Université Mohamed Boudiaf de M'sila
Faculté de Technologie
Département de Génie Electrique
2ème Année LMD AUTO+ELT
4ème Semestre
M'Sila le : 14/10/2020
Module : Théorie du Signal

جامعة محمد بوضياف بالمسيلة
كلية التكنولوجيا
قسم الهندسة الكهربائية
السنة الثانية ليسانس آلية وكهر وتقني
السداسي الرابع
المسيلة في 2020.10.14
المدة : 1h:00

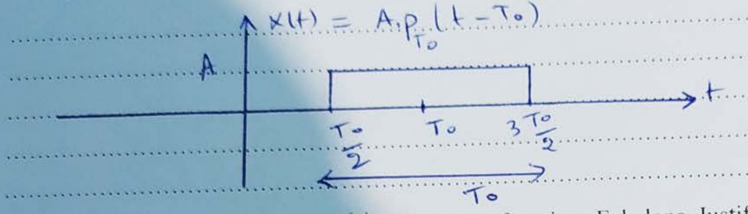
Examen Final

الاسم : ....
اللقب : ....
الفوج : ....

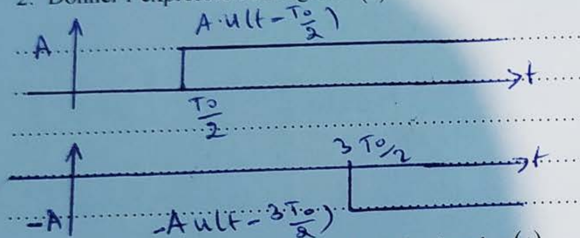
Exercice 1 (10 pts)

Soit le signal $x(t) = A.P_{T_0}(t - T_0)$; avec A et T_0 : constantes positives.

1. Représenter graphiquement le signal $x(t)$.



2. Donner l'expression du signal $x(t)$ à l'aide des fonctions Echelons. Justifier graphiquement.



$x(t) = A\,u(t - \frac{T_0}{2}) - A\,u(t - 3\frac{T_0}{2})$

3. Calculer la transformée de Laplace du signal $x(t)$, puis déduire la transformée de Laplace en utilisant les fonctions Echelons et la propriété de la translation temporelle (décalage).

① $TL\{x(t)\} = \int_{T_0/2}^{3T_0/2} A\,e^{-pt}\,dt = \frac{-A}{p}\left[e^{-pt}\right]_{\frac{T_0}{2}}^{\frac{3T_0}{2}} = -\frac{A}{p}e^{-\frac{3pT_0}{2}} + \frac{A}{p}e^{-p\frac{T_0}{2}}$

② $A\,u(t - \frac{T_0}{2}) \xrightarrow{TL} \frac{A}{p}e^{-p\frac{T_0}{2}}$ / $-A\,u(t - \frac{3T_0}{2}) \xrightarrow{TL} \frac{-A}{p}e^{-3p\frac{T_0}{2}}$

$TL\{A\,u(t - \frac{T_0}{2}) - A\,u(t - 3\frac{T_0}{2})\} = \frac{A}{p}e^{-p\frac{T_0}{2}} - \frac{A}{p}e^{-3p\frac{T_0}{2}}$

Remarque $TL\{f(t-\tau)\} = e^{-\tau p}.F(p)$; $TL\{f(t+\tau)\} = e^{\tau p}\,F(p)$

4. Déduire la transformée de Laplace du signal $y(t) = A.P_{T_0}(t - T_0) \times e^{+\alpha.t}$, avec α : constante positive.

$TL\{g(t).e^{+\alpha t}\} = G(p - \alpha)$ donc :

$TL\{y(t)\} = \frac{+A}{(p-\alpha)}e^{-(p-\alpha)\cdot\frac{T_0}{2}} - \frac{A}{(p-\alpha)}e^{-3\cdot(p-\alpha)\cdot\frac{T_0}{2}}$

Exercice 2 (10 pts)

Soit le signal $h(t)$ représenté par la figure (1) :

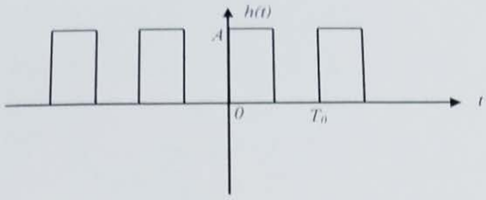


Figure (1)

1. Ecrire l'expression mathématique de $h(t)$ sur l'intervalle $[0 ; T_0]$; avec A : constante positive.

$$h(t) = \begin{cases} A & \text{si } 0 < t \leq \frac{T_0}{2} \\ 0 & \text{si } \frac{T_0}{2} < t < T_0 \end{cases}$$

2. Ecrire les coefficients de série de Fourier Complexe (3ème forme) et les relations avec la série de Fourier Trigonométrique (1ème forme).

$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} C_n e^{+j2\pi n f_0 t} \; ; \; C_n = \frac{1}{T_0}\int_{(T_0)} x(t)\, e^{-j2\pi n f_0 t}\, dt$$

$$C_0 = \frac{1}{T_0}\int_{(T_0)} x(t)\, dt \; ; \; a_n = 2\,\mathrm{Re}\{C_n\} \; ; \; b_n = -2\,\mathrm{Im}\{C_n\}$$

$$a_0 = 2C_0 \; ; \; C_n = \frac{a_n}{2} - j\frac{b_n}{2} \; ; \; C_0 = \frac{a_0}{2}$$

3. Décomposer le signal $h(t)$ en série de Fourier Complexe lorsqu'on suppose $T_0=2\pi$.

$$C_n = \frac{1}{2\pi}\int_0^{\pi} A e^{-jnt}\, dt = \frac{-A}{j2\pi n}\left(e^{-jnt}\right)\Big|_0^{\pi} = \frac{-A}{j2\pi n}\left(e^{-jn\pi} - 1\right)$$

$$e^{-jn\pi} = \cos(n\pi) - j\sin(n\pi) = (-1)^n \Rightarrow C_n = \frac{Aj}{2\pi n}\left((-1)^n - 1\right)$$

$$C_0 = \frac{A}{T_0}\int_0^{\pi} dt = \frac{A}{2\pi}\left[t\right]_0^{\pi} = \frac{A\pi}{2\pi} = \frac{A}{2}$$

$$\boxed{x(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \frac{Aj}{2\pi n}\left((-1)^n - 1\right) e^{+jnt}}$$

4. Déduire la série de Fourier Trigonométrique.

$$a_0 = 2C_0 = A$$

$$a_n = 2\,\mathrm{Re}\{C_n\} = 0$$

$$b_n = -2\,\mathrm{Im}\{C_n\} = -\frac{A}{\pi n}\left((-1)^n - 1\right)$$

$$\boxed{x(t) = \frac{A}{2} + \sum_{n=1}^{+\infty} \frac{-A}{\pi n}\left((-1)^n - 1\right)\sin(nt)}$$

أقلب الصفحة

فيق