

Nom: Prénom: Groupe:

Exercice 1 (13 pts):

1- Compléter le tableau suivant:

Gray	Base 11	BCD	binaire
1010001	89	10010111	11000001
101101	4A	01010100	110110
1001000	A2	000100010010	1110000

2- Simplifier par table de Karnaugh les fonctions logiques suivantes:

a) $F_{abcd} = \bar{a}.d + \bar{a}.b.c + \bar{a}.b.\bar{c}.\bar{d} + a.b.c + b.c.\bar{d} + \bar{a}.\bar{b}.\bar{c}.\bar{d}$

b) $G_{dcba} = \sum (0,1,2,3,4,7,8,9) + \emptyset(10,11,12,13,14,15)$

Réponse question a (Simplification de la fonction F):

bc \ da	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	0	1	0
11	0	0	1	0
10	1	1	1	1

$F = bc + \bar{a}d + \bar{a}\bar{c}$

ba \ dc	00	01	11	10
00	1	1	1	1
01	1	0	1	0
11	ϕ	ϕ	ϕ	ϕ
10	1	1	ϕ	ϕ

Handwritten annotations on the Karnaugh map:
 - A vertical group of 1s in the first column (dc=00) is circled in blue and labeled $\bar{a}\bar{b}$.
 - A vertical group of 1s in the third column (dc=11) is circled in blue and labeled ab .
 - A horizontal group of 1s in the first row (ba=00) is circled in red and labeled \bar{c} .
 - The simplified expression $G = \bar{c} + \bar{a}\bar{b} + ab$ is written below the map and circled in red, with a circled '2' next to it.

3- Simplifier algébriquement les expressions logiques suivantes (au moyen de l'algèbre de Boole):

a) $F = a + b + \bar{b} \cdot \bar{a} \cdot c$

b) $G = \bar{a} + a \cdot b \cdot c + b \cdot \bar{c}$

-Réponse question a:

a) $F = a + b + \bar{b} \cdot \bar{a} \cdot c = a + b + \bar{a} \cdot \bar{b} \cdot c = (a + b) + (\bar{a} + \bar{b}) \cdot c$

$F = a + b + c$ (la propriété $x + \bar{x} \cdot c = x + c$)

-Réponse question b:

b) $G = \bar{a} + a \cdot b \cdot c + b \cdot \bar{c}$

$= \bar{a} + b(a \cdot c + \bar{c}) = \bar{a} + b(a + \bar{c})$ (la propriété $x + \bar{x} \cdot c = x + c$)

$G = \bar{a} + ab + b\bar{c}$

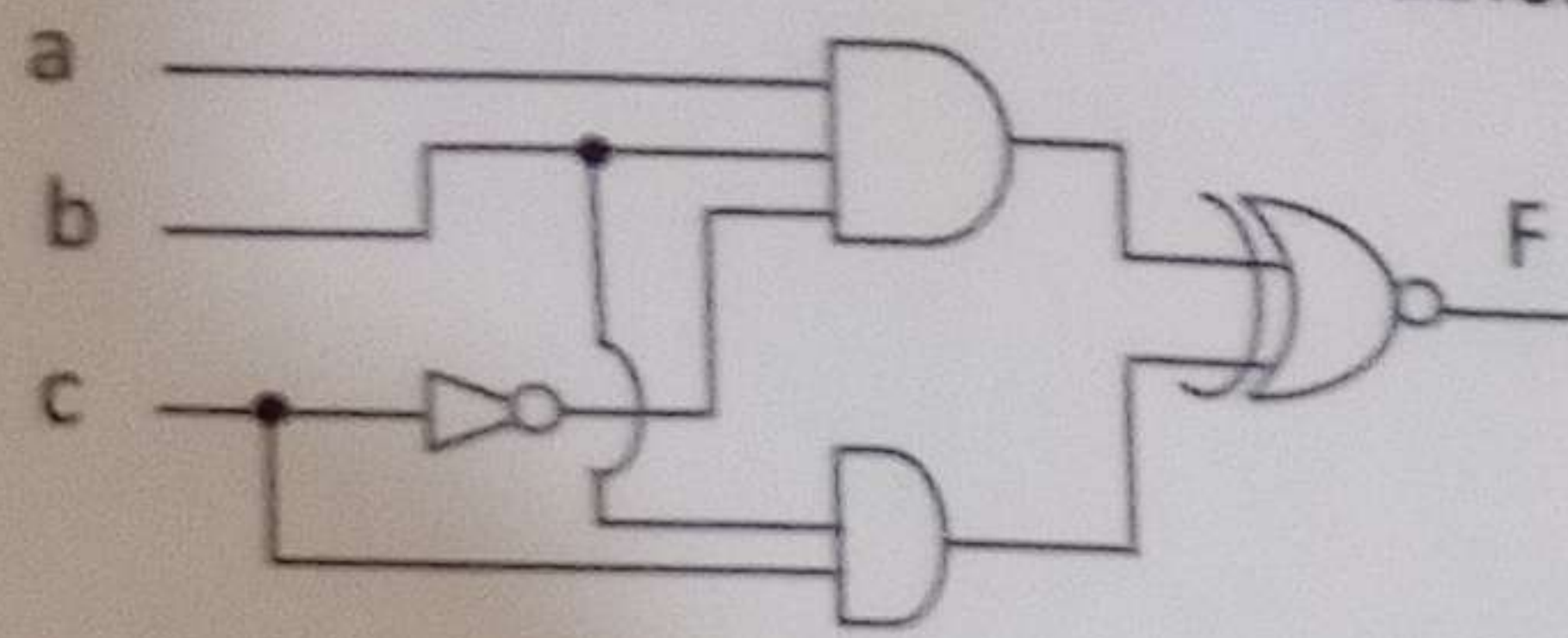
$= \bar{a} + b + b\bar{c}$ ($\bar{a} + ab = \bar{a} + b$)

$= \bar{a} + b(1 + \bar{c})$

$G = \bar{a} + b$

Exercice 2 (7 pts):

Soit le circuit suivant d'une fonction logique F à 3 variables a, b, c:



- Trouver l'expression algébrique de F en fonction de a, b et c (sous forme somme des produits).
- Simplifier par une table de Karnaugh la fonction F.
- Tracer le logigramme de la fonction F simplifiée en utilisant uniquement des portes NOR à deux entrées (le minimum de portes possibles).

Les réponses:

Réponse question a:

$$F = a \cdot b \cdot \bar{c} \oplus bc = \overline{a \cdot b \cdot \bar{c}} \cdot bc + a \cdot b \cdot \bar{c} \cdot bc \quad (x \oplus y = \overline{x \cdot y} + x \cdot y)$$

$$= (\bar{a} + \bar{b} + c)(\bar{b} + \bar{c}) = \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c} + \bar{b} + \bar{b}\bar{c} + \bar{b}c +$$

$$F = \bar{b} + \bar{a}\bar{b} + \bar{a}\bar{c} + \bar{b}\bar{c} + \bar{b}c \quad (2)$$

Réponse question b:

la table de Karnaugh:

c \ ab	00	01	11	10
$\bar{a}\bar{c}$ 0	1	1	0	1
a 1	1	0	0	1

$$F = \bar{b} + \bar{a}\bar{c} \quad (2)$$

Réponse question c:

