférence générale des poids et mesures) en 1967 et son symbole devint **K**.

3. ANALYSE DIMENSIONNELLE.

L'analyse dimensionnelle est un puissant outil de la méthode expérimentale. Elle permet de simplifier l'étude de certains problèmes, notamment en mécanique des fluides, en raisonnant sur l'homogénéité des formules physiques (§ 3. 1) ou en introduisant des nombres sans dimensions (§ 3. 2). Le nombre de variables, qui interviennent dans le phénomène étudié, est ainsi réduit. L'étude du phénomène, à l'aide de courbes expérimentales, devient possible lorsque le nombre de variables est réduit à 2 ou 3 (§ 3. 3). D'un autre côté, grâce à une étude dimensionnelle, des mesures effectuées sur un modèle réduit, seront exploitées, par similitude, lors de l'étude du modèle réel (§ 3. 4).

3. 1. Homogénéité des formules en physique.

Les formules de la physique sont, d'un point de vue dimensionnel, homogènes et se présentent, à un coefficient numérique près, sous la même forme quelque soit le système d'unités choisi.

La vérification de l'homogénéité d'une équation permet d'éviter des erreurs de calcul, et réciproquement, il est possible, dans certains cas, de retrouver une formule à partir de l'analyse dimensionnelle du problème.

Exercice II. 3: Retrouver, à partir de l'analyse dimensionnelle, la formule donnant la période d'oscillation T d'un pendule simple de longueur l placé dans le champ de la pesanteur g .

Solution : On sait que

$$T = f(l, g)$$

Cette formule doit être homogène, les 2 membres ont pour dimension un temps:

$$T = k (L)^x (L \cdot T^{-2})^y = k (L)^{x+y} (T)^{-2y}$$

Il en résulte

$$\left. \begin{array}{l} 1 = -2y \\ 0 = x + y \end{array} \right\} \text{ Soit } \left. \begin{array}{l} x = \frac{1}{2} \\ y = -\frac{1}{2} \end{array} \right\} \text{ d'où } T = k \sqrt{\frac{l}{g}}$$

3. 2. Théorème de Vaschy-Buckingham ou Théorème π

Nous avons vu que toutes les grandeurs de la physique peuvent s'exprimer en fonction d'un certain nombre d'entre elles : les 7 grandeurs fondamentales. Dans le système MKSA, elles sont au nombre de quatre. Le choix de ces grandeurs fondamentales est *arbitraire*.²² Pour résoudre un problème

²² Si on a choisi la longueur, le temps, la masse et la charge électrique ou le courant (charges en mouvement) c'est peut être parce que, à l'échelle macroscopique, la physique a pour cadre l'espace (l) et le temps (t) ou l'espace-temps. Dans ce cadre évolue la matière caractérisée par sa masse (m) et sa charge (q) qui créent les deux champs macroscopiques.

de physique, à partir d'une analyse dimensionnelle, on choisit un certain nombre de grandeurs *dimensionnellement indépendantes* parmi celles qui interviennent dans ce problème. Puis, on exprime les autres grandeurs en fonction de celles qui ont été choisies. Ces dernières sont appelées "*Grandeurs primaires*" pour les distinguer des *grandeurs fondamentales* : longueur, temps, masse etc..

Une grandeur est *dimensionnellement indépendante* par rapport à un groupe de grandeurs s'il est impossible de reconstituer sa dimension à partir de celles des grandeurs de ce groupe ; sinon elle est *dimensionnellement dépendante* vis à vis de ce groupe.

Exercice II. 4: 1°) Quelle est la condition pour que 3 grandeurs A , B , C , soient indépendantes

2°) Montrer que ρ , L et V sont indépendantes alors que ρ , F et η , ne le sont pas.

On désigne par ρ la masse volumique, L la longueur, V la vitesse, F la force et η la viscosité.

L'analyse dimensionnelle permet de trouver la solution de certains problèmes, sans avoir à résoudre d'équations, grâce au *théorème de Vaschy*²³ *Buckingham*²⁴ (parfois appelé *théorème Pi*).

Ce théorème peut être énoncé comme suit :

Toute relation,

$$f(q_1, q_2, q_3, \dots, q_n) = 0,$$

entre n grandeurs $q_1, q_2, q_3, \dots, q_n$, qui comportent k grandeurs dimensionnellement indépendantes, peut se mettre sous la forme d'une relation entre $n - k$ grandeurs *adimensionnelles* :

$$F(\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots, \Pi_{n-k}) = 0$$

Les Π_i sont également appelés *nombres sans dimensions*.

