

Intitulé du chapitre I :

Circuits et dispositifs passifs pour micro-ondes

I Introduction

Dans ce chapitre, on va s'intéresser aux méthodes de calcul à savoir la matrice de répartition [S] et les graphes de fluence qui permettent de simplifier les calculs des grandeurs caractéristiques des multipôles (gain, impédances d'entrée et de sortie, ...).

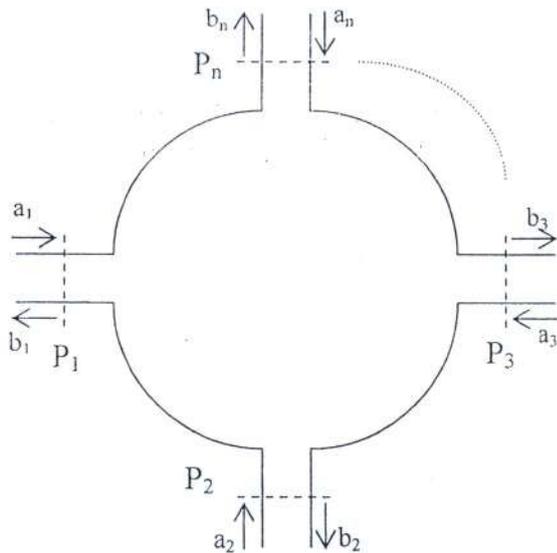
L'autre partie va être consacrée à l'étude des multipôles dont les coupleurs, les circulateurs et d'autres.

II La matrice [S]

La connaissance de la fonctionnalité d'un multipôle (majoritairement un quadripôle) est de connaître sa matrice de transformation courant-tension c'est-à-dire sa matrice impédance [Z] ou celle tension-courant c'est-à-dire sa matrice admittance [Y] mais au dessus de 100 MHz, c-a-d entrant dans le domaine des hyperfréquences, la matrice S est plus adaptée puisque les mesures en circuit ouvert ou en court-circuité sont presque impossibles à réaliser à cause des capacités et des inductances parasites ; la matrice [S] a l'avantage d'être mesurable sur entrée et sortie adaptées (usuellement 50 Ω).

II-1 Définitions

La matrice [S] est une matrice d'ondes qui relie les ondes émergentes (réfléchies) b aux ondes incidentes a :



$P_1, P_2, P_3, \dots, P_n$: plans de référence

Multipôle à 2n pôles

Rq : Les ondes a et b sont déterminées par rapport à leurs plans de référence.

$$\begin{aligned}
 b_1 &= S_{11}a_1 + S_{12}a_2 + \dots + S_{1n}a_n \\
 b_2 &= S_{21}a_1 + S_{22}a_2 + \dots + S_{2n}a_n \\
 &\vdots \\
 &\vdots \\
 b_n &= S_{n1}a_1 + S_{n2}a_2 + \dots + S_{nn}a_n
 \end{aligned}$$

et sous forme matricielle :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ b_n \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & \cdot & \cdot & S_{1n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ S_{n1} & \cdot & \cdot & S_{nn} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ a_n \end{bmatrix} \quad \text{ou} \quad [b]=[S][a]$$

- Signification des paramètres S

$$\bullet S_{ii} = \left. \frac{b_i}{a_i} \right|_{a_k=0} \quad \forall k \neq i$$

C'est le facteur de réflexion à l'accès i lorsque tous les autres accès sont adaptés.

$$\bullet S_{ij} = \left. \frac{b_i}{a_j} \right|_{a_1=0} \quad \forall j \neq i$$

C'est le facteur de transmission de l'accès j vers l'accès i lorsque seul l'accès j n'est pas adapté.

II-2 Relations entre les ondes et les tensions et courants

Les ondes a et b qu'on appelle les ondes tension-courant sont exprimées en fonction des tensions et courants normalisés :

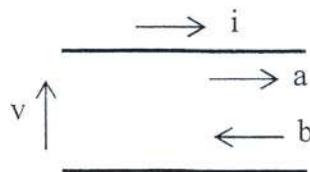
$$v(z) = \frac{V(z)}{\sqrt{Z_c}} = Ae^{-j\beta z} + Be^{+j\beta z} \quad : \text{ tension normalisée}$$

$$i(z) = I(z)\sqrt{Z_c} = Ae^{-j\beta z} - Be^{+j\beta z} \quad : \text{ courant normalisé}$$

Les ondes a et b sont donc obtenues à partir de v(z) et i(z) :

$$a(z) = Ae^{-j\beta z} = \frac{v(z) + i(z)}{2}$$

$$b(z) = Be^{+j\beta z} = \frac{v(z) - i(z)}{2}$$



et inversement :

$$v(z) = a(z) + b(z)$$

$$i(z) = a(z) - b(z)$$

où $a(z)$ est l'onde tension-courant incidente
 $b(z)$ est l'onde tension-courant réfléchie
 $v(z)$ est la tension normalisée
 $i(z)$ est le courant normalisé

Rq : - $a(z)$, $b(z)$, $v(z)$ et $i(z)$ ont l'unité de la racine carrée de la puissance.
 - Les termes en A représentent les ondes incidentes et les termes en B les ondes réfléchies.

$$\text{Coefficient de réflexion : } \Gamma(z) = \frac{b(z)}{a(z)}$$

$$\text{Puissance incidente : } P^+(z) = \frac{|a(z)|^2}{2}$$

$$\text{Puissance réfléchie : } P^-(z) = \frac{|b(z)|^2}{2}$$

$$\text{Puissance totale : } P(z) = P^+(z) - P^-(z) = \frac{|a(z)|^2}{2} (1 - |\Gamma(z)|^2)$$

II-3 Propriétés générales de la matrice [S]

Dans un circuit non dissipatif, qui ni consomme ni fournit d'énergie, la somme des puissances entrantes doit évaluer celle des puissances sortantes et par conséquent :

$$P_i = \sum \frac{1}{2} |a_k|^2 \quad : \text{ puissance entrante}$$

$$P_o = \sum \frac{1}{2} |b_k|^2 \quad : \text{ puissance sortante}$$

$$P_i = P_o \Rightarrow \sum \frac{1}{2} |a_k|^2 = \sum \frac{1}{2} |b_k|^2$$

Sous forme matricielle, cette dernière expression devient :

$$[a]^{*t} [a] - [b]^{*t} [b] = 0 \quad (*)$$

où $[a]$ et $[b]$ sont les matrices colonnes de a et b et $[a]^{*t}$ et $[b]^{*t}$ sont leurs matrices transposées conjuguées

$$[a]^{*t} = [a_1^* \ a_2^* \ \dots \ a_n^*]$$

$$[b]^{*t} = [b_1^* \ b_2^* \ \dots \ b_n^*]$$

La matrice notée (*) peut être écrite en fonction de la matrice S :

$$\left. \begin{aligned} [b] &= [S][a] \\ [b]^* &= [S]^* [a]^* \end{aligned} \right\} \Rightarrow (*) \rightarrow [a]^* [1 - [S]^* [S]] a = 0 \quad \text{avec } 1: \text{matrice unité}$$

On pose : $Q = [1 - [S]^* [S]]$: matrice de dissipation

où $Q=0$ pour une jonction sans pertes
 $Q>0$ pour une jonction avec pertes

$$1 : \text{matrice unité : } \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Pour une jonction sans pertes, on peut écrire :

$$Q=0 \Rightarrow [S]^* [S] = 1$$

Ce qui donnerait :

$$\left. \begin{aligned} |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 + |S_{31}|^2 + \dots &= 1 \\ |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 + |S_{32}|^2 + \dots &= 1 \\ |S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{33}|^2 + \dots &= 1 \\ \cdot & \\ \cdot & \\ |S_{1n}|^2 + |S_{2n}|^2 + |S_{3n}|^2 + \dots &= 1 \end{aligned} \right\} \text{éléments de la diagonale}$$

Handwritten notes showing the derivation of the diagonal elements condition:

$$\begin{aligned} |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 + |S_{31}|^2 + |S_{41}|^2 &= 1 \\ |S_{42}|^2 + |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 + |S_{32}|^2 &= 1 \\ |S_{13}|^2 + |S_{23}|^2 + |S_{33}|^2 + |S_{43}|^2 &= 1 \\ |S_{14}|^2 + |S_{24}|^2 + |S_{34}|^2 + |S_{44}|^2 &= 1 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} S_{11}^* S_{12} + S_{21}^* S_{22} + S_{31}^* S_{32} + \dots + S_{n1}^* S_{n2} &= 0 \\ S_{11}^* S_{13} + S_{21}^* S_{23} + S_{31}^* S_{33} + \dots + S_{n1}^* S_{n3} &= 0 \\ \cdot & \\ \cdot & \\ S_{11}^* S_{1n} + S_{21}^* S_{2n} + S_{31}^* S_{3n} + \dots + S_{n1}^* S_{nn} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{éléments de la première ligne}$$

$$\left. \begin{aligned} S_{12}^* S_{11} + S_{22}^* S_{21} + S_{32}^* S_{31} + \dots + S_{n2}^* S_{n1} &= 0 \\ S_{12}^* S_{13} + S_{22}^* S_{23} + S_{32}^* S_{33} + \dots + S_{n2}^* S_{n3} &= 0 \\ \vdots & \\ S_{12}^* S_{1n} + S_{22}^* S_{2n} + S_{32}^* S_{3n} + \dots + S_{n2}^* S_{nn} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{éléments de la deuxième ligne}$$

A titre d'exemple, pour un quadripôle, on aura :

$$\left. \begin{aligned} |S_{11}|^2 + |S_{21}|^2 &= 1 \\ |S_{12}|^2 + |S_{22}|^2 &= 1 \end{aligned} \right\} \text{pour les éléments de la diagonale}$$

et

$$\left. \begin{aligned} S_{11}^* S_{12} + S_{21}^* S_{22} &= 0 \\ S_{12}^* S_{11} + S_{22}^* S_{21} &= 0 \end{aligned} \right\} \text{pour éléments de la première et de la deuxième ligne}$$

- Rq : - On dira qu'un multipôle est réciproque quand $S_{ij}=S_{ji}$.
 - On dira qu'un multipôle est adapté à son accès i quand $S_{ii}=0$.

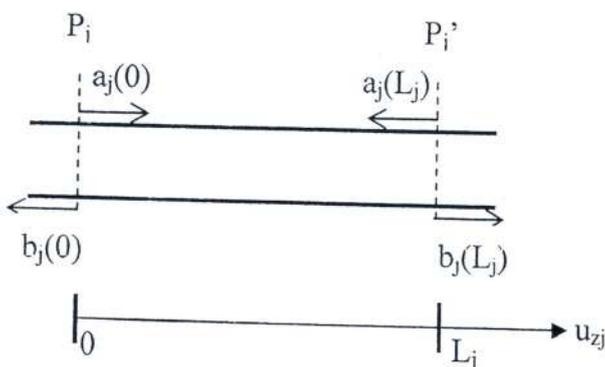
II-4 Changement des plans de référence

La matrice S d'un multipôle quelconque est déterminée par rapport à un ensemble de plans de référence (P_1, P_2, \dots, P_n) et les plans, choisis arbitrairement, constituent les origines des axes de propagation z_j qui sont tous, par convention, dirigés vers la jonction.

Si l'on fait subir un déplacement L_j au plan de référence P_j , on aura :

- $L_j > 0$ si le plan P_j se rapproche de la jonction
- $L_j < 0$ si le plan P_j s'éloigne de la jonction.

Ce déplacement est schématisé sur la figure suivante :



labo virtuelle

a- Relations entre les ondes a et b des 2 plans de référence :

Pour une ligne sans pertes, les ondes tension-courant s'écrivent :

$$a(z) = Ae^{-j\beta z}$$

$$b(z) = Be^{+j\beta z}$$

Supposons que le plan initial P_j est à $z=0$ donc :

$$a_j(0) = A$$

$$b_j(0) = B$$

Pour le plan P'_j :

$$a_j(L_j) = Ae^{-j\beta_j L_j} = a_j(0)e^{-j\beta_j L_j}$$

$$b_j(L_j) = Be^{+j\beta_j L_j} = b_j(0)e^{+j\beta_j L_j}$$

Avec β_j et L_j : respectivement la constante de phase de l'onde, dans la ligne j , et le déplacement du plan de référence associé à l'accès j

Pour simplifier :

$$\left. \begin{array}{l} a_j(0) = a_j \\ b_j(0) = b_j \\ a_j(L_j) = a'_j \\ b_j(L_j) = b'_j \\ \beta_j \cdot L_j = \theta_j \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} a'_j = a_j \cdot e^{-j\theta_j} \\ b'_j = b_j \cdot e^{+j\theta_j} \end{array}$$

Note : Le changement de plan de référence revient à changer d'argument mais le module de S_{ij} reste le même.

b- Matrice de translation :

Ce qu'on vient de faire pour un plan de référence, on peut le généraliser pour l'ensemble des accès du multipôle comme suit :

$$a_1 = a'_1 \cdot e^{+j\theta_1} ; \quad b_1 = b'_1 \cdot e^{-j\theta_1}$$

$$a_2 = a'_2 \cdot e^{+j\theta_2} ; \quad b_2 = b'_2 \cdot e^{-j\theta_2}$$

⋮

⋮

⋮

⋮

$$a_n = a'_n \cdot e^{+j\theta_n} ; \quad b_n = b'_n \cdot e^{-j\theta_n}$$

Matriciellement, ce qui précède s'écrit de la manière suivante :

$$[a] = [T].[a'] \quad \text{et} \quad [b] = [T]^{-1}.[b']$$

où [T] est la matrice de translation :

$$[T] = \begin{bmatrix} e^{j\theta_1} & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & e^{j\theta_2} & 0 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & \dots & \dots & 0 & e^{j\theta_n} \end{bmatrix}$$

avec $T_{kl} = \delta_{kl} \cdot e^{j\theta_k}$ où $\delta_{kl} = \begin{cases} 1 & \text{si } k = l \\ 0 & \text{si } k \neq l \end{cases}$

c- détermination de la nouvelle matrice S :

$$\left. \begin{array}{l} [b] = [S].[a] \\ [a] = [T].[a'] \\ [b] = [T]^{-1}.[b'] \end{array} \right\} \Rightarrow [T]^{-1}.[b'] = [S].[T].[a'] \Rightarrow [b'] = [T].[S].[T].[a']$$

D'où l'on déduit la nouvelle matrice S' : $[S'] = [T].[S].[T]$

Les éléments de la nouvelle matrice s' s'écrivent alors :

$$S'_{kl} = \sum_{m=1}^n \sum_{r=1}^n T_{km} \cdot S_{mr} \cdot T_{rl} = \sum_{m=1}^n \sum_{r=1}^n (\delta_{km} e^{j\theta_k}) \cdot S_{mr} \cdot (\delta_{rl} e^{j\theta_r})$$

$$\text{où } \delta_{km} = \begin{cases} 1 & \text{si } k = m \\ 0 & \text{si } k \neq m \end{cases} \quad \text{et} \quad \delta_{rl} = \begin{cases} 1 & \text{si } r = l \\ 0 & \text{si } r \neq l \end{cases}$$

En développant ces égalités, nous obtenons :

$$S'_{kl} = S_{kl} \cdot e^{j(\theta_k + \theta_l)} \quad ; \quad \theta_k \text{ et } \theta_l \text{ peuvent prendre des signes positifs ou négatifs selon le sens de déplacement des plans de référence respectivement positifs ou négatifs}$$

Les paramètres S, étant complexes, peuvent s'écrire comme suit :

$$S_{kl} = |S_{kl}| \cdot e^{j\Phi_{kl}} \quad ; \quad \Phi_{kl} \text{ est la phase du paramètre } S_{kl} \text{ avant le déplacement des plans de référence}$$

Suite au déplacement des plans de référence, les nouveaux paramètres s deviennent :

$$S'_{kl} = |S_{kl}| \cdot e^{j(\Phi_{kl} + \theta_k + \theta_l)}$$

Note : En pratique, les nouveaux plans de référence sont choisis de telle sorte que les paramètres S deviennent réels c.a.d que : $\Phi_{kl} + \theta_k + \theta_l = \pm n \cdot \pi$

III Les graphes de fluence

L'intérêt de ces graphes de fluence (en anglais "flow graph") est de simplifier les calculs ; en général on s'intéresse à seulement quelques ondes pour déduire la grandeur qu'on veut calculer comme par exemple la puissance, le gain ou l'atténuation .Par contre, en utilisant la matrice S, on doit calculer toutes les ondes et cela est très fastidieux lorsqu'il s'agit de multipôles à nombreux accès.

III-1 Définitions du graphe de fluence

C'est un réseau de **branches dirigées**, réunies en des **points** ou des **nœuds** et définissant un système d'équations linéaires, dans notre cas la matrice S :

$$b_1 = S_{11} \cdot a_1 + S_{12} \cdot a_2$$

$$b_2 = S_{21} \cdot a_1 + S_{22} \cdot a_2$$

Les **nœuds** représentent les variables a et b.

Les **branches** sont associées aux coefficients S_{ij} .

Chaque **accès** (ou porte ou entrée) est représenté par deux nœuds (a,b).

Une branche (S_{ij}) relie deux nœuds et elle est orientée avec a comme onde entrante et b comme onde sortante.

III-2 Applications du graphe de fluence

Pour bien illustrer ces graphes de fluence, il va être donné quelques exemples et applications :

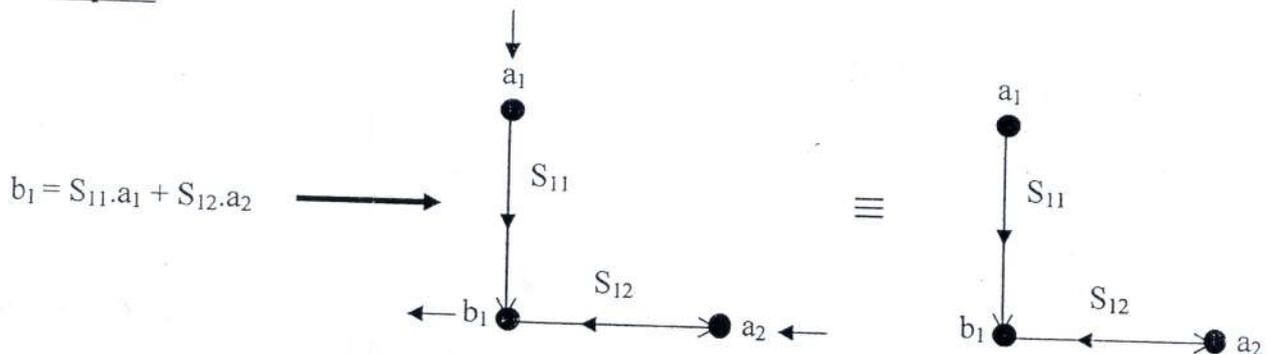
Exemple 1 :



où \longrightarrow signifie : donne graphiquement

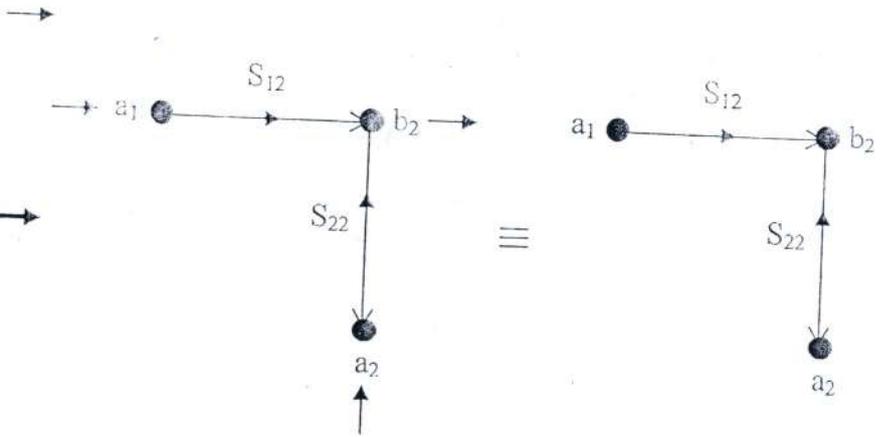
\equiv signifie : équivalent

Exemple 2 :



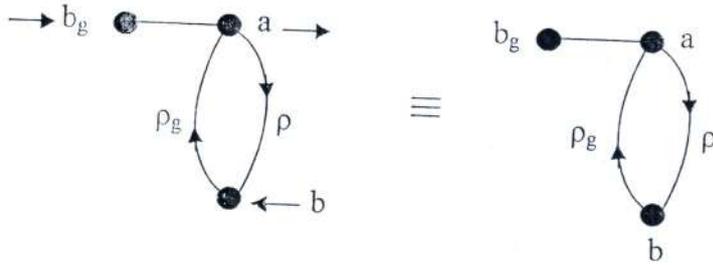
Exemple 3 :

$$b_2 = S_{21} \cdot a_1 + S_{22} \cdot a_2$$



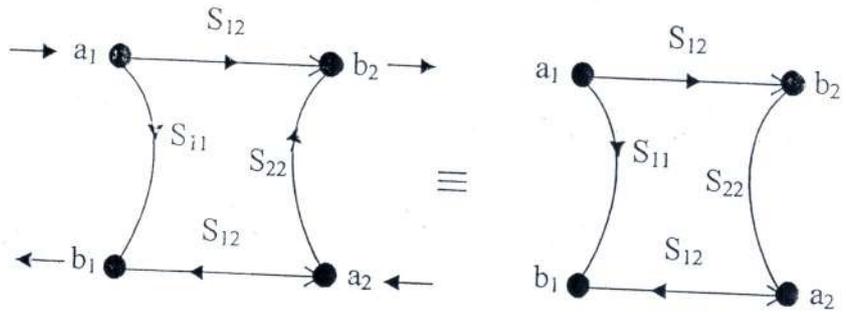
Exemple 4 :

$$\left. \begin{aligned} a &= b_g + \rho_g \cdot b \\ b &= \rho \cdot a \end{aligned} \right\}$$



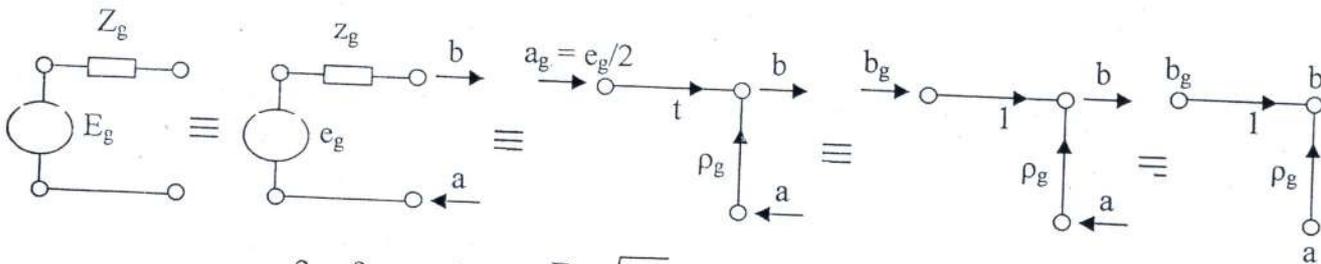
Exemple 5 :

$$\left. \begin{aligned} b_1 &= S_{11} \cdot a_1 + S_{12} \cdot a_2 \\ b_2 &= S_{21} \cdot a_1 + S_{22} \cdot a_2 \end{aligned} \right\}$$



Exemple 6 :

Un générateur de source E_g et d'impédance interne Z_g est représenté en indiquant les différentes transformations :



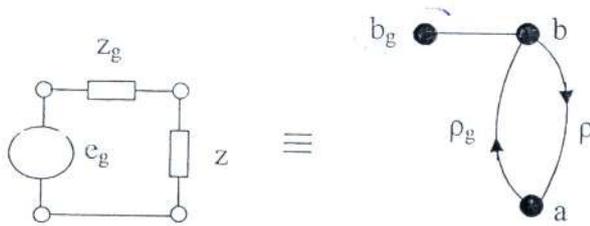
$$\text{avec } b_g = t \cdot a_g = \frac{2}{z_g + 1} \frac{e_g}{2} = \frac{e_g}{z_g + 1} = \frac{E_g \cdot \sqrt{R_c}}{Z_g + R_c}$$

$$\rho_g = \frac{z_g - 1}{z_g + 1} = \frac{Z_g - R_c}{Z_g + R_c}$$

$e_g = E_g / \sqrt{R_c}$: f.e.m normalisée
 où $z_g = Z_g / R_c$: impédance interne du générateur normalisée
 R_c : impédance caractéristique

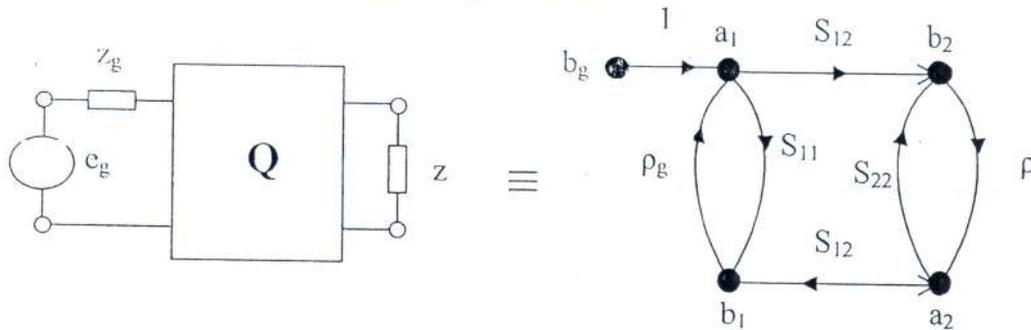
Exemple 7:

Un générateur, d'impédance normalisée z_g , et sa charge, d'impédance normalisée z est représenté sur la figure suivante :



Exemple 8:

Un générateur, d'impédance normalisée z_g , suivi d'un quadripôle, Q , et chargé par une impédance normalisée z est représenté sur la figure suivante :



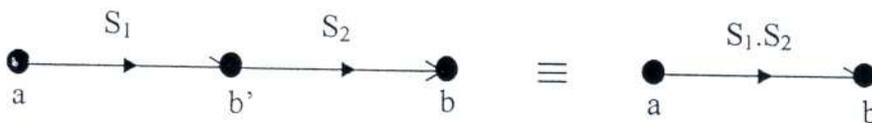
avec $\rho_g = \frac{z_g - 1}{z_g + 1}$ et $\rho = \frac{z - 1}{z + 1}$

III-3 Règles de réduction

Ces règles permettent de réduire les graphes de fluence afin de diminuer leurs complexités. Ces règles seront suivies des démonstrations des résultats obtenus.

a- Produit :

Deux flèches en série, orientés dans le même sens, peuvent être remplacés par le produit de leurs fonctions de transfert comme suit :



Démonstration :

$$\left. \begin{array}{l} b' = a.S_1 \\ b = b'.S_2 \end{array} \right\} \Rightarrow b = a.S_1.S_2 \text{ ce qui prouve que la nouvelle fonction de transfert est } S_1 \times S_2.$$

b- Somme :

Deux flèches en parallèle, orientés dans le même sens, peuvent être remplacés par la somme de leurs fonctions de transfert comme suit :

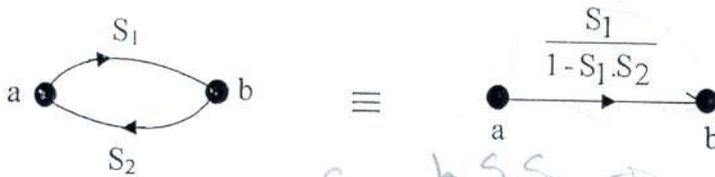


Démonstration :

$$b = a.S_1 + a.S_2 = a.(S_1 + S_2) \text{ ce qui prouve que la nouvelle fonction de transfert est } S_1+S_2.$$

c- Boucle de rétroaction :

Deux flèches en parallèle, orientés en sens inverse et formant une boucle, peuvent être remplacés par la fonction de transfert résultante comme suit :



Démonstration :

$$\left. \begin{array}{l} b = a.S_1 - a.S_2 \\ a = -b.S_1 \end{array} \right\} \Rightarrow b = a.S_1 - (-b.S_1).S_2 = S_1.(a + b.S_2) \Rightarrow b.(1 - S_1.S_2) = S_1.a \Rightarrow b = a.\frac{S_1}{1 - S_1.S_2}$$

Handwritten notes:
 $b = a.S_1 + b.S_1.S_2 \Rightarrow b(1 - S_1.S_2) = a.S_1$
 $b = \frac{a.S_1}{1 - S_1.S_2}$
 $b = (-b).S_1^2 - a.S_2 \Rightarrow 2b.S_1^2 = -a.S_2$
 $b = -a.\frac{S_2}{2.S_1}$

ce qui prouve que la nouvelle fonction de transfert est $\frac{S_1}{1 - S_1.S_2}$.

III-4 Règle de Mason

Cette règle de Mason va nous permettre de déterminer la fonction de transfert $\frac{b}{a}$ entre deux nœuds quelconques d'un réseau complexe sans avoir à déterminer l'ensemble de la matrice S.

Avant de poser la règle de Mason ensuite de l'expliquer, définissons les éléments qui entrent dans sa construction :

a- Chemin :

Un **chemin** est une suite continue de branches.

b- Chemin direct :

Un **chemin direct** est un chemin qui connecte le nœud entrée au nœud sortie par lequel aucun nœud n'est rencontré plus d'une fois, chaque branche étant parcourue dans son sens direct.

c- Gain d'un chemin :

Le gain d'un chemin est le produit de tous les multiplicateurs des branches formant le chemin.

d- Boucle :

Une **boucle** est un chemin direct qui trouve son origine et sa fin sur le même nœud, aucun nœud n'étant rencontré plus d'une fois. Le gain d'une boucle est le produit de tous les multiplicateurs des branches formant la boucle..

Règle de Mason

Elle permet de déterminer la fonction transfert souhaitée :

$T = \frac{b_m}{a_n}$ (T complexe) : est la fonction de transfert ou gain entre deux nœuds.

$$\text{où } T = \frac{\sum_{k=1}^k T_k \cdot \Delta_k}{\Delta} \quad (\Delta_k \text{ et } \Delta \text{ complexes})$$

k : le nombre de chemins directs entre les deux nœuds considérés

T_k : la fonction de transfert ou gain du chemin d'ordre k du parcours en sens direct

$\Delta = 1 -$ (la somme des gains de toutes les boucles du réseau)

+ (la somme des produits des gains de boucles de toutes les combinaisons possibles de **2** boucles sans contact)

- (la somme des produits des gains de boucles de toutes les combinaisons possibles de **3** boucles sans contact)

+ (la somme des produits des gains de boucles de toutes les combinaisons possibles de **4** boucles sans contact)

•
•

Δ : est le déterminant des équations du graphe

Δ_k : est égal à Δ dans laquelle sont exclues toutes les boucles ou combinaisons touchant le chemin d'ordre k

et pour cela, il faut procéder de la manière suivante en suivant les étapes suivantes :

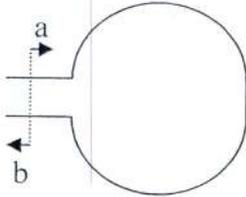
- chercher les différents chemins directs pour aller de a_n à b_m
- déduire les fonctions de transfert T_k de ces chemins
- chercher les combinaisons des boucles à 2, 3, ...branches et écrire leurs fonctions de transfert
- chercher les combinaisons possibles des 2, 3, ...boucles sans contact (non adjacentes) et écrire leurs fonctions de transfert respectives
- écrire le déterminant Δ des équations du graphe

