

# **Intitulé du chapitre :**

## **Filtres microondes**

### **I Introduction**

Un filtre est par définition un circuit ne laissant passer que la bande de fréquences désirée.

On cite :

- les filtres passe-bas ;
- les filtres passe-hauts ;
- les filtres passe-bandes ;
- les filtres coupe-bandes (ou réjecteurs).

Les filtres sont utilisés dans les différentes bandes de fréquences qui peuvent s'étendre des basses fréquences aux fréquences optiques.

La technologie de réalisation de ces filtres dépend de la bande de fréquence utilisée où l'utilisation de composants localisés (résistances, inductances, condensateurs) est suffisante pour les basses et hautes fréquences.

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux filtres microondes et la technologie utilisée pourrait être soit celle des courts tronçons de ligne (microruban), soit celle des lignes de transmission, soit celle des cavités à guides d'ondes.

Ces filtres peuvent être réalisés soit par éléments localisés, soit par éléments distribués, soit d'une façon mixte (distribués et localisés) et la conception se fera soit par modèle des lignes couplées, soit par modèle des résonateurs couplés, soit par modèle de saut d'impédance.

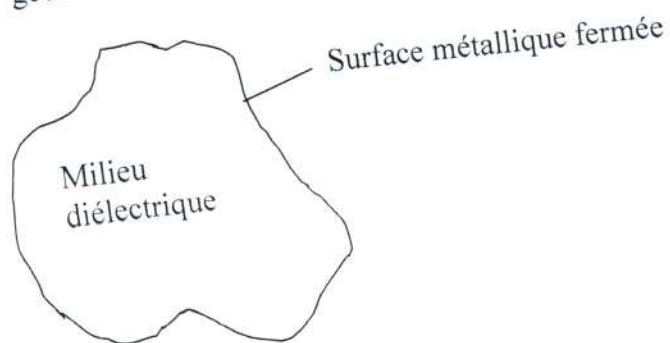
Ces filtres emploient principalement des résonateurs dont la technologie vient d'être citée.

On verra dans ce chapitre ces résonateurs et ensuite on étudiera les filtres à technologie planaire (microruban) à saut d'impédance.

### **II Les résonateurs**

#### **II-1. Résonateurs à cavités**

C'est un domaine diélectrique fermé limité par une surface métallique dans lequel s'établissent des ondes stationnaires par conséquent des oscillations d'où notion de cavité résonante. Ces oscillations obéissent aux équations de Maxwell. Il existe donc un certain nombre de modes qui dépendent de la forme géométrique de la cavité. A chaque mode correspond une fréquence de résonance.

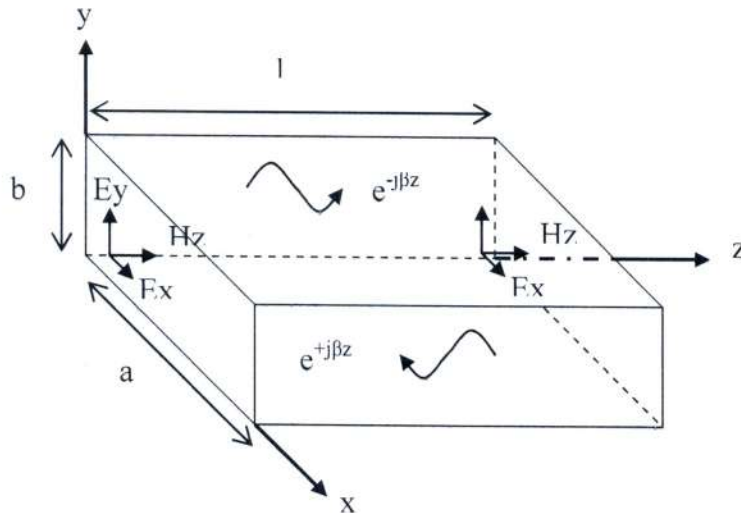


Ces cavités peuvent être constituées de guides d'ondes, de type circulaire ou rectangulaire, fermés sur leurs deux extrémités.

## 1- Etude des cavités rectangulaires

- a- Une cavité rectangulaire est en fait un guide d'ondes rectangulaire fermé sur ses extrémités (suivant  $z$ ).

Les ondes qui vont se propager suivant  $z$  vont donc rencontrer des plans métalliques qui les réfléchiront. Il va s'établir donc un phénomène d'ondes stationnaires et pour que ces réflexions persistent, il faut que les conditions aux limites soient satisfaites.



- b- Il s'établit un régime d'ondes stationnaires suivant  $z$  ; il faut que les composantes tangentielles du champ électrique et les composantes normales du champ magnétique soient nulles sur toutes les parois. On avait vu dans un guide normal que les composantes s'annulaient en  $x=0$ ,  $x=a$ ,  $y=0$  et  $y=b$  mais pour la cavité il faut en plus que ces composantes s'annulent aussi en  $z=0$  et  $z=l$  :

\* pour un mode de type TE : à  $z=0$  et  $z=l \Rightarrow E_x=0$ ,  $E_y=0$  et  $H_z=0$

\* pour un mode de type TM : à  $z=0$  et  $z=l \Rightarrow E_T=0$  ( $E_x$  ou  $E_y$ )

- c- Par la présence des parois métalliques sur  $z=0$  et  $z=l$ , il y aurait la superposition d'ondes incidentes sur celles réfléchies.

L'onde incidente est définie par son terme propagateur :  $e^{-j\beta z}$

L'onde réfléchie est définie par son terme propagateur :  $e^{+j\beta z}$

La superposition de ces ondes donnerait :  $e^{-j\beta z} \pm e^{+j\beta z}$

avec + : ondes arrivant en phase

- : ondes arrivant en opposition de phase

L'onde résultante sera donc proportionnelle à :

$2.\cos(\beta z)$  pour ondes arrivant en phase

$-2.j.\sin(\beta z)$  pour ondes arrivant en opposition de phase

d- En accord avec ce qui a été expliqué pour les conditions aux limites, les champs qui s'annulent dépendront de  $-2.j.\sin(\beta z)$  et les autres de  $2.\cos(\beta z)$  d'où :

\* pour les modes TE :  $E_T' = -2.j.E_T.\sin(\beta z)$  ;  $H_T' = 2.H_T.\cos(\beta z)$  ;  $H_z' = -2.j.H_z.\sin(\beta z)$

\* pour les modes TM :  $E_T' = -2.j.E_T.\sin(\beta z)$  ;  $H_T' = 2.H_T.\cos(\beta z)$  ;  $E_z' = 2.E_z.\cos(\beta z)$

où  $E_T, H_T, E_z, H_z$  : champs dans le guide  
 $E_T', H_T', E_z', H_z'$  : champs dans la cavité

e- Les champs, qui doivent s'annuler pour satisfaire les conditions aux limites, seront nuls à  $z=0$  et  $z=l$  donc la cavité doit avoir des dimensions précises pour osciller.

### Détermination des fréquences de résonance

Cela se fait par la résolution des équations de Maxwell comme pour les guides d'ondes mais en tenant compte cette fois-ci (en plus) des conditions aux limites en  $z=0$  et  $z=l$ .

Le système d'équations admet un ensemble de solutions qui sont les fréquences de résonance de la cavité et à chaque fréquence de résonance correspond un mode.

Pour vérifier les conditions aux limites :

$$\sin(\beta z) = 0 \text{ à } z = l \Rightarrow \beta.z = \beta.l = p.\pi \Rightarrow \beta.l = \frac{2\pi}{\lambda_g} l = p.\pi \Rightarrow l = p \frac{\lambda_g}{2} \quad (*)$$

Connaissant les relations (obtenues lors de la résolution pour les guides rectangulaires) :

$$\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_c^2} \quad \text{et} \quad \frac{1}{\lambda_c^2} = \frac{1}{4} \left[ \left( \frac{m}{a} \right)^2 + \left( \frac{n}{b} \right)^2 \right]$$

et tenant compte de la nouvelle relation (\*), on obtient les fréquences de coupure des modes  $TE_{mnp}$  et  $TM_{mnp}$  :

$$f = \frac{v}{2} \sqrt{\left( \frac{m}{a} \right)^2 + \left( \frac{n}{b} \right)^2 + \left( \frac{p}{l} \right)^2}$$

## 2- Etude des cavités circulaires

Des ondes stationnaires s'établissent suivant  $z$  suite à la présence de parois métalliques sur  $z=0$  et  $z=h$ . Le même raisonnement a été fait avec les guides rectangulaires.

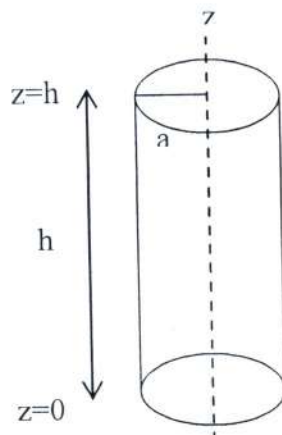


Tableau  
 $TE_{mnp}$   
 page 293 PDF



### Détermination des fréquences de résonance

De même que pour les guides rectangulaires, on doit avoir  $h = p \frac{\lambda_g}{2}$ .

Les longueurs d'onde de coupure sont :

- pour les modes TE :  $\lambda_c = \frac{2.\pi.a}{X'_{mn}}$
- pour les modes TM :  $\lambda_c = \frac{2.\pi.a}{X_{mn}}$

et aussi :  $\frac{1}{\lambda^2} = \frac{1}{\lambda_g^2} + \frac{1}{\lambda_c^2}$

d'où les fréquences de résonance :

- pour les modes TE<sub>mnp</sub> : 
$$f = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{X'_{mn}}{\pi.a}\right)^2 + \left(\frac{p}{h}\right)^2}$$
- pour les modes TM<sub>mnp</sub> : 
$$f = \frac{v}{2} \sqrt{\left(\frac{X_{mn}}{\pi.a}\right)^2 + \left(\frac{p}{h}\right)^2}$$

### 3- Coefficient de qualité ou de surtension

Le coefficient de qualité ou de surtension est défini comme étant le rapport de l'énergie emmagasinée sur l'énergie dissipée (perdue). L'énergie dissipée traduit les pertes dans les parois et le diélectrique de la cavité ainsi que celles par rayonnement. Plus le coefficient de qualité est grand, plus le résonateur à cavité a un meilleur rendement. C'est le cas de ces cavités puisque le diélectrique est l'air.

Facteur de qualité :  $Q = \frac{\text{Energie emmagasinée}}{\text{Energie dissipée}} = \omega \frac{W}{P}$

P : puissance dissipée

$$W \text{ (énergie emmagasinée)} = W_m \text{ (énergie magnétique)} + W_e \text{ (énergie électrique)}$$

$$W_m(t) = \frac{1}{2} \int_V \mu |H|^2 dV$$

$$W_e(t) = \frac{1}{2} \int_V \varepsilon |E|^2 dV$$

Le coefficient de qualité total en charge est défini par la relation :  $\frac{1}{Q_T} = \frac{1}{Q_0} + \frac{1}{Q_{EXT}}$

où  $Q_0$  : coefficient de qualité à vide

$$\frac{1}{Q_0} = \frac{1}{Q_d} + \frac{1}{Q_m}$$

( $Q_d$  : dû aux pertes diélectriques ;  $Q_m$  : dû aux pertes dans les parois métalliques)

$Q_{EXT}$  : coefficient de qualité externe (traduit l'énergie rayonnée par la cavité dans le guide)

#### 4- Coefficient de couplage

$$\beta = \frac{Q_0}{Q_{EXT}}$$

$\beta > 1$  : on dit que la cavité est surcouplée

$\beta < 1$  : on dit que la cavité est sous-couplée

$\beta = 1$  : on dit que la cavité est accordée

#### 5- Bande passante de la cavité

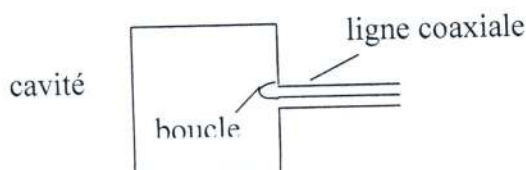
$$\Delta f_{1/2} = \frac{f_0}{2Q_T} \quad ; \quad f_0 : \text{fréquence de résonance}$$

#### 6- Excitations des cavités

Pour que le champ magnétique existe dans une cavité résonante, il faut injecter une énergie électromagnétique par l'intermédiaire d'un dispositif pour faire démarrer les oscillations.

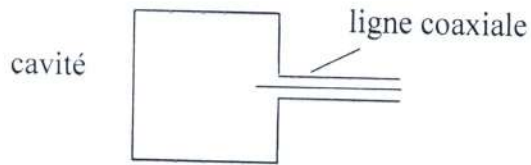
On cite l'excitation des résonateurs :

a- par boucle magnétique



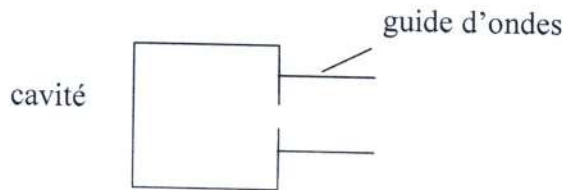
Il est fait une petite ouverture dans la cavité et le couplage se fait par ligne coaxiale dont le conducteur central se termine par une boucle à l'intérieur de la cavité ce qui créera un champ magnétique perpendiculaire à cette boucle d'où excitation du mode ayant un champ non nul à cet endroit.

### **b- par sonde capacitive**



Cette fois-ci le conducteur se termine par une ligne ouverte dont le champ électrique lui est parallèle. Les modes excités sont les modes dont le champ électrique ne doit pas être nul à cet endroit.

### **c- par ouverture rayonnante**



Condition d'excitation : il faut que le guide et la cavité aient une composante non nulle.

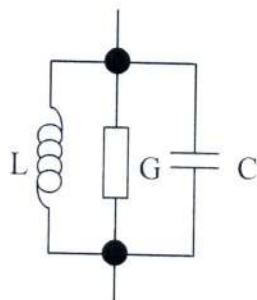
## **II-2. Résonateurs à ligne**

Des lignes de longueur  $\lambda/4$  ( $\lambda$  : longueur d'onde) ou  $\lambda/2$  court-circuitées ou en circuit ouvert sont équivalents à des circuits résonant série ( $Z=0$ ) ou parallèle ( $Z \rightarrow \infty$ ).

Voyons maintenant ces deux types de résonateurs et leurs modèles équivalents en lignes et déduisons leurs conditions de résonance :

### **1- Circuit résonant parallèle**

Ce circuit est donné à la figure suivante :



Il est démontré que la susceptance de ce circuit pour une variation  $\Delta\omega$  autour de  $\omega_0$  est :

$$B = 2 \frac{G}{Q} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega} = 2 \cdot C \cdot \omega_0 \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega}$$

où  $G$  : conductance de pertes  
 $Q$  : coefficient de surtension  
 $\omega_0$  : pulsation de résonance

et le taux de sa variation au voisinage de  $\omega_0$  est :

$$\frac{dB}{d\omega} = \frac{2.G}{Q.\omega_0} = 2.C$$

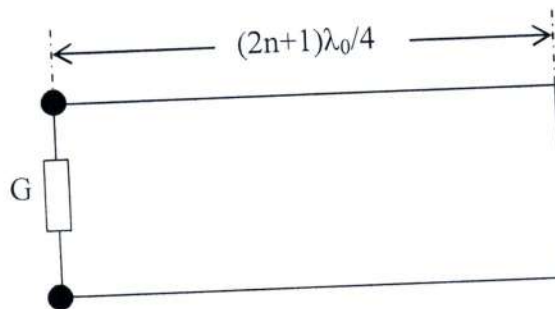
Pour une ligne de longueur un multiple de  $\lambda_0/4$  (quart d'onde) soit  $l=(2n+1)\lambda_0/4$  (voir figure ci-dessous), on démontre de même une susceptance et sa variation au voisinage de  $\omega_0$  :

$$B = Y_c \cdot \frac{\pi}{2} \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$$

et

$$\frac{dB}{d\omega} = \frac{Y_c}{4.f_0}$$

où  $G$  : conductance de charge  
 $Y_c$  : admittance caractéristique  
 $\omega_0$  : pulsation de résonance



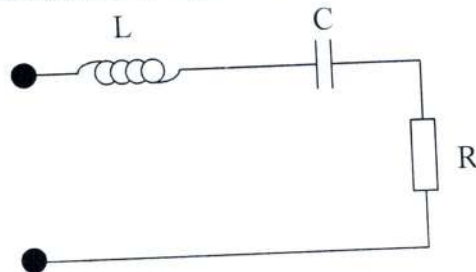
En comparaison du circuit résonant et de la ligne court-circuitée, nous constatons une même susceptance autour de  $\omega_0$  à condition que :

$$Y_c = 8.C.f_0$$

et dans ces conditions nous obtenons un circuit résonant à ligne court-circuitée dont la longueur doit être un multiple de quart d'onde.

## 2- Circuit résonant série

Ce circuit est donné à la figure suivante :



Il est démontré que la réactance de ce circuit pour une variation  $\Delta\omega$  autour de  $\omega_0$  est :

$$X = 2.Q.R \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega} = 2.L.\omega_0 \cdot \frac{\Delta\omega}{\omega}$$

où  $R$  : résistance de pertes  
 $Q$  : coefficient de surtension  
 $\omega_0$  : pulsation de résonance



et le taux de sa variation au voisinage de  $\omega_0$  est :

$$\frac{dX}{d\omega} = \frac{2.Q.R}{\omega_0} = 2.L$$

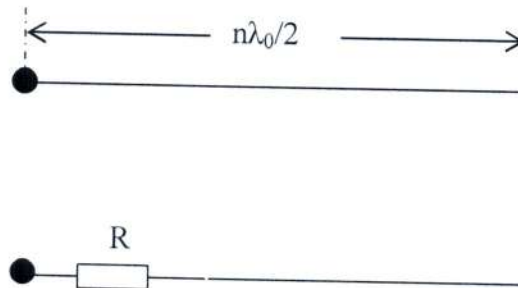
Pour une ligne de longueur un multiple de  $\lambda_0/2$  (demi-onde) soit  $l=n.\lambda_0/2$  (voir figure ci-dessous), on démontre de même une réactance et sa variation au voisinage de  $\omega_0$  :

$$X = Z_c . \pi . \frac{\Delta\omega}{\omega_0}$$

et

$$\frac{dX}{d\omega} = \frac{Z_c}{2.f_0}$$

où  $R$  : résistance de pertes  
 $Z_c$  : admittance caractéristique  
 $\omega_0$  : pulsation de résonance



En comparaison du circuit résonant et de la ligne court-circuitée, nous constatons une même réactance autour de  $\omega_0$  à condition que :

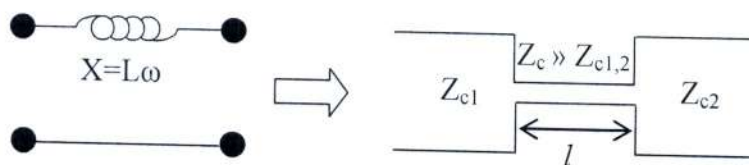
$$Z_c = 4.L.f_0$$

et dans ces conditions nous obtenons un circuit résonant à ligne court-circuitée dont la longueur doit être un multiple de demi-onde.

### II-3. Résonateurs à ligne microruban

La réalisation de circuits résonants découle de la réalisation d'inductances et de condensateurs séries ou parallèles et en technologie microruban, cela se conçoit comme suit :

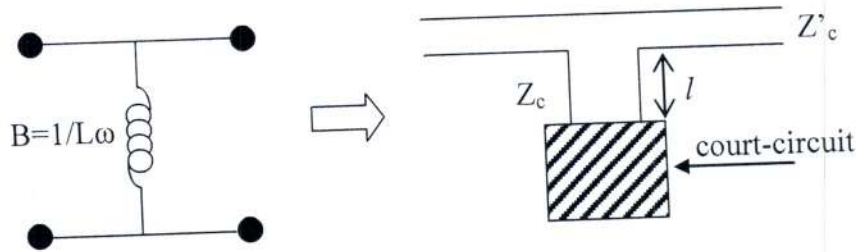
- *l'inductance série* : elle s'obtient par un fort rétrécissement de la bande métallique comme montré dans la figure suivante :



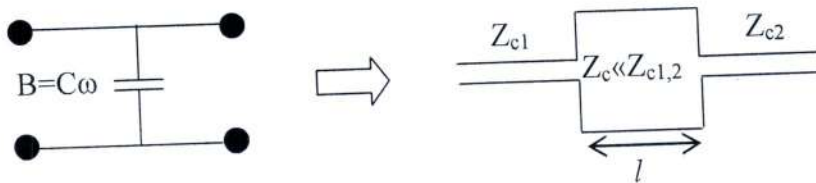
**Note :** L'impédance caractéristique d'une ligne microruban est inversement proportionnelle à sa largeur.



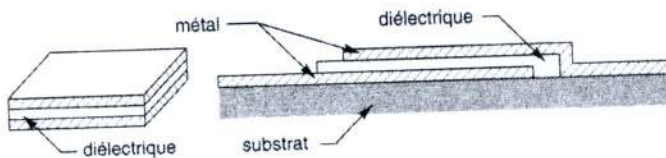
- l'inductance parallèle : elle s'obtient en plaçant en dérivation sur la ligne principale un tronçon de ligne court-circuité comme montré dans la figure suivante :



- la capacité parallèle : elle s'obtient par un élargissement important de la bande métallique comme montré dans la figure suivante :



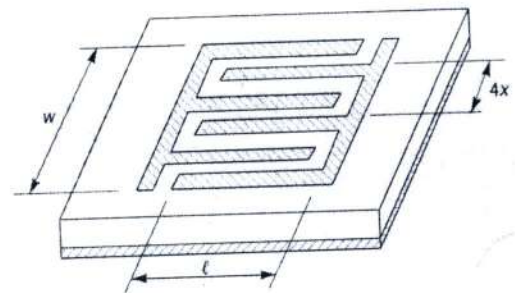
- la capacité série : sa réalisation est délicate puisque cela implique de couper une ligne microruban sur quelques microns ou dizaines de microns et en plus le schéma équivalent d'un tel composant va comporter des capacités parasites en parallèle ; le calcul de cette capacité est très grossier et c'est pour cela, on préfère utiliser des capacités sous forme d'éléments localisés tels que les condensateurs en "pavé" ou à structure interdigitale (voir figures ci-dessous).



$$C(pF) = 8,84 \frac{\epsilon_r \cdot S}{d}$$

avec  $\epsilon_r$  : permittivité relative  
du pavé diélectrique  
 $S$  : sa surface  
 $d$  : son épaisseur

### Condensateur en "pavé"

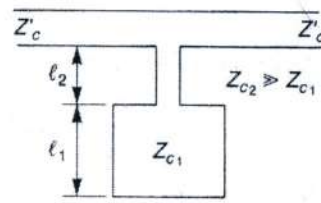
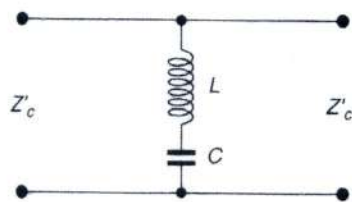


$$C(pF) = \frac{\epsilon_r + 1}{w} l [(N - 3) \cdot A_1 + A_2]$$

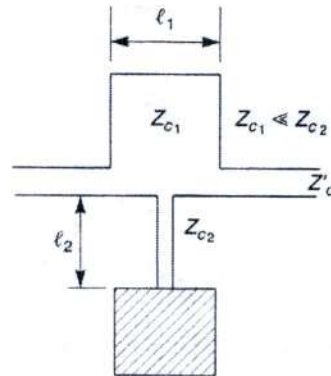
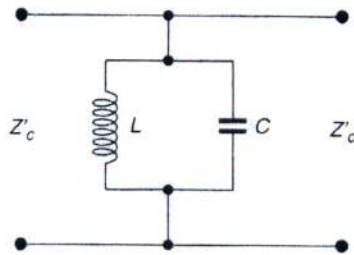
avec  $\epsilon_r$  : permittivité relative du diélectrique  
 $A_1 = 8,85 \cdot 10^{-2} w$  (cm)  
 $A_2 = 9,92 \cdot 10^{-2} w$  (cm)

### Condensateur à structure interdigitale

La réalisation de capacité série étant délicate, la réalisation de circuits résonants série ou parallèle (voir figures ci-dessous) en ligne microruban ne pourra se faire que si ces circuits résonants sont placés en dérivation sur la ligne principale.