Le théorème Π est un théorème clé sur lequel repose toute l'analyse dimensionnelle.

²³ Aimé **Vaschy** (1857-1899) est un physicien français. Professeur à l'École supérieure de télégraphie, il fut un pionnier dans le domaine des télécommunications. Il est le premier à publier un article sur l'analyse dimensionnelle : " *Sur les lois de similitude en physique* " La lumière Electrique Tome XLIV N° 18 Avril 1892

²⁴ Edgar **Buckingham** (1867-1940) physicien américain. Il publie en 1914 un article sur l'analyse dimensionnelle " *On physical similar systems : Illustration of the use of dimensional equations* " Physical Review 1914 Vol IV N°4 pages 345-376

Considérons un phénomène dont l'évolution dépend de N_t grandeurs physiques et parmi lesquelles nous choisissons N grandeurs indépendantes. En mécanique par exemple on aura, comme nous l'avons vu précédemment, trois grandeurs indépendantes:

$$A, B, C \quad (N = 3)$$

que nous appellerons "Grandeurs Primaires" (G.P.) et qui ne sont pas nécessairement des grandeurs fondamentales. Nous pouvons alors exprimer les

$$n = N_t - N$$

autres grandeurs X_1, X_2, X_3, X_n

en fonction des grandeurs primaires :

$$X_1 \sim A^{x_1} A^{y_1} A^{z_1}$$

$$X_2 \sim A^{x_2} A^{y_2} A^{z_2}$$

$$\dots \dots \dots$$

$$X_n \sim A^{x_n} A^{y_n} A^{z_n}$$

Les deux membres de ces équations ont évidemment les mêmes dimensions ; si on divise, dans chaque équation le premier membre par le second, on obtient des " Nombres Sans Dimensions " ou variables adimensionnelles :

$$\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \Pi_n$$

Exemple:

Nous allons considérer le mouvement d'une sphère de diamètre D se déplaçant à la vitesse V dans un fluide de coefficient de viscosité η de masse volumique ρ . Le fluide exerce sur la sphère une force de frottement ou force de traînée F .

Ce problème fait intervenir cinq variables ($N_t = 5$) :

$$F, D, V, \rho, \eta$$

parmi lesquelles on choisit trois variables indépendantes comme grandeurs primaires :

$$\rho, D, \text{ et } V$$

Nous avons vu que ces trois grandeurs sont indépendantes (exercice II. 3).

Les grandeurs primaires étant choisies, nous allons exprimer les deux autres variables η et F en fonction de ces grandeurs primaires. Pour cela, il faut passer par les grandeurs fondamentales de la mécanique : M, L, T .

Les grandeurs primaires choisies ont pour dimensions :

$$\rho \sim [M^1 L^{-3}].$$

$$D \sim [L^1].$$

$$V \sim [L^1 T^{-1}].$$

Ecrivons les grandeurs fondamentales en fonction des grandeurs primaires :

$$M \sim \rho^1 D^3 \quad , \quad L \sim D^1 \quad , \quad T \sim D^1 V^{-1}.$$

La viscosité η et la force de traînée F ont pour dimensions :

$$\eta \sim [M^1 L^{-1} T^{-1}] \quad \text{et} \quad F \sim [M^1 L^1 T^{-2}].$$

A partir des équations précédentes on obtient :

$$\eta \sim \rho D V \quad \text{et} \quad F \sim \rho D^2 V^2$$

En divisant, dans chaque équation l'un des deux membres par l'autre, on obtient les "Nombres Sans Dimensions" :

$$\Pi_1 = \frac{\rho V D}{\eta} \quad \text{et} \quad \Pi_2 = \frac{F}{\rho V^2 D^2}$$

Soit :

$$Re = \frac{\rho V D}{\eta} \quad \text{et} \quad C = \frac{F/D^2}{\frac{1}{2} \rho V^2}.$$

Le premier, appelé "*Nombre de Reynolds*"²⁵, exprime l'importance des forces d'inertie par rapport aux forces de viscosité. Le second, le "*Coefficient de Traînée*", traduit le rapport des forces de pression et des forces d'inertie²⁶.

Le problème ne dépend plus à présent que de 2 variables adimensionnelles C et Re . Il peut être représentée sur une courbe (Figure II.8)

²⁵ Osborne **Reynolds** (1842 - 1912) : Physicien et ingénieur irlandais.