↳ pas de contact

- écrire les déterminants Δ_k des différents chemins
- écrire la fonction de transfert T selon l'expression donnée

IV Les dispositifs passifs

IV-1 Les dipôles



Le dipôle se réduit à un seul accès par conséquent à un seul élément de la matrice qui n'est rien d'autre que le coefficient de réflexion :

$$\Gamma_L = \frac{b}{a}$$

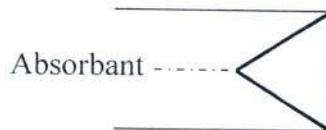
Citons quelques exemples :

a) La charge adaptée

C'est un composant qui absorbe toute l'énergie incidente et ne réfléchit aucune donc le coefficient de réflexion est nul :

$$|\Gamma_L| = 0$$

- Pratiquement :
- pour une ligne de transmission TEM ou quasi-TEM, c'est une charge égale à l'impédance caractéristique de la ligne ;
 - pour un guide d'ondes, c'est un guide fermé sur une extrémité à l'intérieur duquel il est introduit un diélectrique ayant un très grand pouvoir d'absorption :



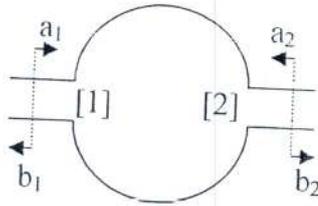
b) le court-circuit

C'est un composant qui réfléchit toute l'énergie incidente donc :

$$P_{in} = P_{ref} \Rightarrow |a| = |b| \Rightarrow |\Gamma_L| = 1$$

Il existe les courts-circuits fixes et les courts-circuits mobiles; ces derniers servent de dispositifs d'adaptation (stubs).

IV-2 Les quadripôles



Un quadripôle est un dispositif à deux accès et il est d'autant plus important qu'il entre dans la constitution de la plupart des dispositifs micro-ondes : atténuateurs, filtres, isolateurs, déphaseurs, amplificateurs, oscillateurs,

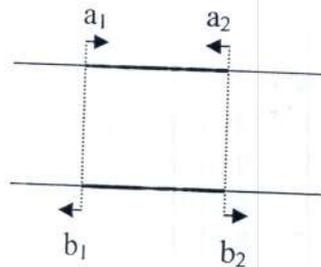
Sa matrice S s'écrit :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{21} & S_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \end{bmatrix}$$

Rappel : La détermination des paramètres S passe par l'adaptation de l'accès 2 ($a_2=0$) pour S_{11} et S_{21} et ensuite l'adaptation de l'accès 1 ($a_1=0$) pour S_{22} et S_{12} .

Citons quelques exemples :

a) Tronçon de ligne



$$b_1 = a_2 e^{-\gamma d}$$

$$\text{avec } \gamma = \alpha + j\beta$$

$$b_2 = a_1 e^{-\gamma d}$$

$$\text{d'où : } [S] = \begin{bmatrix} 0 & e^{-\gamma d} \\ e^{-\gamma d} & 0 \end{bmatrix}$$

Cette matrice montre qu'une ligne de longueur d est un quadripôle réciproque dont les accès sont parfaitement adaptés.

b) Atténuateur

C'est un quadripôle réciproque qui atténue l'onde incidente sans produire de réflexion.

$$S_{12} = S_{21} : \text{réciprocité}$$

$$S_{11} = S_{22} : \text{si les accès sont adaptés}$$

$$S_{12} = e^{-\alpha} e^{-j\theta} : \text{pour un matériau dissipatif}$$

On peut déterminer le coefficient d'atténuation :

$$\text{puissance d'entrée : } P_{\text{in}} = \frac{|a_1|^2}{2}$$

$$\text{puissance de sortie : } P_{\text{out}} = \frac{|b_2|^2}{2} = \frac{|S_{21}|^2 |a_1|^2}{2}$$

$$\text{Le coefficient d'atténuation s'écrit alors : } A = \frac{P_{\text{in}}}{P_{\text{out}}} = \frac{1}{|S_{21}|^2}$$

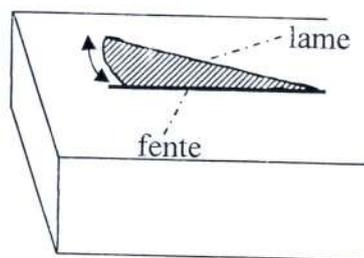
$$\text{et en dB : } A(\text{dB}) = 10 \log(A) = -20 \log|S_{21}| \quad ; \quad |S_{21}| = e^{-\alpha}$$

En pratique, il existe les atténuateurs fixes ($\alpha = \text{cste}$) et les atténuateurs variables ($\alpha = \text{variable}$).

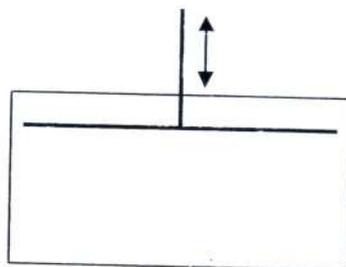
Quelques types d'atténuateurs :

- atténuateur en ligne coaxiale : il est déposé une couche de matériau absorbant sur le conducteur central ;
- atténuateur en guide d'onde : on introduit une lame dissipatrice qui absorbe une partie de la puissance incidente ; si la lame est fixe le coefficient d'atténuation est constant, dans le cas où elle est mobile, il est variable et on citera :

- atténuateur à lame plongeante :

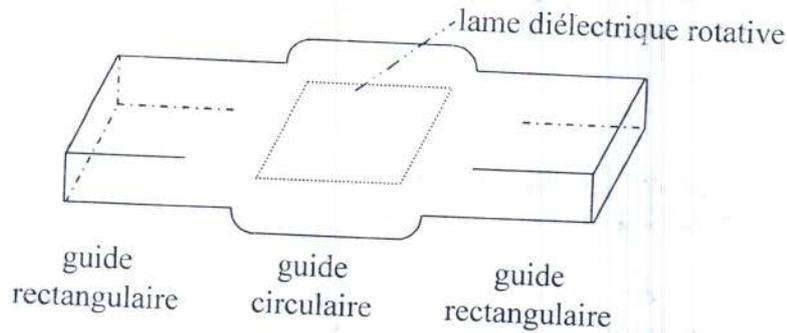


- atténuateur à lame se déplaçant dans le plan H :



Pour le mode fondamental, le champ est maximal au centre du guide donc c'est là qu'il est obtenu la plus grande atténuation.