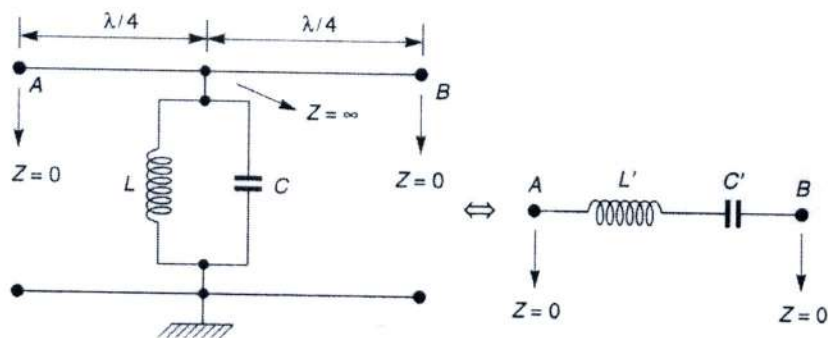


### Réalisation d'un circuit résonant série mis en dérivation sur une ligne microruban

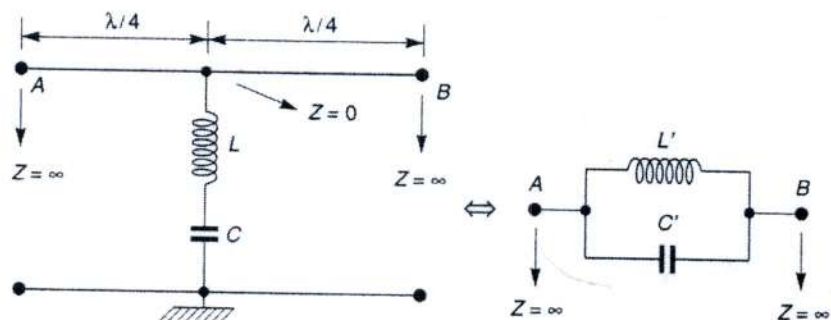


### Réalisation d'un circuit résonant parallèle mis en dérivation sur une ligne microruban

Le placement de circuits résonants (série ou parallèle) en série sur la ligne principale microruban étant technologiquement pas possible à réaliser, l'idée serait d'inverser leurs impédances par le biais de deux quarts d'ondes aux bornes desquels sont placés les circuits résonants (voir figures ci-dessous) et ainsi cet ensemble est inséré en série sur la ligne microruban principale et se comportera comme un circuit résonant placé en série.



### Réseau équivalent à un circuit résonant série (L',C') mis en série sur une ligne



### Réseau équivalent à un circuit résonant parallèle (L',C') mis en série sur une ligne

Pour que les deux circuits soient équivalents (circuit résonant série ou circuit résonant parallèle), il faut que les impédances vues à leurs bornes soient équivalentes pour  $\omega=\omega_0$  ( $Z=0$  ou  $Z\rightarrow\infty$ ) et il a été démontré que :

$$L\omega_0 = \frac{Z_c^2}{L'\omega_0} \quad \text{et} \quad C\omega_0 = \frac{Y_c^2}{C'\omega_0}$$

avec  $\omega_0$  : pulsation de résonance  
 $Z_c$  et  $Y_c$  : impédance et admittance  
 caractéristiques du quart d'onde

A part les quarts d'ondes, il existe d'autres inverseurs d'impédances tels que les réseaux quadripolaires ou des longueurs de ligne.

### III Les filtres

Dans ce chapitre, on s'intéresse aux filtres passifs microondes réalisés en technologie planaire (à microruban). Ces filtres sont à base d'inductances, de condensateurs et de circuits résonants.

Il a été donné précédemment (sous-paragraphe II-3) ces composants et circuits résonants avec leurs équivalents en ligne microruban.

Un filtre, comme tout circuit linéaire, est défini par sa fonction de transfert. Avant d'entamer l'étude des filtres, il va être défini cette fonction de transfert :

#### Fonction de transfert :

Tout signal fonction du temps peut être exprimé en fonction de sa transformée de Fourier  $E(j2\pi f)$  :

$$e(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} E(j2\pi f) e^{j2\pi f t} df$$

Considérons une composante élémentaire de cette transformation

$$E(j2\pi f) e^{j2\pi f t}$$

C'est une fonction propre de A avec  $\alpha = j2\pi f$  puisqu'on écrit symboliquement :  $s(t) = A e(t)$  où A est l'opérateur linéaire .

Il lui correspond donc un signal de sortie :

$$H(j2\pi f) \cdot E(j2\pi f) e^{j2\pi f t}$$

Une intégrale n'est pas autre chose qu'une sommation d'un nombre infini de termes , en vertu du théorème de superposition le signal de sortie est la même combinaison linéaire des réponses à chaque terme soit :

$$s(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} H(j2\pi f) \cdot E(j2\pi f) e^{j2\pi f t} df$$



Expression qui montre que la transformée de Fourier du signal de sortie est :

$$S(j2\pi f) = H(j2\pi f) \cdot E(j2\pi f)$$

C'est la formule fondamentale des systèmes linéaires,  $H(j2\pi f)$  est la **Fonction de transfert** du système.

Sous certaines conditions peu restrictives on sait qu'un signal fonction du temps peut s'exprimer à partir de sa transformée de Laplace  $S(p)$  :

$$e(t) = \int_{a-j\infty}^{a+j\infty} E(p) e^{pt} dp$$

$$\text{Avec } E(p) = \int_0^{\infty} e(t) e^{-pt} dt$$

Le même raisonnement que plus haut conduit à l'expression en  $p$  de la formule précédente :  
Si  $e(t)$  a pour transformée de Laplace  $E(p)$  et  $s(t)$   $S(p)$ , alors :

$$S(p) = H(p) \cdot E(p)$$

$$\text{Et } H(p) = \frac{b_k p^k + \dots + b_0}{a_n p^n + \dots + a_0}$$

Quotient de deux polynômes en  $p$ .

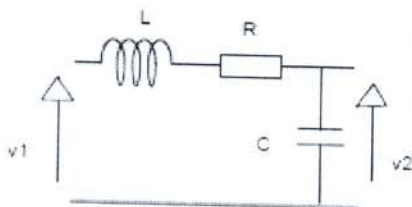
Les racines du polynôme numérateur sont les **Zéros** de la fonction de transfert

Les racines du polynôme dénominateur sont les **pôles** de la fonction de transfert.

Le système est stable si tous les coefficients sont positifs ( $a$  et  $b$ ).

L'exposant  $n$  du dénominateur est l'ordre du circuit et par conséquent celui du filtre et par conséquent sa pente d'atténuation est de valeur  $-n \times 20 \text{ dB/décade}$ .

A titre d'exemple, il est montré un filtre passe-bas d'ordre 2 et donné sa fonction de transfert :



$$\frac{v_2}{v_1} = \frac{\frac{1}{Cp}}{Lp + R + \frac{1}{Cp}} = \frac{1}{LCp^2 + RCp + 1}$$

Le procédé de conception d'un filtre passe par les étapes suivantes et qui démarre par un prototype de filtre passe-bas :

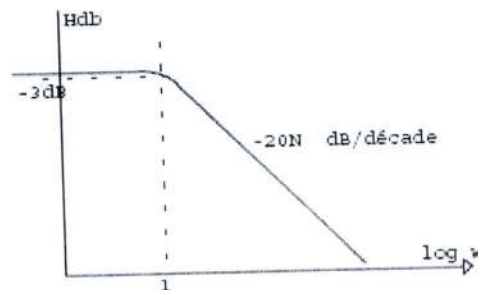
- choix de la méthode analytique parmi les approximations suivantes : Butterworth, Tchebycheff, Bessel ou de Cauer (elliptique) ;
- détermination de l'ordre du filtre en fonction de l'atténuation souhaitée pour une fréquence loin de la coupure (courbes d'atténuation données en annexes)
- relever des tableaux donnés en annexes les valeurs normalisées des composants g
- calculer les valeurs dénormalisées de g soient C et L
- faire le schéma électrique équivalent
- transposition de fréquence pour passer du prototype passe-bas au filtre passe-haut ou passe-bande ou coupe-bande en remplaçant les composants C et L calculés par leurs équivalents transposés ; pour filtre passe-bas, sauter cette étape
- calcul des dimensions des tronçons de ligne microruban
- circuit équivalent en ligne microruban

### III-1. Méthodes d'approximation

Le choix de la méthode dépendra du type de filtre qu'on veut réaliser où les paramètres phase et réponse en amplitude détermineront ce choix.

#### 1- Butterworth

La réponse du filtre en amplitude est plate jusqu'à la fréquence de coupure et après l'atténuation dépendra de l'ordre du filtre n comme montré dans la figure suivante :



Le module au carré de sa fonction de transfert est comme suit :

$$|H(p)|^2 = \frac{K}{p^{2n} + 1} \quad \text{où les pôles sont pour } n \text{ pair : } p = \sqrt[n]{-1} = e^{j\left(\frac{\pi}{2n} + k\frac{\pi}{n}\right)}$$

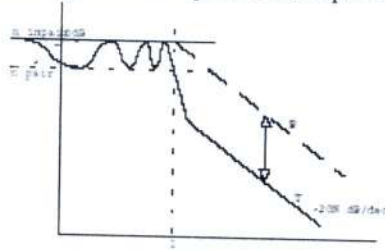
$$n \text{ impair : } p = \sqrt[n]{1} = e^{j\left(k\frac{\pi}{n}\right)}$$

A titre d'exemples, les fonctions de transfert du filtre butterworth d'ordre 2 (pair) et d'ordre 3 (impair) sont donnés respectivement :

$$H(p) = \frac{K}{p^2 + \sqrt{2}p + 1} \quad \text{et} \quad H(p) = \frac{K}{p^3 + 2p^2 + 2p + 1}$$

## 2- Tchebycheff

Meilleur affaiblissement après la coupure, léger 'ripple' (ondulation) dans la bande passante. La distorsion de phase est plus forte que Butterworth et Bessel.