²⁶ Il existe d'autres nombres sans dimensions :

$$Fr = \frac{V}{\sqrt{g l}}$$

est le *nombre de Froude*, représente les forces d'inertie et de la pesanteur.

Le nombre de Weber

$$We = \frac{\rho L V^2}{A} \quad (13)$$

montre l'importance des forces d'inertie par rapport à la tension superficielle A . Les nombres de Froude et de Weber interviennent dans les écoulements où le liquide présente une surface libre.

Les grandeurs thermodynamiques font apparaître d'autres nombres sans dimensions: Le *nombre de Prandtl*

$$Pr = C_p \frac{\eta}{\lambda}$$

et le *nombre de Mach*

$$M = \frac{V}{c}$$

C_p est la capacité thermique massique, λ la conductivité thermique, et c la vitesse du son dans le fluide.

3. 3. Loi empirique déterminée à partir d'une analyse dimensionnelle.

Afin de déterminer la force de traînée F d'une sphère de rayon r en mouvement, à la vitesse V dans un fluide de coefficient de viscosité η de masse volumique ρ , on a effectué des expériences dans différents laboratoires et à différentes époques.

Les résultats sont portés, sous forme adimensionnelle, sur la courbe²⁷ ci dessous :

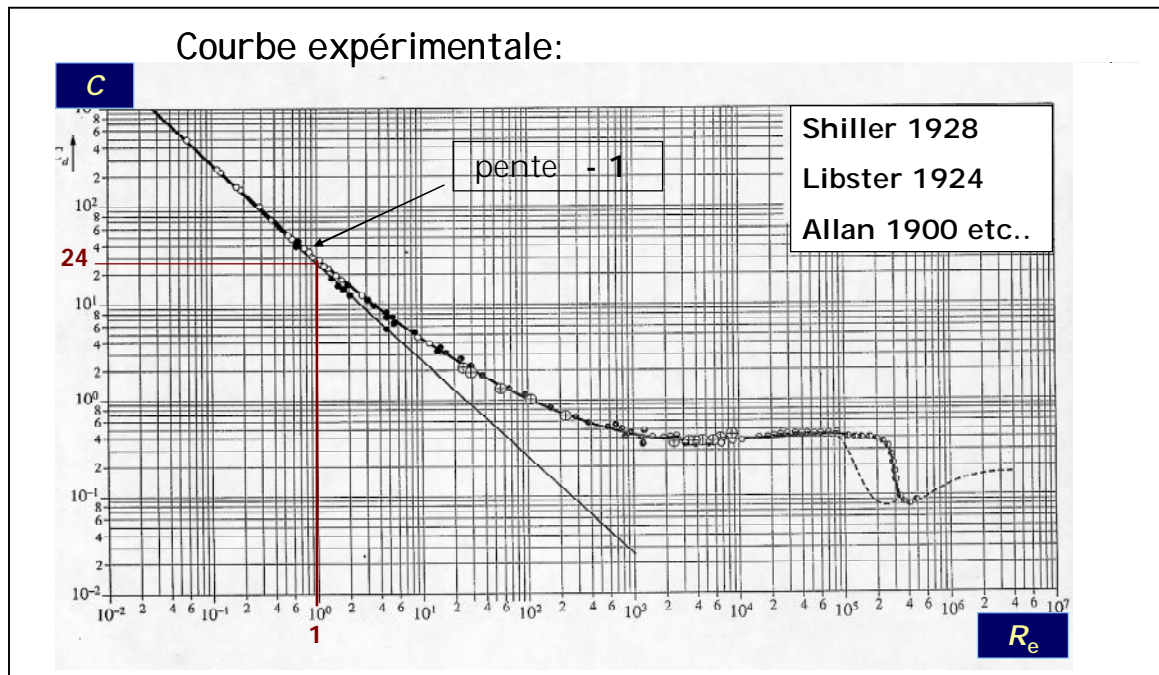


Figure II. 8 Coefficient de Traînée d'une sphère.

