.

Exercice III. 5. Dans le référentiel (L) du laboratoire un proton p^+ arrive avec une vitesse V_1 sur un proton immobile ($V_2 = 0$).
1°) Quelle doit être l'impulsion minimale du proton incident pour que la réaction

$$\begin{array}{ccc} p + p & \rightarrow & p + p + (p + \bar{p}) \\ (+e) + (+e) & = & (+e) + (+e) + (+e) + (-e) \end{array}$$

soit possible? En déduire la vitesse $V_1 = V$ qui correspond à cette impulsion.
Au cours de cette réaction une partie de l'énergie cinétique sert à créer une paire proton- antiproton. L'antiproton $\bar{p}$ est une particule de même masse que le proton et de charge opposée. L'énergie seuil est atteinte lorsque les 4 particules, sont immobiles, après le choc, dans (C).
2°) Calculer cette énergie cinétique en joules et en électron-volts. En déduire la tension d'accélération qui permet d'obtenir cette énergie. Retrouver, à partir de la courbe de l'exercice III.4, la vitesse du proton incident.

Solution : Avant le choc:
☞ Dans (L) on choisit le système d'axes tel que $\overrightarrow{ox}$ soit parallèle à l'impulsion $\vec{p}$:

$$\vec{p}_1 = p\ \vec{i} \qquad \text{et} \qquad \vec{p}_2 = 0$$

L'expression (31) permet d'écrire:

$$E_1 = c\sqrt{m^2{}_o c^2 + p^2} \quad \text{et} \quad E_2 = m_o c^2$$

Par conséquent avant le choc, l'impulsion totale est $p = p_1$

et l'énergie totale: $$E = c\sqrt{m_o^2 c^2 + p^2} + m_o c^2$$

Après le choc:
☞ Dans (C), le seuil d'énergie correspond au cas où les impulsions des quatre particules sont nulles, et l'énergie de chacune d'elles est égale, en vertu de (31), à son énergie au repos:
Par conséquent après le choc, l'impulsion totale est : $p^{*\prime} = 0$

et l'énergie totale: $E^{*\prime} = 4\, m_o c^2$

☞ Dans (L) les 4 particules se déplacent à la même vitesse que celle du centre de masse:

$$v_C = c^2 \frac{p}{E}$$

Elles ont donc la même impulsion $\vec{p}_i\,'$.

La conservation de l'impulsion, avant et après le choc permet d'écrire:

$$\sum \vec{p}_i\,' = \sum \vec{p}_i = \vec{p} \qquad \Rightarrow \qquad p_i\,' = \frac{p}{4}$$

L'énergie de chaque particule est:

.

$$E_i' = c\sqrt{m_o^2 c^2 + \frac{p^2}{4}}$$

et l'énergie totale s'écrit;

$$E' = 4E_i' = c\sqrt{16 m_o^2 c^2 + p^2}$$

En utilisant la conservation de l'énergie

$$c\sqrt{m_o^2 c^2 + p^2} + m_o c^2 = c\sqrt{16 m_o^2 c^2 + p^2}$$

et, après calculs, on obtient:

$$p = \sqrt{48}\, m_o c = 34{,}7.10^{-19} \text{ Kg m/s}$$

Ainsi, pour que la réaction ait lieu, il faut que l'impulsion du proton incident soit supérieure à cette valeur. Il lui correspond une vitesse V telle que:

$$p = \frac{m_o V}{\sqrt{1-(V/c)^2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{V}{c} = \frac{p/c}{\sqrt{m_o^2 + (p/c)^2}} \quad \Rightarrow \quad \frac{V}{c} = \frac{\sqrt{48}}{\sqrt{48+1}}$$

$V = 0{,}987.3.10^8$ m/s

2°) L'énergie du proton incident est:

$$E_1 = c\sqrt{m_o^2 c^2 + 48 m_o^2 c^2} = 7\, m_o c^2$$

et son énergie cinétique

$E_{c1} = E_1 - E_o = 6\, m_o c^2 = 9.10^{-10}$ Joules $= 5{,}6.10^9$ eV

Il lui correspond une tension accélératrice: $U = 5{,}6.10^9$ Volts