- atténuateur rotatif de précision :



- atténuateur en guide : il est réalisé à partir d'un guide fonctionnant sous la coupure, l'énergie incidente est dans ce cas réfléchie au lieu d'être absorbée.

c) Isolateur

C'est un dispositif non réciproque qui laisse passer toute la puissance dans un sens et la bloque dans l'autre ; lorsque l'isolateur est parfait, ses deux accès paraissent adaptés. Cette fonction est obtenue grâce au matériau anisotrope qu'on introduit ; c'est généralement un ferrite soumis à un champ magnétique statique.

Accès adaptés : $S_{11}=S_{22}=0$

Transmission totale (accès 1 vers accès 2) : $|S_{21}|=1$

Transmission nulle (accès 2 vers accès 1) : $|S_{12}|=0$

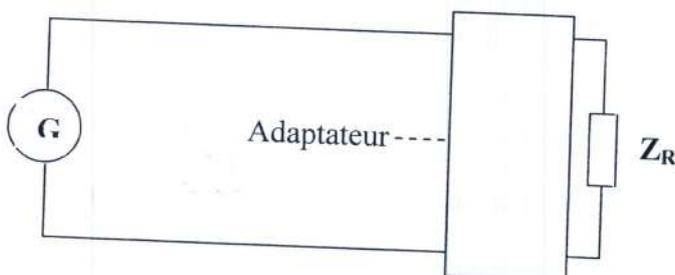
d'où : $[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ e^{-j\theta} & 0 \end{bmatrix}$

En pratique, le coefficient d'isolation n'est pas nul ce qui permet de définir un coefficient d'isolation :

$$I(\text{dB}) = -20 \log |S_{12}|$$

d) Adaptateur

Les adaptateurs ou transformateurs ont pour rôle de ramener l'impédance de charge à une impédance équivalente vue à la sortie de l'accès chargé ce qui permettra de réaliser l'adaptation.



On trouve ces adaptateurs en différentes technologies, réalisés avec des lignes de transmission ou en microstrip; parmi ces adaptateurs, on citera la ligne quart d'onde placée en série, les stubs (1 ou plusieurs) placés en parallèles.

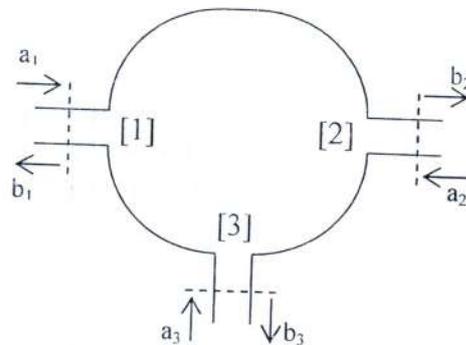
e) déphaseur

Un déphaseur est un bi-porte qui permet de faire varier l'angle de phase du signal transmis d'une façon contrôlée tout en produisant une atténuation négligeable.

La variation de phase peut être assurée :

- dans les guides d'ondes en insérant un diélectrique à l'intérieur
- en microruban en utilisant des diodes PIN.

IV-3 Les hexapôles



Un hexapôle est un dispositif à trois accès et entre dans la constitution de diviseurs de puissance, de circulateurs, de coupleurs, de circulateurs,,

Sa matrice S s'écrit :

$$\begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_1 \\ a_2 \\ a_3 \end{bmatrix}$$

a) Les diviseurs de puissance

Ils existent en technologie de guides d'ondes métalliques ou en lignes microstrips (microrubans).

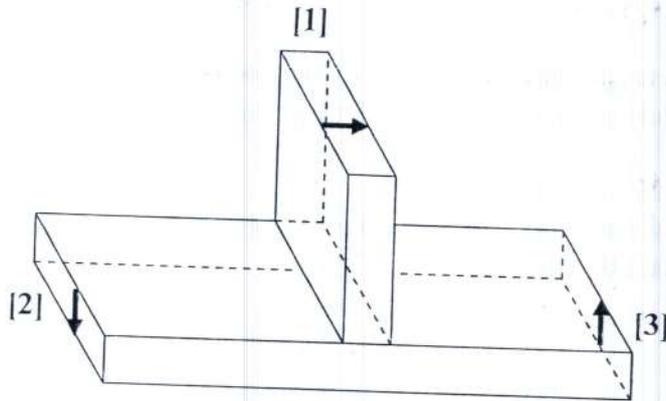
a1- Technologie guides d'ondes métalliques

Il existe principalement deux types d'héxapôles :

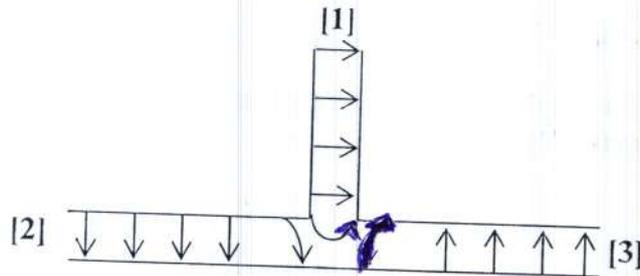
- les héxapôles en "T "
- les héxapôles en "Y "

Hexapôle "T" plan E

Rq : plan E \equiv champ E // faces étroites



C'est un hexaspère dont les faces étroites sont coplanaires. Du fait de la symétrie géométrique, l'énergie qui se propage dans l'accès [1] se divise en deux parties égales mais les champs électriques dans les accès [2] et [3] seront opposés en phase comme il est représenté dans le schéma ci-dessous :



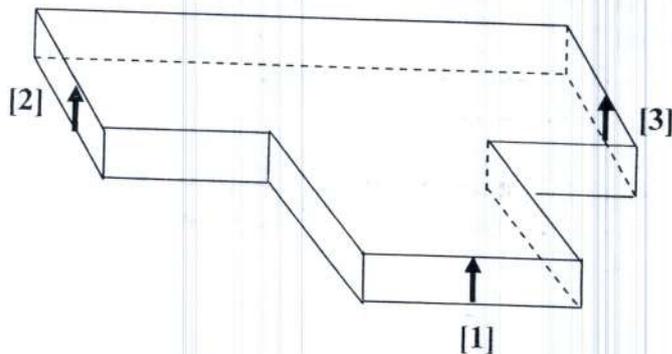
*deux signaux
déphasés de π*

Dans ces conditions, nous pourrions écrire : $S_{22} = S_{33}$ et $S_{21} = -S_{31}$
Et si en plus les 3 accès sont adaptés, la matrice S s'écrira :