Sur la figure :

$$Re = \rho \frac{Vd}{\eta} \quad \text{et} \quad C = \frac{F}{S} \cdot \frac{1}{1/2 \rho V^2}$$

désignent respectivement le nombre de Reynolds et le coefficient de traînée. S est la section principale de la sphère et $d = 2r$ son diamètre. Pour les faibles vitesses (régime laminaire) la courbe est confondue avec une droite de pente -1 , on peut alors exprimer dans ce cas C en fonction de Re et en déduire la force de traînée F en fonction de η , V et r (loi de Stokes)

Sur la figure, la droite a une pente $a = -1$, on en tire :

$$\log C = - \log Re + \log B \quad \Rightarrow \quad C = \frac{B}{Re}$$

Pour $Re = 1$ on lit $C = 24$ donc $B = 24$

²⁷ Jean Pierre Faroux & Jacques Renault : *Mécanique des Fluides et Ondes Mécaniques*, Dunod 1999, page 27.

et : $C = 24/Re \Rightarrow \frac{F}{S} \cdot \frac{1}{1/2 \rho V^2} = \frac{24}{\rho V d} \eta$

D'où la loi empirique :

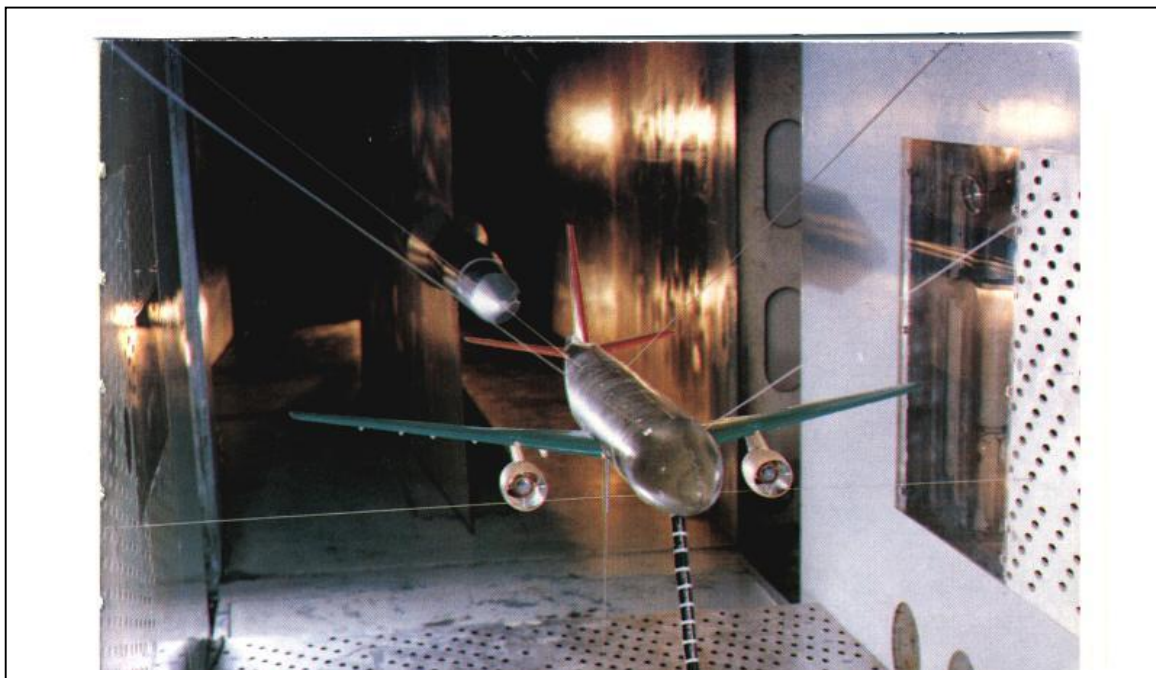
$$F = 6 \pi \eta V r$$

où $r = d/2$ est le rayon de la sphère

3. 4. Similitude.

Lorsqu'un ingénieur doit construire un barrage, un bateau ou un avion .., il doit, lors de son étude, faire des hypothèses pour simplifier les calculs. Mais avant de faire des essais sur un prototype, dont le coût est toujours très élevé, il doit les faire d'abord sur des maquettes plus simples à réaliser et plus faciles à modifier.

L'analyse dimensionnelle lui permet de construire une maquette, puis d'atteindre, par similitude, les caractéristiques du prototype à partir des essais effectués sur la maquette.



Essai sur une maquette d'AIR BUS A300B dans une soufflerie de l'ONERA centre de Modane (France) : Echelle 1/40

Figure II. 9

Après plusieurs tentatives qui l'amènent à effectuer des modifications sur la maquette, il finira par obtenir des résultats satisfaisants et construire un prototype.