Le module au carré de sa fonction de transfert est comme suit :

$$|H(j\omega)|^2 = \frac{1}{1 + \varepsilon^2 T_n^2(\omega)}$$

où  $\varepsilon$  : une constante positive

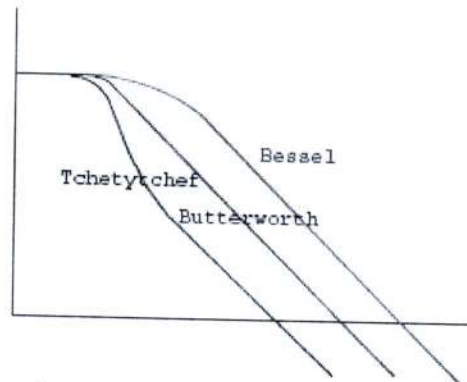
$T_n(\omega)$  : polynôme de Tchebycheff de degré  $n$

avec  $T_n(x) = \cos[\arccos x]$  pour  $x \leq 1$

$T_n(x) = \cosh[\argch x]$  pour  $x > 1$

## 3- Bessel

Le filtre de Bessel a une courbe de phase quasiment linéaire mais une atténuation moins bonne après la fréquence de coupure comparativement à ceux de Butterworth et Tchebycheff comme montré dans la figure suivante :



La phase est linéaire donc la fonction de transfert sera de la forme :

$$H(p) = Ae^{-p} \quad \text{avec} \quad e^{-p} = \frac{1}{\cosh(p) + \sinh(p)} \quad \text{sachant que} \quad \coth(p) = \frac{\cosh(p)}{\sinh(p)} = \frac{1 + \frac{p^2}{1.2} + \frac{p^4}{1.2.3.4} + \dots}{p + \frac{p^3}{1.2.3} + \frac{p^5}{1.2.3.4.5} + \dots}$$

$$= \frac{1}{p} + \frac{1}{\frac{3}{p} + \frac{1}{\frac{5}{p} + \frac{1}{\frac{7}{p} + \frac{1}{p} \dots}}}$$

$$\text{et au 3ème ordre : } \coth(p) = \frac{\cosh(p)}{\sinh(p)} = \frac{6p^2 + 15}{p^3 + 15p} \quad \text{donc}$$

$$e^{-p} = \frac{1}{\cosh(p) + \sinh(p)} = \frac{1}{p^3 + 15p + 6p^2 + 15}$$



A titre d'exemples, la fonctions de transfert du filtre de Bessel d'ordre 3 est comme suit :

$$H(p) = \frac{15}{p^3 + 6p^2 + 15p + 15} \quad \text{où } A=15 \text{ pour assurer un gain unité pour } \omega=0 \text{ (en continu)}$$

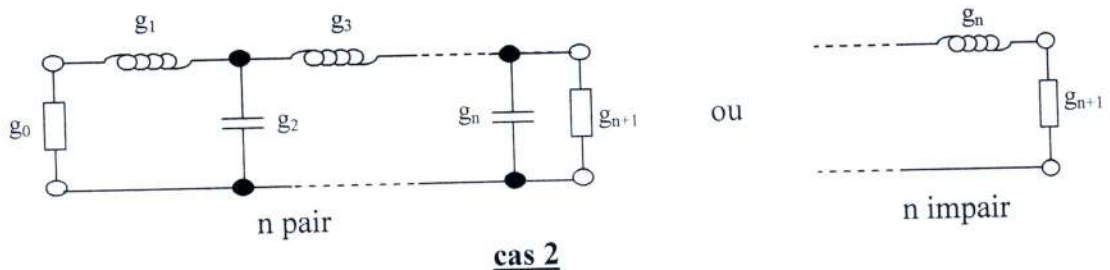
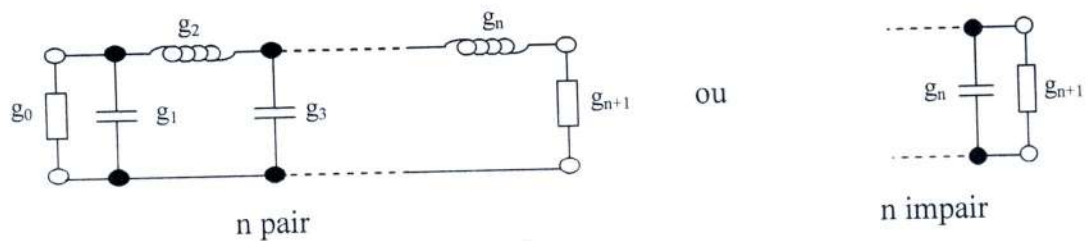
#### 4- Cauer (elliptique)

Affaiblissement maximal après la coupure, au prix d'une distorsion de phase plus forte avec un 'ripple' (ondulation) dans la bande passante et la bande atténuée.

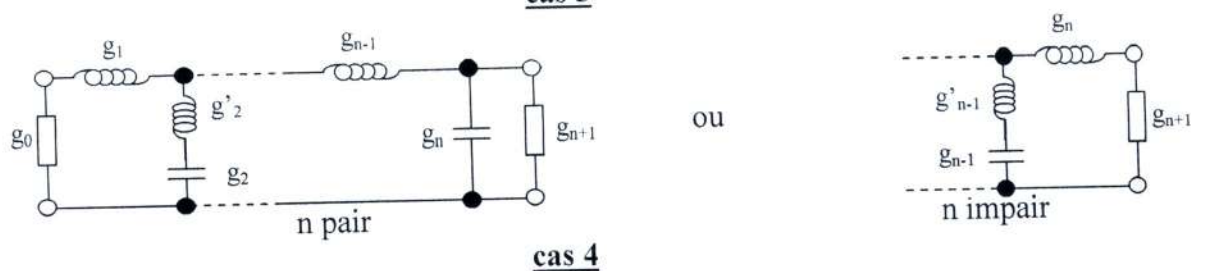
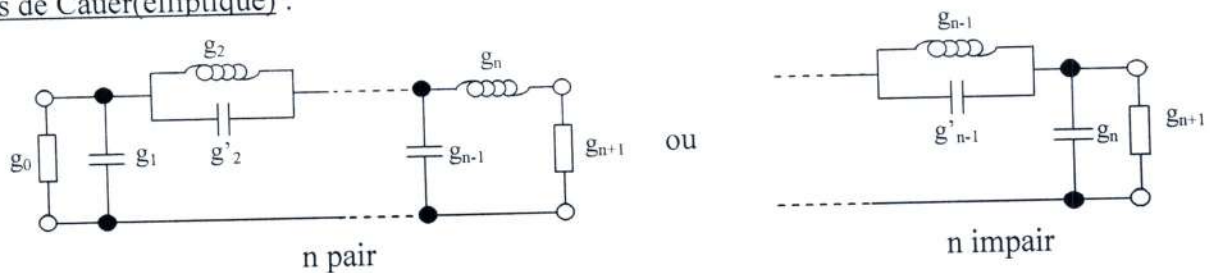
### III-2. Prototypes normalisés des filtres passe-bas

Les prototypes des filtres passe-bas normalisés d'ordre  $n$  ont les schémas équivalents suivants :

- filtres de Butterworth, Chebyshev et Gauss :



- filtres de Cauer(elliptique) :



On peut réaliser ces filtres soit en plaçant une capacité en shunt (cas 1), soit une inductance en série (cas 2) à l'entrée du filtre pour Butterworth, Chebyshev et Gauss et en plus pour Caer, après l'inductance en série ou la capacité en parallèle, un circuit résonant série (cas 3) ou un circuit résonant parallèle (cas 4).

Les éléments  $g$  sont normalisés et où  $g_0=1$  est la résistance ou la conductance de la source et  $g_{n+1}$  est la résistance ou la conductance de la charge.

De même la pulsation  $\omega_c$  (ou fréquence) de coupure est normalisée à  $\Omega_c=1$  et la pulsation  $\omega$  à  $\Omega$ .

Les éléments  $g$  sont déduits numériquement à partir des fonctions de transfert de chaque type de filtre passe-bas cité (Butterworth, Chebyshev, Bessel et Gauss) et dont on ne s'étalera pas dans ce chapitre ; il est donné dans l'annexe les tableaux des éléments  $g$  précalculés et prêts à l'emploi pour réaliser le filtre passe-bas choisi ainsi que l'ordre voulu. Dans cette même annexe, on trouvera des courbes d'atténuation pour plusieurs ordres du filtre pour ceux de Butterworth et Chebyshev.

### III-3. Schémas électriques équivalents des prototypes normalisés des filtres passe-bas

Le passage aux composants équivalents des inductances et des capacitances se fait par les expressions suivantes :

$$L_n = \frac{R_0 \cdot g_n}{\omega_c} \quad \text{et} \quad C_n = \frac{g_n}{R_0 \cdot \omega_c}$$

où  $R_0$  : résistance de sortie de la source  
 $\omega_c$  : pulsation de coupure

En fonction du type de filtre choisi, de sa fréquence de coupure et ainsi que de l'atténuation voulue pour une fréquence loin de la coupure, il est possible à partir des tableaux et des courbes d'atténuation donnés en annexe de déterminer d'abord l'ordre du filtre ensuite les composants  $C$  et  $L$  équivalents et déduits des expressions précédentes.

Pour comprendre la démarche, on fera un exemple et on choisira le filtre passe-bas de Butterworth dont on veut une fréquence de coupure de 2 GHz et une atténuation d'au moins 15 dB pour la fréquence de 3 GHz ; ce filtre est alimenté par une source de résistance  $R_0=50 \Omega$  et fermé sur une résistance  $R_L$  de 50  $\Omega$ .

Démarche : - Calculer  $\frac{\omega}{\omega_c} - 1$  et dans notre cas on trouve  $\frac{\omega}{\omega_c} - 1 = 0,5$

- A partir des courbes d'atténuation données en annexe (courbes 1), l'atténuation d'au moins 15 db pour la fréquence normalisée de 0,5 ne pourra être obtenue que pour un filtre d'ordre 5.

- A partir du tableau donné en annexe (tableau 1), il sera déduit les composants normalisés pour l'ordre 5 et qui sont :

$$g_1=0,618 - g_2=1,618 - g_3=2,000 - g_4=1,618 - g_5=0,618$$

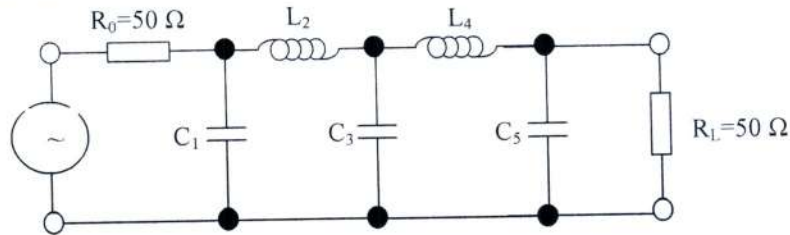
*Il est à noter que  $g_0$  et  $g_6$  ( $g_{n+1}$ ) sont respectivement la résistance de la source et l'impédance de charge normalisées et égales à 1.*

- A partir des expressions de  $L$  et  $C$  données précédemment, on calculera ces éléments

et un choix doit être fait d'abord pour avoir comme premier composant soit la capacité en shunt (cas 1) ou l'inductance en série (cas 2) ; pour notre exemple ce sera la capacité d'où :

$$C_1=0,984 \text{ pF} - L_2=6,438 \text{ nH} - C_3=3,183 \text{ pF} - L_4=6,438 \text{ nH} - C_5=0,984 \text{ pF}$$

- Dessiner le schéma électrique équivalent :



### III-4. Transposition de fréquence

La conception des filtres passe-haut, passe-bande et coupe-bande sera réalisée en faisant une transposition de fréquence ce qui consistera à faire une transformation du filtre passe-bas réalisé ci-dessus en un filtre passe-haut ou passe-bande ou coupe bande ; il est résumé dans ce qui va suivre les transformations à faire (sur C et L) pour passer d'un filtre passe-bas conçu à un filtre passe-haut ou passe-bande ou coupe-bande :

Passe-bas	Passe-haut	Passe-bande	Coupe-bande
	 $\frac{1}{(\omega_c)^2 L}$	 $\frac{L \omega_c}{\omega_0 \Delta}$ $\frac{\Delta}{\omega_0 \omega_c L}$	 $\frac{\omega_c L \Delta}{\omega_0}$ $\frac{1}{\omega_0 \omega_c L \Delta}$
	 $\frac{1}{(\omega_c)^2 C}$	 $\frac{\Delta}{\omega_0 \omega_c C}$ $\frac{C \omega_c}{\omega_0 \Delta}$	 $\frac{1}{\omega_0 \omega_c C \Delta}$ $\frac{\omega_c C \Delta}{\omega_0}$

Où  $\omega_c$  : pulsation de coupure du filtre passe-bas

$\omega_0$  : pulsation centrale du filtre passe-bande ou coupe-bande

$\omega_1$  : pulsation inférieure de la bande du filtre passe-bande ou coupe-bande

$\omega_2$  : pulsation supérieure de la bande du filtre passe-bande ou coupe-bande

$$\Delta = \frac{\omega_2 - \omega_1}{\omega_0}$$



### III-5. Réalisation du filtre en microruban

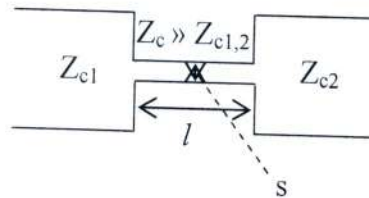
A partir de la topologie du filtre réalisé, on remplace les éléments localisés par les tronçons de microbande correspondants dont il faudra calculer les largeurs et les longueurs.

