Université : Mohamed Boudiaf - M'Sila
Faculté : Technologie
Département : Génie Electrique+Electronique
Module : **Méthode Numérique (MATH05)**

Année Universitaire : 2019-2020
$2^{ème}$ Année Licence
4^{eme} Semestre
M'Sila le : **15/10/2020**

Durée : **1^h:00**

Corrigé type Examen

Exercice01(10 pts)

Soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = sin(x) - 2x + 1$

3P

1) Montrer que cette équation possède une solution dans l'intervalle $[0,1]$

La fonction f est un polynôme, alors f est continue sur r et donc sur [0,1]

A

$f(0) = 1; f(1) = -0.158; f(0) \times f(1) \prec 0$

0,5 0,5 1

Alors d'après le théorème des valeurs intermédiaires (TVI)

$\exists c \in [1,2]; f(c) = 0$

2P

2) Est-ce –que cette solution est unique ?

...... $f'(x) = \cos(x) - 2 \prec 0 \forall x \in [0,1] \Rightarrow f \searrow$ ...

1 1

f **est strictement décroissante ⇒la solution est** c **unique**

5P

3) Calculer une approximation de cette solution en utilisant la méthode de **Dichotomie (bissection)** avec une précision de 10^{-2} (04 itérations ,03 chiffre après le virgule)

	k	a_k	b_k	$c_k = \dfrac{a_k + b_k}{2}$	Signe de $f(a_k)$	Signe de $f(c_k)$	Signe de $f(a_k) \times f(c_k)$
1	1	0,000	1 ,000	0.500	> 0	> 0	> 0
1	2	0.500	1,000	0.750	> 0	> 0	> 0
1	3	0.750	1,000	0.875	> 0	> 0	> 0
1	4	0.875	1,000	0.937	> 0	< 0	< 0

1 **Donc la solution** $c \approx 0,937$

Exercice02 (10 pts)

On veut calculer la racine α de l'équation $f(x)=0$ où $f(x)=e^x-x-2$ par la méthode de **point fixe** pour $x\in[1,2]$.

En prenant : $g_1(x)=e^x-2$ et $g_2(x)=\ln(2+x)$

1) Comment ont obtenu ces fonctions g_1 et g_2 ? justifier votre réponse

$f(x)=e^x-x-2 \quad x\in[1,2]$

$f(x)=0 \Leftrightarrow x=e^x-2=g_1(x)$

$f(x)=0 \Leftrightarrow e^x=x+2 \Leftrightarrow x=\ln(x+2)=g_2(x)$

2) Etudier la convergence de g_1 et g_2 pour $x\in[1,2]$.

$g_1'(x)=e^x$ **si** $1\le x\le 2$; $e^1\le e^x\le e^2 \to 2{,}718\le g_1'(x)\le 7{,}389$ **⇒la méthode de point fixe est diverge. Car** $|g_1'(x)|\succ 1\forall x\in[1,2]$

$g_2'(x)=\dfrac{1}{x+2}$ si $1\le x\le 2$; $3\le x+2\le 4 \to \dfrac{1}{3}\ge\dfrac{1}{x+2}\ge\dfrac{1}{4}$ **⇒la méthode de point fixe est converge.**

Car $|g_2'(x)|\le\dfrac{1}{3}\prec 1\forall x\in[1,2]$

3) Faire 2 itérations a partir de $x_0=1$ pour donner la solution de $f(x)=0$ avec une précision 10^{-3} **(méthode de point fixe pour** g_1 **et** g_2 **)**

On a $x_{k+1}=g(x_k)$

✓ **Pour** g_1

$x_1=g_1(x_0)=e^1-2$

$x_2=g_1(x_1)=g_1(e^1-2)=e^{e^1-2}-2$;

✓ **Pour** g_2

$x_1=g_2(x_0)=g_2(1)=\ln(3)$;

$x_2=g_2(x_1)=g_2(\ln(3))=\ln(\ln(3)+2)$

$x_2=1{,}1309$

Donc la solution $c\approx 1{,}1309$