4. LA METHODE EXPERIMENTALE.

4. 1. Le rôle de l'expérience.

L'expérience joue de nombreux rôles dans les sciences expérimentales:

4. 1.. 1. - Elle a un rôle heuristique : en effet elle est à l'origine de la découverte de nombreux phénomènes. C'est ainsi que l'expérience d'Oersted²⁸ a mis en évidence l'action d'un courant électrique sur un aimant et a été à l'origine d'une nouvelle science l'électromagnétisme. Les expériences de Faraday ont donné naissance au phénomène de l'induction électromagnétique qui est à la base de l'électrotechnique. Les expériences de Grimaldi ²⁷ ont entraîné la découverte d'un phénomène nouveau en optique : la diffraction.

4. 1.. 2. - Elle peut vérifier un résultat théorique obtenu par déduction. C'est ainsi que Poisson, en examinant le mémoire de Fresnel sur la diffraction²⁹ par un obstacle circulaire, aboutit à partir du calcul à un résultat paradoxal. Le centre de la figure de diffraction, sur l'écran, est brillant alors qu'il s'attendait à obtenir, à cet endroit, l'obscurité. L'expérience, une fois réalisée, a confirmé le résultat théorique et donné plus de crédit à la théorie de la diffraction de Fresnel.

4. 1. 3. - Elle permet, d'un autre côté, de confirmer ou de rejeter une hypothèse. Il en est ainsi de l'expérience de Michelson et Morley ³⁰ qui devait confirmer le déplacement de la Terre par rapport à un repère absolu lié à l'éther. L'échec de cette expérience a entraîné l'abandon de l'hypothèse d'un éther servant de repère absolu au mouvement des corps et l'élaboration d'une nouvelle théorie : la relativité. Cette expérience négative dans le système de Newton, devient positive, comme le souligne Bachelard ³¹, dans le système d'Einstein, et il ajoute :

Ainsi une expérience bien faite est toujours positive.

4. 1. 4.- L'expérience peut trancher entre deux théories contradictoires; c'est le cas de l'expérience cruciale :

Supposez, en particulier, que deux hypothèses seulement soient en présence ; cherchez des conditions expérimentales telles que l'une des hypothèses annonce la production d'un phénomène et l'autre la production d'un phénomène tout différent ; réalisez ces conditions et observez ce qui se passe ; selon que vous observez le premier des phénomènes prévus ou le second, vous condamnerez la seconde hypothèse ou la première ; le débat sera tranché, une vérité nouvelle sera acquise à la Science. Telle est la preuve expérimentale que l'auteur ³² du "Novum Organum" a nommée : "fait

²⁸ Voir Chapitre X : Histoire de l'électromagnétisme.

²⁹ Voir Chapitre IX : Histoire de l'optique.

³⁰ Voir chapitre IX : Histoire de l'optique .

³¹ BACHELARD : page 9.. Gaston **Bachelard** (1884 - 1962) : Philosophe des sciences français.

³² Francis Bacon : Le *Novum organum* est un ouvrage dans lequel F. Bacon traite des procédés de la connaissance en sciences. Bacon y établit, comme moyen unique, l'induction basée sur l'observation des phénomènes de la nature. (Voir l'empirisme Chapitre 1 § 4.2.)

de la croix'', en empruntant cette expression aux croix qui, au coin des routes, indiquent les divers chemins.³³

En fait, comme le souligne Pierre Duhem, ce n'est pas entre deux hypothèses que l'expérience cruciale va trancher, mais c'est entre deux théories que cette expérience va amener les scientifiques à faire un choix.

Ainsi l'expérience de Fizeau³⁴ a tranché entre deux théories de la lumière. La première, défendue par Descartes, Newton, Biot, Malus, qui présente la lumière comme un faisceau de particules matérielles dont la vitesse est plus faible dans le vide que dans les milieux denses. La seconde, préconisée par Hooke, Huygens, Young et Fresnel, selon laquelle la lumière est une onde mécanique qui se propage à une vitesse d'autant plus faible que le milieu traversé est dense. L'expérience de Fizeau a rejeté la première théorie telle qu'elle était présentée par ses auteurs mais n'a pas tranché en ce qui concerne la nature de la lumière. Au vingtième siècle, la théorie quantique introduit l'hypothèse d'une "dualité onde - particule". Mais cette particule, le photon, n'a plus rien à voir avec la particule matérielle de la théorie de Newton.