Comme il a été vu au sous-paragraphe II-3, la réalisation de capacité ou d'inductance en ligne microruban se fait avec des tronçons de lignes comme suit :

- un fort rétrécissement de leur largeur pour une inductance série,
- un fort élargissement de leur largeur pour une capacité parallèle,
- en plaçant en dérivation sur la ligne principale un tronçon de ligne court-circuité pour une inductance parallèle,
- un inverseur d'impédance placé en dérivation sur la ligne principale pour une capacité série.

Nous donnons ici le calcul des dimensions d'une inductance série et d'une capacité parallèle :

- inductance série :



$$\text{Longueur : } l = \frac{\lambda_{gL}}{2\pi} \sin^{-1} \left( \frac{\omega L}{Z_{0L}} \right)$$

où  $\lambda_{gL} = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}$  : longueur d'onde dans la ligne

$\lambda_0$  : longueur d'onde dans l'air

$\epsilon_{\text{eff}}$  : indice effectif

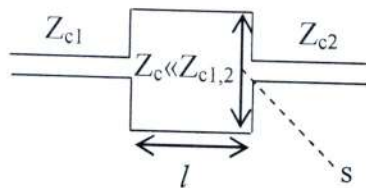
$Z_{0L}$  : impédance caractéristique du tronçon de ligne  $l$

$L$  : inductance calculée

$\omega$  : pulsation correspondant à la fréquence de coupure

$s$  : largeur du tronçon de ligne  $l$

- capacité parallèle :



$$\text{Longueur : } l = \frac{\lambda_{gC}}{2\pi} \sin^{-1} (\omega C Z_{0C})$$

où  $\lambda_{gC} = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}$  : longueur d'onde dans la ligne

$\lambda_0$  : longueur d'onde dans l'air

$\epsilon_{\text{eff}}$  : indice effectif

$Z_{0C}$  : impédance caractéristique du tronçon de ligne  $l$

$C$  : capacité calculée

$\omega$  : pulsation correspondant à la fréquence de coupure

$s$  : largeur du tronçon de ligne  $l$

Les déterminations de  $Z_{0L}$ ,  $Z_{0C}$  et  $\epsilon_{\text{eff}}$  dépendent de la largeur  $s$  du tronçon de ligne, de la permittivité relative du diélectrique et des épaisseurs des matériaux (métal et diélectrique) et dont les formules peuvent être trouvées dans les cours consacrés à l'étude des lignes microrubans.

Pour raison pratique, il faudrait fixer les impédances caractéristiques ce qui permettra de déduire les largeurs  $s$  et les longueurs d'onde dans la ligne et dont leurs ordres de grandeur sont donnés par :

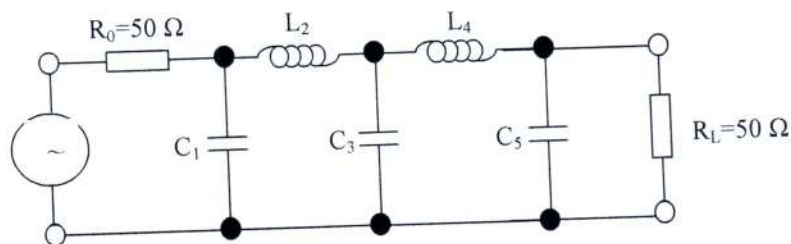
$$Z_{0C} < Z_0 (50 \Omega) \ll Z_{0L} \quad \text{où } Z_0 : \text{impédance d'entrée et de sortie du filtre}$$

Ces impédances caractéristiques sont soumises à des contraintes de fabrication des lignes où pour la capacité la ligne ne doit pas être trop large pour éviter l'apparition de résonances transverses aux plus hautes fréquences et pour l'inductance la ligne ne doit pas être trop étroite pour éviter les problèmes de fabrication.

Des valeurs qui peuvent être considérées comme raisonnables sont données :

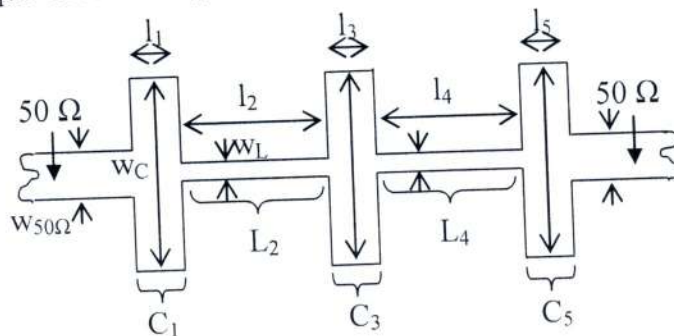
- ligne capacitive :  $Z_{0C}=25 \Omega$  (ligne pas trop large)
- ligne inductive :  $Z_{0L}=90 \Omega$  (limite de fabrication pour ligne étroite)

A titre d'exemple, il va être calculé les dimensions du filtre passe-bas calculé :



où  $C_1=0,984 \text{ pF}$  –  $L_2=6,438 \text{ nH}$  –  $C_3=3,183 \text{ pF}$  –  $L_4=6,438 \text{ nH}$  –  $C_5=0,984 \text{ pF}$

Le filtre, fabriqué en technologie microruban, aura l'allure suivante :



- où :
- $l_1, l_2, l_3, l_4$  et  $l_5$  sont les longueurs des composants respectifs  $C_1, L_2, C_3, L_4$  et  $C_5$  et qui vont être calculées avec les formules données
  - $w_C$  et  $w_L$  sont les largeurs des composants cités et qui dépendent de leurs impédances caractéristiques respectives
  - $w_{50\Omega}$  largeur des impédances d'entrée et de sortie ( $50 \Omega$ ) du filtre

Démarche : - Imposer des impédances caractéristiques des capacités et des inductances et on choisit :  $Z_{0C}=25 \Omega$  -  $Z_{0L}=90 \Omega$

- déduire les largeurs des différents tronçons et des longueurs d'onde dans la ligne à partir d'expressions tenant compte du diélectrique (sa permittivité relative et son épaisseur) et qu'on n'exposera pas ici.

On trouve :  $w_C=2 \text{ mm}$  ;  $w_L=0,132 \text{ mm}$  ;  $w_{50\Omega}=0,632 \text{ mm}$

$$\lambda_{gC} = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_{\text{eff}}} = 55,7 \text{ mm} ; \lambda_{gL} = \lambda_0 / \sqrt{\epsilon_{\text{eff}}} = 65 \text{ mm}$$

$$\lambda_0 = c/f = 150 \text{ mm} : \text{correspondant à la fréquence de coupure de } 2 \text{ GHz}$$

$$\epsilon_{\text{eff}} \text{ dû à } C = 7,25 ; \epsilon_{\text{eff}} \text{ dû à } L = 5,33$$



- calculer les longueurs des tronçons de ligne à partir des expressions données et on trouve :

$$l_1 = 2,72 \text{ mm} ; l_2 = 11,62 \text{ mm} ; l_3 = 13,52 \text{ mm} ; l_4 = 11,62 \text{ mm} ; l_5 = 2,72 \text{ mm}$$

En pratique ces longueurs calculées doivent être ajustées si on veut tenir compte des capacités d'extrémité sur les inductances et des inductances d'extrémité sur les capacités d'une part et les capacités et les inductances de discontinuité (pour cause du saut de variation de la largeur du ruban) et dont voici les expressions :

$$\text{Capacité d'extrémité : } C_L \approx \frac{l_L}{2fZ_{0L}\lambda_{gL}}$$

$$\text{Inductance d'extrémité : } L_C \approx \frac{l_C Z_{0C}}{2f\lambda_{gC}}$$

Capacité de variation de largeur :

- Pour  $\epsilon_r \leq 10$  ;  $1,5 \leq w_2/w_1 \leq 3,5$

$$\frac{C}{\sqrt{w_1 w_2}} = (10,1 \log \epsilon_r + 2,33) \frac{w_2}{w_1} - 12,6 \log \epsilon_r - 3,17 \text{ pF/m}$$

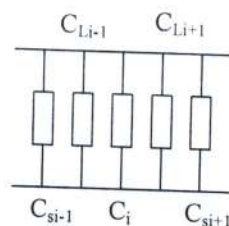
- Pour  $\epsilon_r = 9,6$  ;  $3,5 \leq w_2/w_1 \leq 10$

$$\frac{C}{\sqrt{w_1 w_2}} = 130 \log \left( \frac{w_2}{w_1} \right) - 44 \text{ pF/m}$$

Inductance de variation de largeur :

$$\frac{L}{h} = 40,5 \left( \frac{w_2}{w_1} - 1 \right) - 75 \frac{w_2}{w_1} + 0,2 \left( \frac{w_2}{w_1} - 1 \right)^2 \text{ nH/m pour } w_2/w_1 \leq 5 \text{ et } w_2/h=1$$

La capacité dont il faut tenir compte a le schéma équivalent suivant :



où  $C_i$  : capacité calculée  
 $C_{Li-1}$  : capacité d'extrémité due à l'inductance placée en amont  
 $C_{Li+1}$  : capacité d'extrémité due à l'inductance placée en aval  
 $C_{si-1}$  : capacité de variation de largeur en amont de  $C_i$   
 $C_{si+1}$  : capacité de variation de largeur en aval de  $C_i$

Et ainsi la capacité totale réelle est :  $C_{\text{tot}} = C_i + C_{Li-1} + C_{Li+1} + C_{si-1} + C_{si+1}$

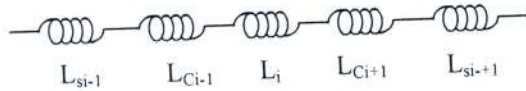
Donc la nouvelle valeur de  $C_i$  sera :  $C_i = C_{\text{tot}} - C_{Li-1} - C_{Li+1} - C_{si-1} - C_{si+1}$

Et la longueur du tronçon de microruban  $l_i$  sera recalculée pour  $C_i$

L'inductance dont il faut tenir compte a le schéma équivalent suivant :

où  $L_i$  : inductance calculée





- $L_{Ci-1}$  : inductance d'extrémité due à la capacité placée en amont  
 $L_{Ci+1}$  : inductance d'extrémité due à la capacité placée en aval  
 $L_{si-1}$  : inductance de variation de largeur en amont de  $L_i$   
 $L_{si+1}$  : inductance de variation de largeur en aval de  $L_i$

Et ainsi l'inductance totale réelle est :  $L_{tot} = L_i + L_{Ci-1} + L_{Ci+1} + L_{si-1} + L_{si+1}$

Donc la nouvelle valeur de  $L_i$  sera :  $L_i' = L_i - L_{Ci-1} - L_{Ci+1} - L_{si-1} - L_{si+1}$

Et la longueur du tronçon de microruban  $l_i$  sera recalculée pour  $L_i'$

L'aboutissement aux longueurs finales des tronçons de ligne  $l_i$  nécessite un programme procédant de façon itérative où les corrections sont apportées progressivement jusqu'à tendre vers une convergence des valeurs de  $C_i$  et  $L_i$  et dont le pourcentage pourra être fixé.

## Annexes I

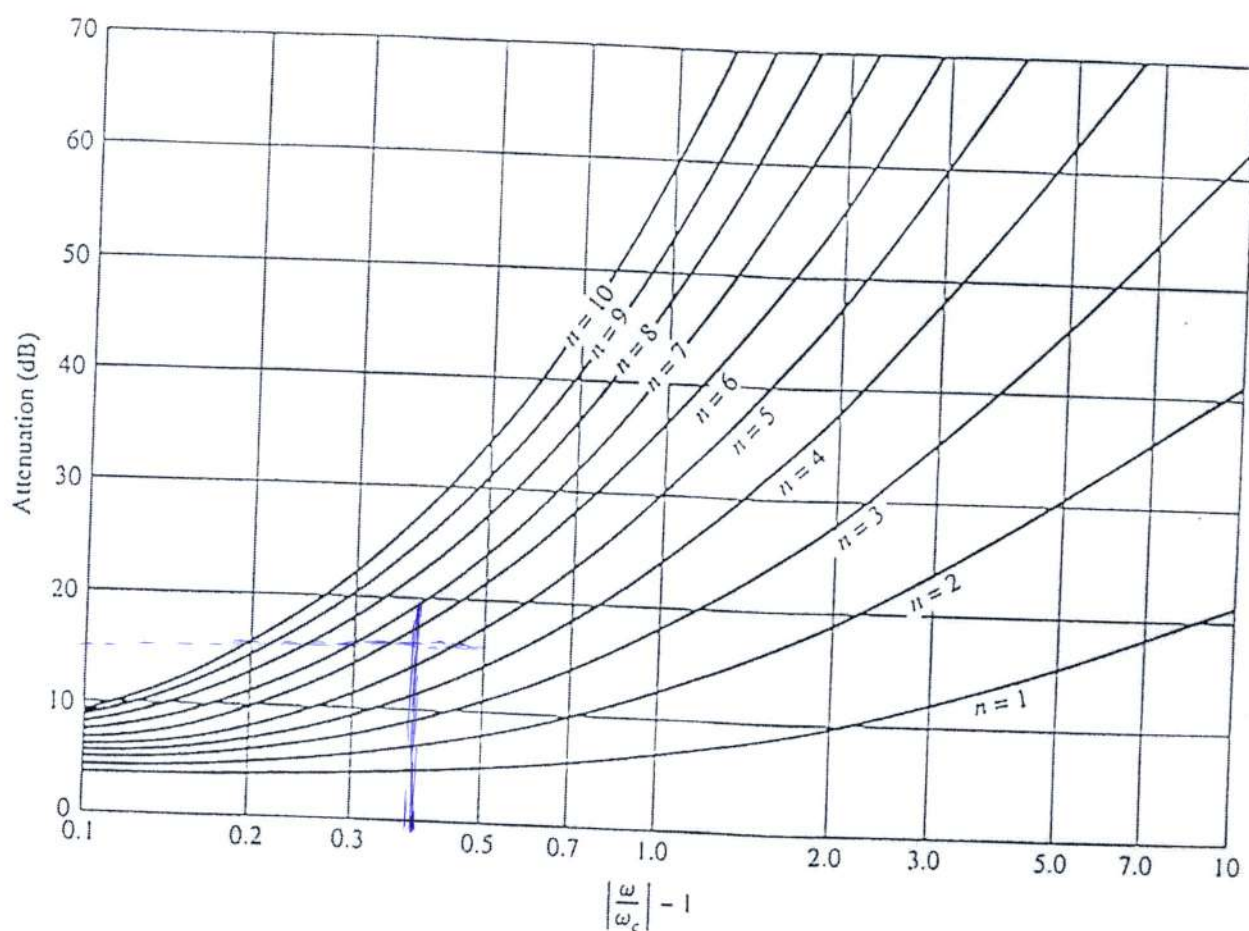
### Filtres Buterworth

TABLE 3.1 Element values for Butterworth lowpass prototype filters ( $g_0 = 1.0$ ,  $\Omega_c = 1$ ,  $L_{Ar} = 3.01 \text{ dB at } \Omega_c$ )

$n$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
1	2.0000	1.0								
2	1.4142	1.4142	1.0							
3	1.0000	2.0000	1.0000	1.0						
4	0.7654	1.8478	1.8478	0.7654	1.0					
5	0.6180	1.6180	2.0000	1.6180	0.6180	1.0				
6	0.5176	1.4142	1.9318	1.9318	1.4142	0.5176	1.0			
7	0.4450	1.2470	1.8019	2.0000	1.8019	1.2470	0.4450	1.0		
8	0.3902	1.1111	1.6629	1.9616	1.9616	1.6629	1.1111	0.3902	1.0	
9	0.3473	1.0000	1.5321	1.8794	2.0000	1.8794	1.5321	1.0000	0.3473	1.0

Avec  $L_{Ar}$  : Atténuation à la fréquence de coupure

Tableau 1



Courbes d'atténuation en fonction de la fréquence normalisée  $\frac{\omega}{\omega_c} - 1$  pour les filtres de butterworth de l'ordre 1 à l'ordre 10 ( $\omega_c$  : pulsation de coupure)

Courbes 1

## Filtres Chebyshev

**TABLE 3.2** Element values for Chebyshev lowpass prototype filters ( $g_0 = 1.0, \Omega_c = 1$ )

For passband ripple $L_{Ar} = 0.01$ dB										
$n$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
1	0.0960	1.0								
2	0.4489	0.4078	1.1008							
3	0.6292	0.9703	0.6292	1.0						
4	0.7129	1.2004	1.3213	0.6476	1.1008					
5	0.7563	1.3049	1.5773	1.3049	0.7563	1.0				
6	0.7814	1.3600	1.6897	1.5350	1.4970	0.7098	1.1008			
7	0.7970	1.3924	1.7481	1.6331	1.7481	1.3924	0.7970	1.0		
8	0.8073	1.4131	1.7825	1.6833	1.8529	1.6193	1.5555	0.7334	1.1008	
9	0.8145	1.4271	1.8044	1.7125	1.9058	1.7125	1.8044	1.4271	0.8145	1.0
For passband ripple $L_{Ar} = 0.04321$ dB										
$n$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
1	0.2000	1.0								
2	0.6648	0.5445	1.2210							
3	0.8516	1.1032	0.8516	1.0						
4	0.9314	1.2920	1.5775	0.7628	1.2210					
5	0.9714	1.3721	1.8014	1.3721	0.9714	1.0				
6	0.9940	1.4131	1.8933	1.5506	1.7253	0.8141	1.2210			
7	1.0080	1.4368	1.9398	1.6220	1.9398	1.4368	1.0080	1.0		
8	1.0171	1.4518	1.9667	1.6574	2.0237	1.6107	1.7726	0.8330	1.2210	
9	1.0235	1.4619	1.9837	1.6778	2.0649	1.6778	1.9837	1.4619	1.0235	1.0
For passband ripple $L_{Ar} = 0.1$ dB										
$n$	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
1	0.3052	1.0								
2	0.8431	0.6220	1.3554							
3	1.0316	1.1474	1.0316	1.0						
4	1.1088	1.3062	1.7704	0.8181	1.3554					
5	1.1468	1.3712	1.9750	1.3712	1.1468	1.0				
6	1.1681	1.4040	2.0562	1.5171	1.9029	0.8618	1.3554			
7	1.1812	1.4228	2.0967	1.5734	2.0967	1.4228	1.1812	1.0		
8	1.1898	1.4346	2.1199	1.6010	2.1700	1.5641	1.9445	0.8778	1.3554	
9	1.1957	1.4426	2.1346	1.6167	2.2054	1.6167	2.1346	1.4426	1.1957	1.0

Avec  $L_{Ar}$  : taux d'ondulation (ripple) de la bande passante

### Tableaux 2

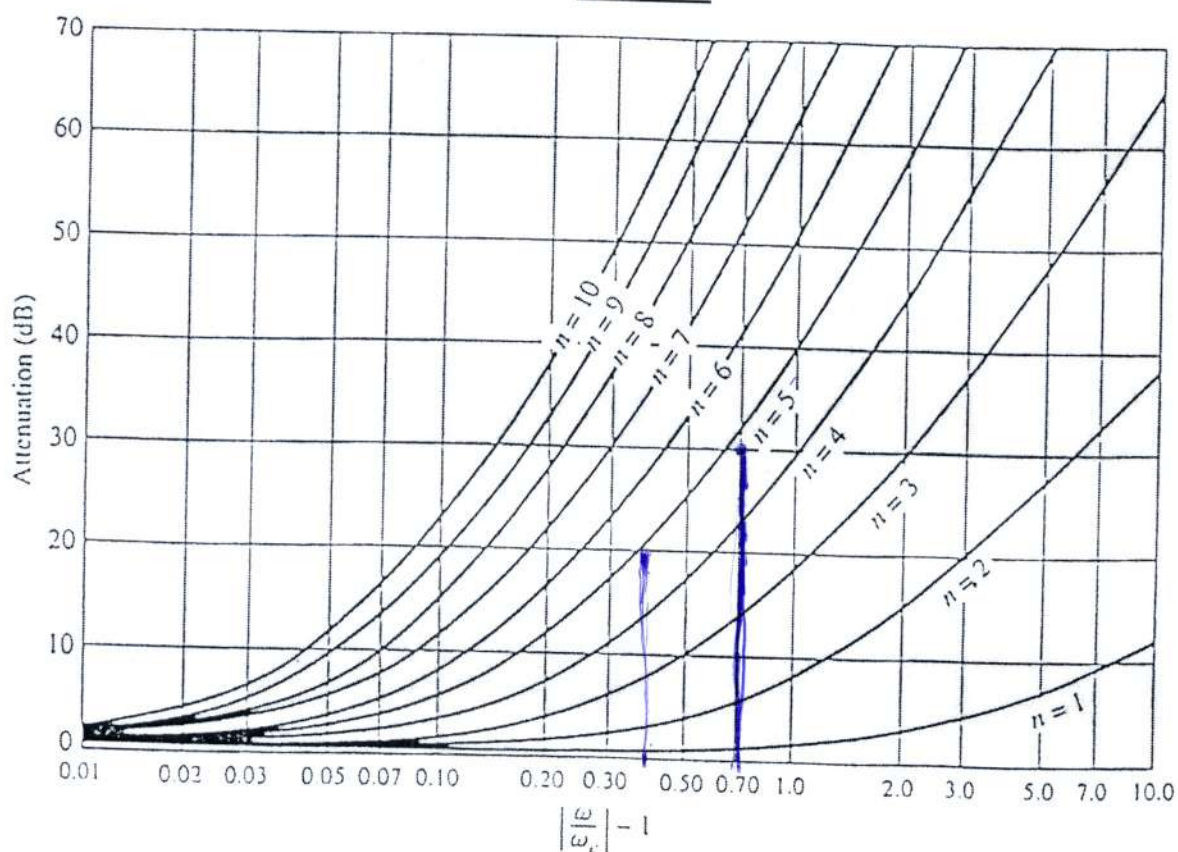


## 0.5 dB Ripple

TABLE 8.4 Element Values for Equal-Ripple Low-Pass Filter Prototypes ( $g_0 = 1$ ,  $\omega_c = 1$  1 to 10, 0.5 dB and 3.0 dB ripple)

N	0.5 dB Ripple									
	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
1	0.6986	1.0000								
2	1.4029	0.7071	1.9841							
3	1.5963	1.0967	1.5963	1.0000						
4	1.6703	1.1926	2.3661	0.8419	1.9841					
5	1.7058	1.2296	2.5408	1.2296	1.7058	1.0000				
6	1.7254	1.2479	2.6064	1.3137	2.4758	0.8696	1.9841			
7	1.7372	1.2583	2.6381	1.3444	2.6381	1.2583	1.7372	1.000		
8	1.7451	1.2647	2.6564	1.3590	2.6964	1.3389	2.5093	0.8796	1.9841	
9	1.7504	1.2690	2.6678	1.3673	2.7239	1.3673	2.6678	1.2690	1.7504	1.0000
10	1.7543	1.2721	2.6754	1.3725	2.7392	1.3806	2.7231	1.3485	2.5239	0.8842