Ainsi l'expérience cruciale ne constitue en aucune façon un procédé irréfutable pour prouver la validité de l'une des deux hypothèses et rejeter l'autre comme le ferait le raisonnement par l'absurde en mathématiques.

Entre deux théorèmes de Géométrie qui sont contradictoires entre eux, il n'y a pas de place pour un troisième jugement ; si l'un est faux, l'autre est nécessairement vrai. Deux hypothèses de Physique constituent-elles jamais un dilemme aussi rigoureux ? Oserons-nous jamais affirmer qu'aucune autre hypothèse n'est imaginable ? La lumière peut être une rafale de projectiles ; elle peut être un mouvement vibratoire dont un milieu élastique propage les ondes ; lui est-il interdit d'être quoi que ce soit d'autre ?³⁵

4. 2. L'expérience et le raisonnement.

Ce chapitre a montré que le physicien ne peut entreprendre une expérience sans idée préconçue. Une expérience est préparée, planifiée et fait intervenir le raisonnement comme le souligne ce texte du philosophe allemand Emmanuel Kant :

Il nous faudra analyser l'expérience en général pour voir ce que contient ce produit des sens et de l'entendement et comment le jugement d'expérience est lui même possible. Il y a à la base l'intuition, dont j'ai conscience, c'est à dire une perception (perceptio) qui n'appartient qu'aux sens. Mais en second lieu, il faut ajouter aussi le jugement (qui ne revient qu'à l'entendement).

E. Kant ³⁶ (*Prolégomènes à toute métaphysique*)

La méthode expérimentale ne se limite pas à la seule observation des faits.

³³ DUHEM *La théorie Physique* page 264

³⁴ Voir Chapitre IX histoire de l'optique.

³⁵ DUHEM : *La théorie Physique* page 265

³⁶ Cité dans CHABIN *et al.* page 120

En effet ce que l'expérimentateur transmet

ce n'est pas le récit des faits observés, ce sont des symboles abstraits que les théories admises lui ont permis de substituer aux documents concrets qu'il a recueillis.³⁷

L'étudiant, qui manipule en salle de travaux pratiques, pour vérifier la loi d'Ohm, ne se contente pas d'observer, par exemple, les déviations des aiguilles d'un ampèremètre, d'un voltmètre et la hauteur d'une colonne de mercure dans un thermomètre. Mais il va noter que, sous une différence de potentiel U , une résistance électrique, portée à une température θ , est traversée par un courant i . A chaque fois il va relever les valeurs numériques des trois grandeurs physiques, indiquées en ampères, en volts et en degrés celsius, par trois instruments de mesure qui ont été au préalable étalonnés et qui ont été conçus à partir de théories physiques.

Ces grandeurs physiques correspondent à des concepts abstraits introduits, au cours de l'histoire de la physique, lors de la construction d'une théorie. Ainsi le courant électrique, représenté par le symbole i , est un concept introduit, au début du dix-neuvième siècle, par Ampère dans sa théorie électromagnétique et a remplacé le concept de conflit électrique utilisé par Oersted dans l'article où il décrit sa célèbre expérience. Il en est de même des autres grandeurs représentées par les symboles U , i et R associés aux concepts de différence de potentiel, d'intensité et de résistance électrique.

Chaque mesure est répétée plusieurs fois afin de calculer la précision avec laquelle chaque valeur numérique est donnée. Les erreurs systématiques, dues par exemple à l'introduction des appareils de mesure dans le circuit électrique, sont calculées et les résultats numériques corrigés.

A partir de cette expérience l'étudiant trace, à une température donnée, la courbe représentative de la fonction $U = f(i)$, retrouve la loi d'Ohm, en déduit la valeur de la résistance R et vérifie la loi de variation de la résistivité électrique en fonction de la température.

Le savant procède de la même façon : C'est ainsi que Duhem décrit dans "la théorie physique"³⁸ la façon avec laquelle Regnault³⁹ menait ses expériences lorsqu'il étudiait, dans son laboratoire, la compressibilité des gaz.

Les résultats expérimentaux obtenus et interprétés permettent d'énoncer une loi. Le mode de raisonnement, dans ce cas, est l'induction qui fera l'objet du prochain chapitre.

³⁷ DUHEM : *La théorie Physique* page 208

³⁸ DUHEM : *la théorie physique* page 207

³⁹ Henri Victor **Regnault** (1810-1878) physicien français