Tableau 3



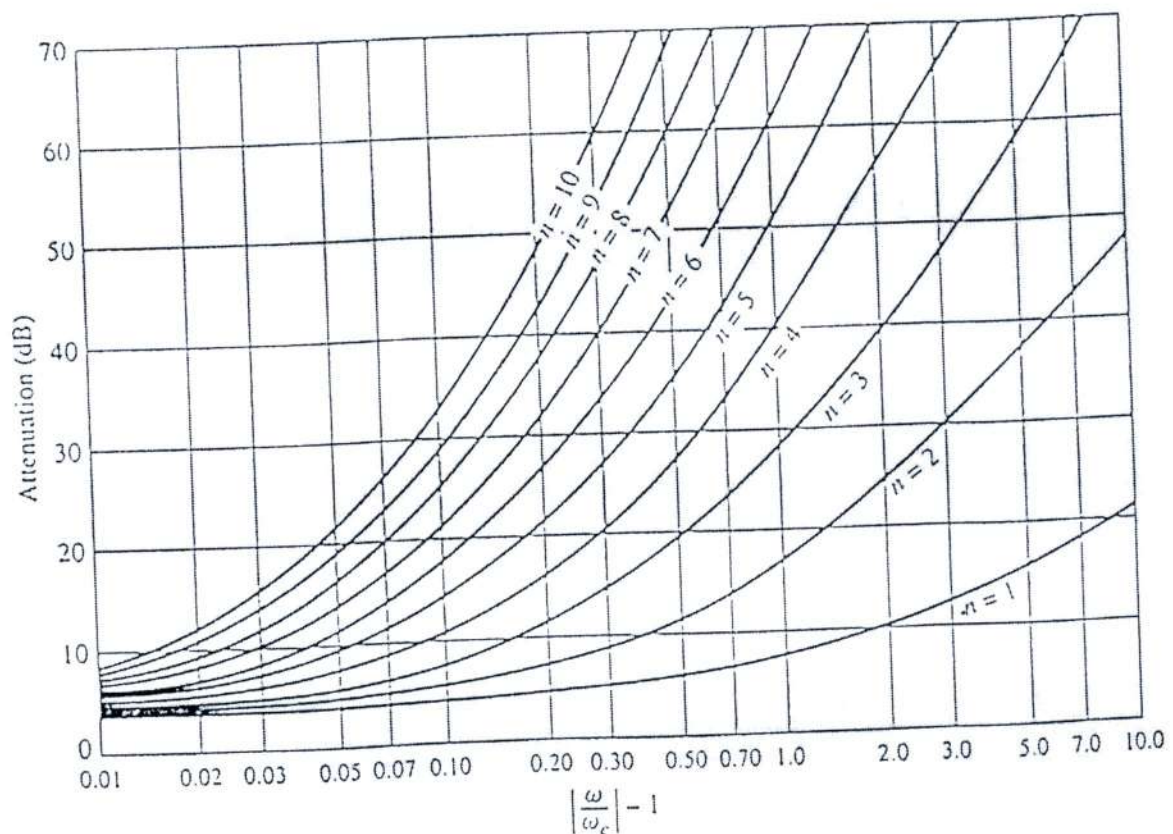
**Courbes 2 :** Courbes d'atténuation en fonction de la fréquence normalisée  $\frac{\omega}{\omega_c} - 1$  pour les filtres de Chebyshev de l'ordre 1 à l'ordre 10 pour un ripple (ondulation) de 0,5 dB ( $\omega_c$  : pulsation de coupure)

## 3 dB Ripple

N	3.0 dB Ripple									
	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
1	1.9953	1.0000								
2	3.1013	0.5339	5.8095							
3	3.3487	0.7117	3.3487	1.0000						
4	3.4389	0.7483	4.3471	0.5920	5.8095					
5	3.4817	0.7618	4.5381	0.7618	3.4817	1.0000				
6	3.5045	0.7685	4.6061	0.7929	4.4641	0.6033	5.8095			
7	3.5182	0.7723	4.6386	0.8039	4.6386	0.7723	3.5182	1.0000		
8	3.5277	0.7745	4.6575	0.8089	4.6990	0.8018	4.4990	0.6073	5.8095	
9	3.5340	0.7760	4.6692	0.8118	4.7272	0.8118	4.6692	0.7760	3.5340	1.0000
10	3.5384	0.7771	4.6768	0.8136	4.7425	0.8164	4.7260	0.8051	4.5142	0.6091

Source: Reprinted from G. L. Matthaei, L. Young, and E. M. T. Jones, *Microwave Filters, Impedance-Matching Networks, and Coupling Structures* (Dedham, Mass.: Artech House, 1980) with permission.

**Tableau 4**



**Courbes 3 :** Courbes d'atténuation en fonction de la fréquence normalisée  $\frac{\omega}{\omega_c} - 1$  pour les filtres de Chebyshev de l'ordre 1 à l'ordre 10 pour un ripple (ondulation) de 3 dB ( $\omega_c$  : pulsation de coupure)



## Filtres Cauer (elliptiques)

**TABLE 3.3** Element values for elliptic function lowpass prototype filters ( $g_0 = g_{n+1} = 1.0$ ,  $\Omega_c = 1$ ,  $L_{Ar} = 0.1$  dB)

$n$	$\Omega_s$	$L_{As}$ dB	$g_1$	$g_2$	$g'_2$	$g_3$	$g_4$	$g'_4$	$g_5$	$g_6$	$g'_6$	$g_7$
3	1.4493	13.5698	0.7427	0.7096	0.5412	0.7427						
	1.6949	18.8571	0.8333	0.8439	0.3252	0.8333						
	2.0000	24.0012	0.8949	0.9375	0.2070	0.8949						
	2.5000	30.5161	0.9471	1.0173	0.1205	0.9471						
4	1.2000	12.0856	0.3714	0.5664	1.0929	1.1194	0.9244					
	1.2425	14.1259	0.4282	0.6437	0.8902	1.1445	0.9289					
	1.2977	16.5343	0.4877	0.7284	0.7155	1.1728	0.9322					
	1.3962	20.3012	0.5675	0.8467	0.5261	1.2138	0.9345					
	1.5000	23.7378	0.6282	0.9401	0.4073	1.2471	0.9352					
	1.7090	29.5343	0.7094	1.0688	0.2730	1.2943	0.9348					
	2.0000	36.0438	0.7755	1.1765	0.1796	1.3347	0.9352					
5	1.0500	13.8785	0.7081	0.7663	0.7357	1.1276	0.2014	4.3812	0.0499			
	1.1000	20.0291	0.8130	0.9242	0.4934	1.2245	0.3719	2.1350	0.2913			
	1.1494	24.5451	0.8726	1.0084	0.3845	1.3097	0.4991	1.4450	0.4302			
	1.2000	28.3031	0.9144	1.0652	0.3163	1.3820	0.6013	1.0933	0.5297			
	1.2500	31.4911	0.9448	1.1060	0.2694	1.4415	0.6829	0.8827	0.6040			
	1.2987	34.2484	0.9681	1.1366	0.2352	1.4904	0.7489	0.7426	0.6615			
	1.4085	39.5947	1.0058	1.1862	0.1816	1.5771	0.8638	0.5436	0.7578			
	1.6129	47.5698	1.0481	1.2416	0.1244	1.6843	1.0031	0.3540	0.8692			
	1.8182	54.0215	1.0730	1.2741	0.0919	1.7522	1.0903	0.2550	0.9367			
	2.000	58.9117	1.0876	1.2932	0.0732	1.7939	1.1433	0.2004	0.9772			
6	1.0500	18.6757	0.4418	0.7165	0.9091	0.8314	0.3627	2.4468	0.8046	0.9986		
	1.1000	26.2370	0.5763	0.8880	0.6128	0.9730	0.5906	1.3567	0.9431	1.0138		
	1.1580	32.4132	0.6549	1.0036	0.4597	1.0923	0.7731	0.9284	1.0406	1.0214		
	1.2503	39.9773	0.7422	1.1189	0.3313	1.2276	0.9746	0.6260	1.1413	1.0273		
	1.3024	43.4113	0.7751	1.1631	0.2870	1.2832	1.0565	0.5315	1.1809	1.0293		
	1.3955	48.9251	0.8289	1.2243	0.2294	1.3634	1.1739	0.4148	1.2366	1.0316		
	1.5962	58.4199	0.8821	1.3085	0.1565	1.4792	1.3421	0.2757	1.3148	1.0342		
	1.7032	62.7525	0.9115	1.3383	0.1321	1.5216	1.4036	0.2310	1.3429	1.0350		
	1.7927	66.0190	0.9258	1.3583	0.1162	1.5505	1.4453	0.2022	1.3619	1.0355		
	1.8915	69.3063	0.9316	1.3765	0.1019	1.5771	1.4837	0.1767	1.3794	1.0358		
7	1.0500	30.5062	0.9194	1.0766	0.3422	1.0962	0.4052	2.2085	0.8434	0.5034	2.2085	0.4110
	1.1000	39.3517	0.9882	1.1673	0.2437	1.2774	0.5972	1.3568	1.0403	0.6788	1.3568	0.5828
	1.1494	45.6916	1.0252	1.2157	0.1940	1.5811	0.9939	0.5816	1.2382	0.5243	0.5816	0.4369
	1.2500	55.4327	1.0683	1.2724	0.1382	1.7059	1.1340	0.4093	1.4104	0.7127	0.4093	0.6164
	1.2987	59.2932	1.0818	1.2902	0.1211	1.7478	1.1805	0.3578	1.4738	0.7804	0.3578	0.6759
	1.4085	66.7795	1.1034	1.3189	0.0940	1.8177	1.2583	0.2770	1.5856	0.8983	0.2770	0.7755
	1.5000	72.1183	1.1159	1.3355	0.0786	1.7569	1.1517	0.3716	1.6383	1.1250	0.3716	0.9559
	1.6129	77.9449	1.1272	1.3506	0.0647	1.8985	1.3485	0.1903	1.7235	1.0417	0.1903	0.8913
	1.6949	81.7567	1.1336	1.3590	0.0570	1.9206	1.3734	0.1675	1.7628	1.0823	0.1675	0.9231
	1.8182	86.9778	1.1411	1.3690	0.0479	1.9472	1.4033	0.1408	1.8107	1.1316	0.1408	0.9616

Avec  $L_{Ar}$  : taux d'ondulation (ripple) de la bande passante  
 $L_{As}$  : Atténuation dans la bande atténuée

**Tableau 5**



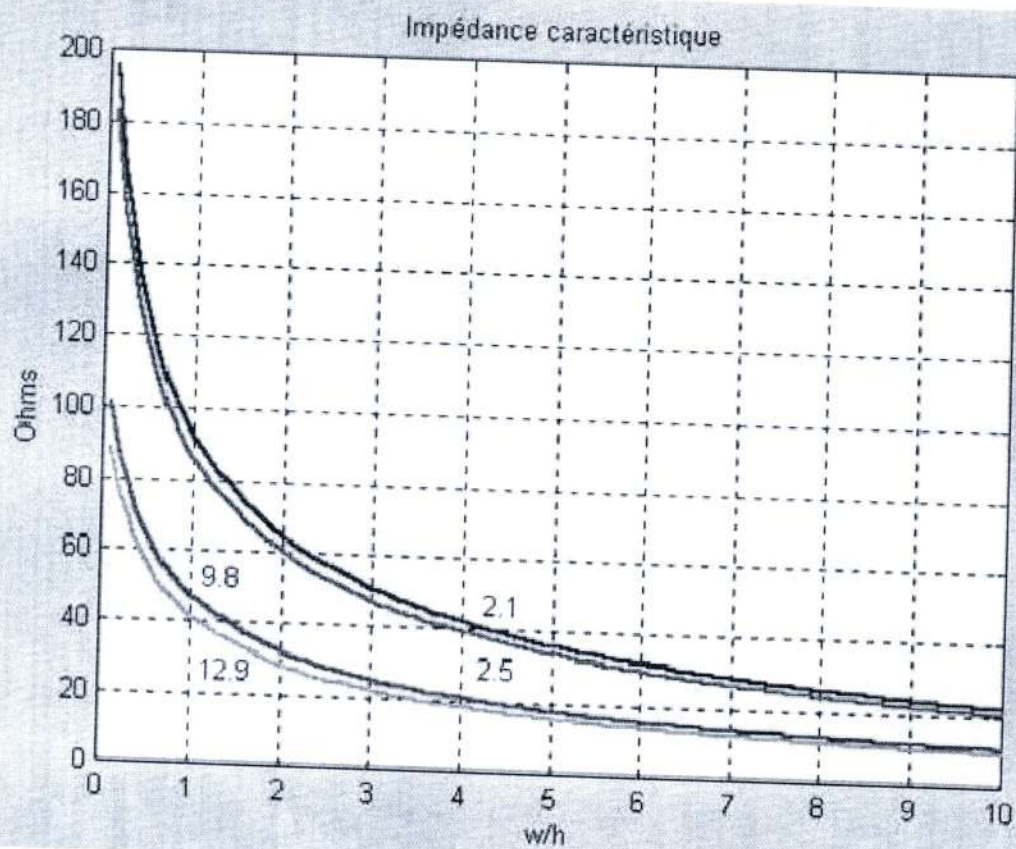
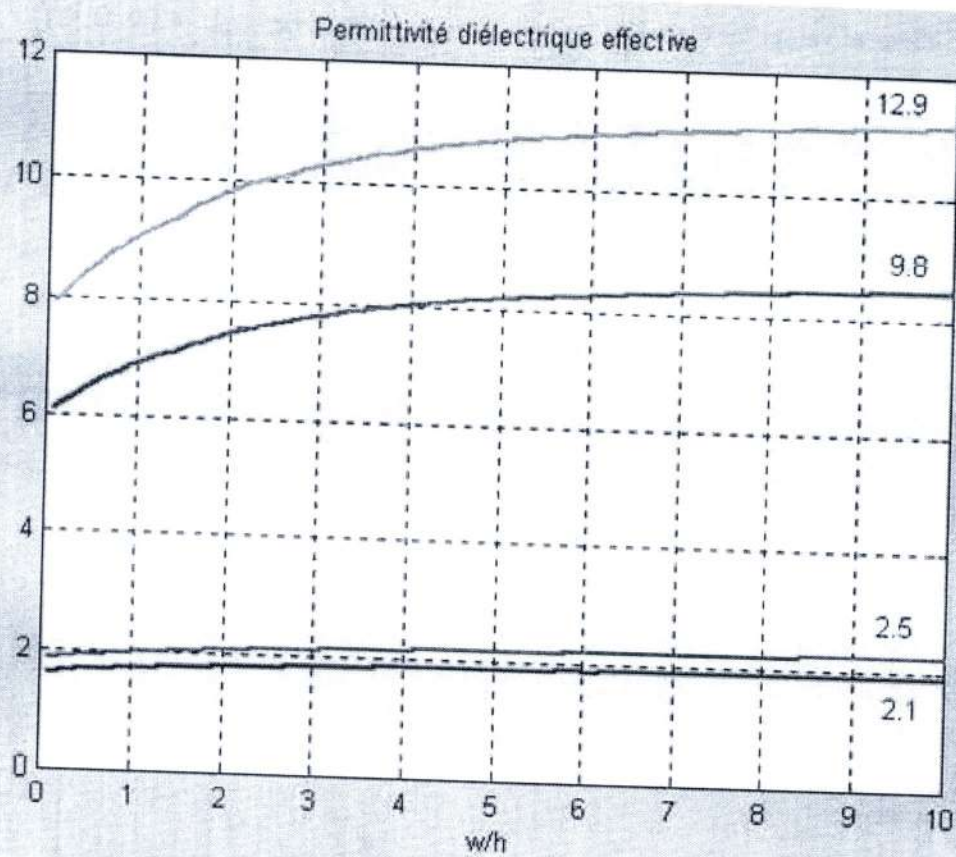
## Filtres Gauss

**TABLE 3.4** Element values for Gaussian lowpass prototype filters ( $g_0 = g_{n+1} = 1.0, \Omega_s = 1$ )

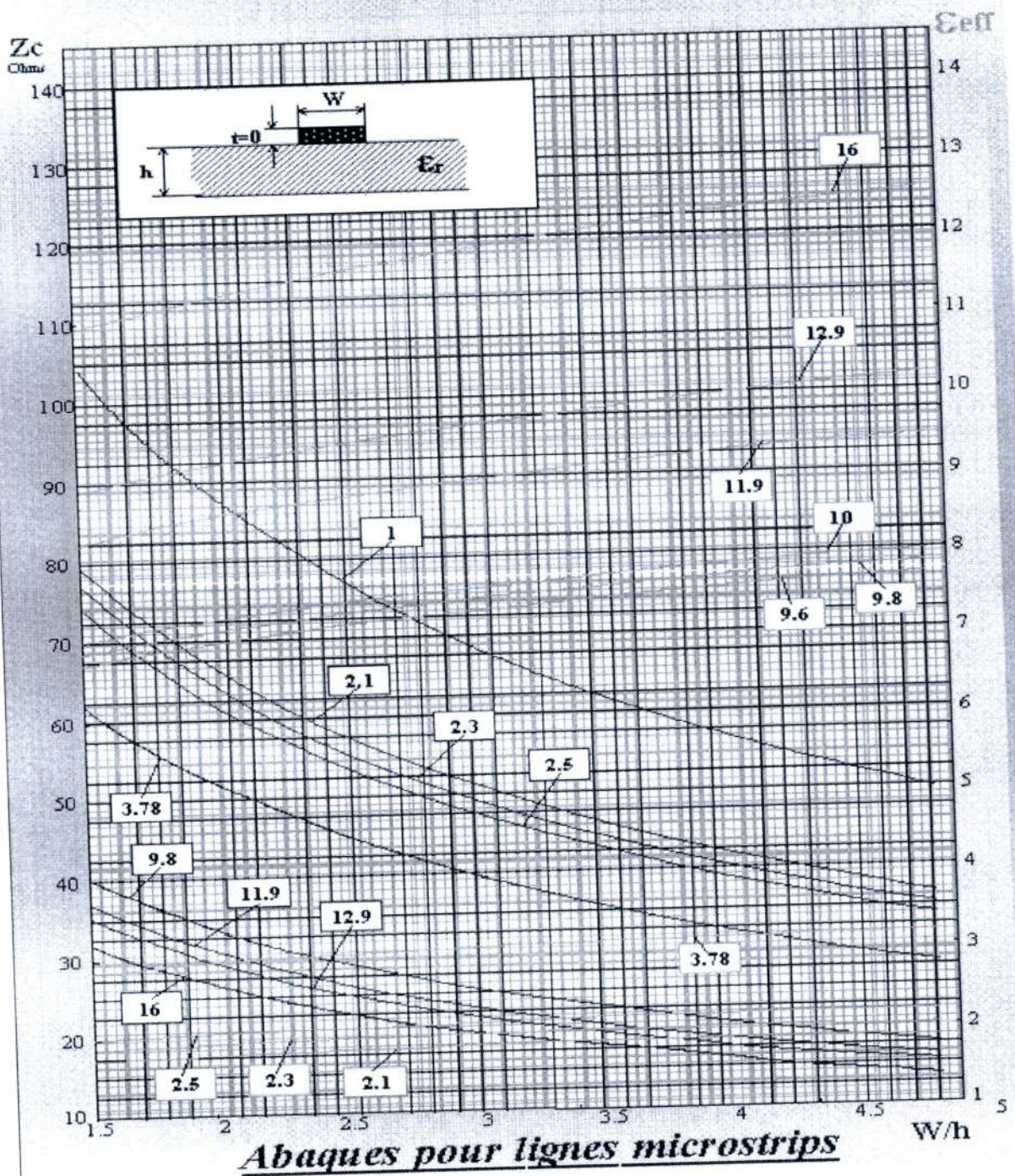
$n$	$\Omega_{1\%}$	$L_{\Omega 1\%}$ dB	$g_1$	$g_2$	$g_3$	$g_4$	$g_5$	$g_6$	$g_7$	$g_8$	$g_9$	$g_{10}$
2	0.5627	0.4794	1.5774	0.4226								
3	1.2052	1.3365	1.2550	0.5528	0.1922							
4	1.9314	2.4746	1.0598	0.5116	0.3181	0.1104						
5	2.7090	3.8156	0.9303	0.4577	0.3312	0.2090	0.0718					
6	3.5245	5.3197	0.8377	0.4116	0.3158	0.2364	0.1480	0.0505				
7	4.3575	6.9168	0.7677	0.3744	0.2944	0.2378	0.1778	0.1104	0.0375			
8	5.2175	8.6391	0.7125	0.3446	0.2735	0.2297	0.1867	0.1387	0.0855	0.0289		
9	6.0685	10.3490	0.6678	0.3203	0.2547	0.2184	0.1859	0.1506	0.1111	0.0682	0.0230	
10	6.9495	12.188	0.6305	0.3002	0.2384	0.2066	0.1808	0.1539	0.1240	0.0911	0.0557	0.0187

**Tableau 6**

## Annexes II









### Formules d'analyse

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{1}{2} (\epsilon_r + 1) + \frac{1}{2} (\epsilon_r - 1) \left( \left(1 + 12 \frac{h}{w}\right)^{-\frac{1}{2}} + 0.04 \left(1 + \frac{w}{h}\right)^2 \right) \quad \text{si } \frac{w}{h} < 1$$

$$\epsilon_{\text{eff}} = \frac{1}{2} (\epsilon_r + 1) + \frac{1}{2} (\epsilon_r - 1) \left(1 + 12 \frac{h}{w}\right)^{-\frac{1}{2}} \quad \text{si } \frac{w}{h} > 1$$

$$Z_c = \frac{Z_0}{2\pi\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \ln\left(\frac{8h}{w} + \frac{w}{4h}\right) \quad \text{si } \frac{w}{h} < 1$$

$$Z_c = \frac{Z_0}{\sqrt{\epsilon_{\text{eff}}}} \left(\frac{w}{h} + 1.393 + 0.667 \ln\left(\frac{w}{h} + 1.44\right)\right)^{-1} \quad \text{si } \frac{w}{h} > 1$$

avec  $Z_0 = 120 \pi$  (impédance du vide)

### Formules de synthèse

$$w = 4h \left( \frac{1}{2} \exp(A) - \exp(-A) \right)^{-1} \quad \text{si } \frac{w}{h} < 2$$

$$\text{avec } A = \pi \sqrt{2 + (\epsilon_r + 1)} \left( \frac{Z_c}{Z_0} \right) + \frac{\epsilon_r - 1}{\epsilon_r + 1} \left( 0.23 + \frac{0.11}{\epsilon_r} \right)$$

### Formules pratiques pour l'utilisation des lignes micro-ruban

Formules de Hammerstad

## **BIBLIOGRAPHIE**

- [27] : "Micro-ondes 1. Lignes, guides et cavités" de Paul F. Combes
- [28] : "conception des circuits micro-ondes" de T.C. EDWARDS
- [29] : "Microstrip filters for RF/Microwave applications" de Jia-Sheng Hong and M. J. Lancaster
- [30] : "Circuits microondes" Polycopié de S. Tedjini