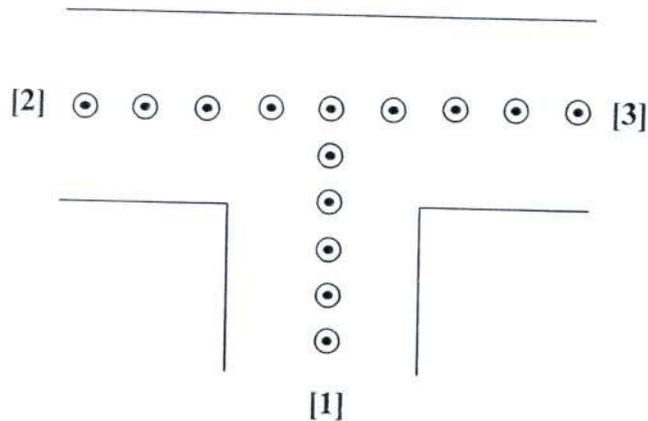
$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$$

Hexapôle "T" plan H

Rq : plan H \equiv champ H // faces larges



C'est un hexaspôle dont les faces larges sont coplanaires. Du fait de la symétrie géométrique, l'énergie qui se propage dans l'accès [1] se divise en deux parties égales, de plus les champs électriques dans les accès [2] et [3] seront en phase comme il est représenté dans le schéma ci-dessous :



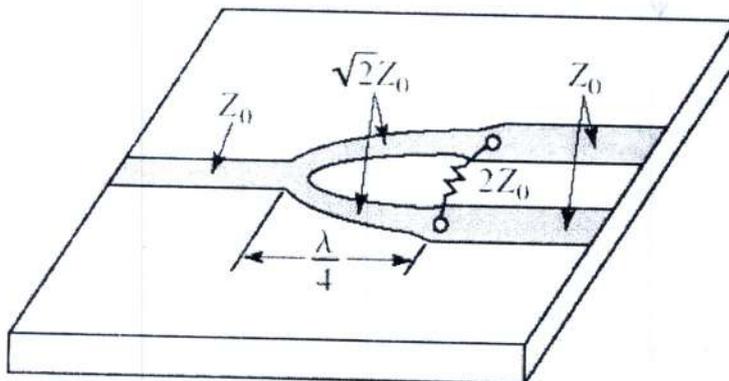
Dans ces conditions, nous pourrions écrire : $S_{22} = S_{33}$ et $S_{21} = S_{31}$
 Et si en plus les 3 accès sont adaptés, la matrice S s'écrira :

$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

a2- Technologie microstrip

C'est un dispositif à trois ports consistant en une ligne microruban qui se divise en deux sorties et a les caractéristiques suivantes:

- impédance adaptée sur le port d'entrée
- division du signal sur les ports de sortie.



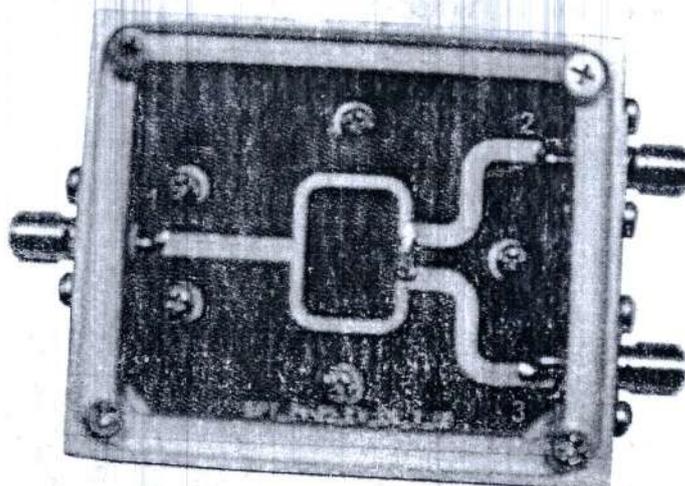
La figure précédente montre un diviseur **symétrique** divisant la puissance en parts égales, ainsi les pertes d'insertion seront de 3dB sur chacun des ports de sortie.

Il consiste en trois lignes parallèles.

En outre, il y a deux transformateurs quart d'onde sur les sorties pour faire que la ligne d'entrée soit reliée à une ligne standard 50Ω (Z_0) et de même pour les deux lignes de sortie.
 Cette présence en fait un composant à bande étroite!

Le dispositif est **réciproque** : si deux signaux de mêmes puissance et de phase sont fournis aux ports 2 et 3, la somme des deux sera disponible au port 1.
 Si une des conditions, même puissance ou même phase, n'est pas respectée, le signal sera réfléchi.

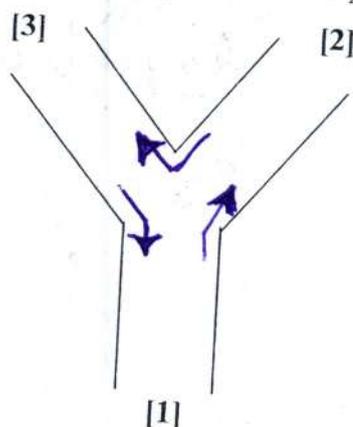
Ce diviseur s'appelle **Wilkinson**.



Diviseur de Wilkinson réalisé

b) Le circulateur

C'est un hémipôle en "Y" dans lequel a été introduit, sur son axe de révolution, un petit cylindre de ferrite aimanté sur son axe pour créer le phénomène de non réciprocity.

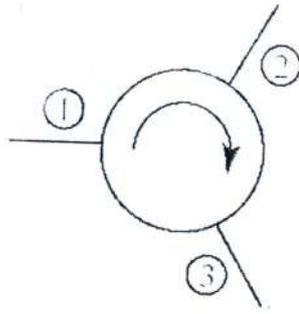


Matrice $[S]$: $[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} \end{bmatrix}$

C'est dispositif à trois-port non-réciproque et sans pertes .

Son opération est la suivante (voir figure suivante) :

- le signal entrant par le port 1 atteint le port 2
- le signal entrant par le port 2 atteint le port 3
- le signal entrant par le port 3 atteint le port 1



En supposant les trois accès adaptés ($S_{11}=S_{22}=S_{33}=0$) et du fait de la non réciproité, l'échange d'énergie ne se fait que dans un sens (pour exemple de 1 vers 2 vers 3) et en appliquant les propriétés générales de la matrice $[S]$ pour des jonctions sans pertes, on aura :

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

IV-4 Les octopôles

Un octopôle est un dispositif à quatre accès et entre principalement dans la constitution de diviseurs de puissance et de coupleurs.

Sa matrice S s'écrit :

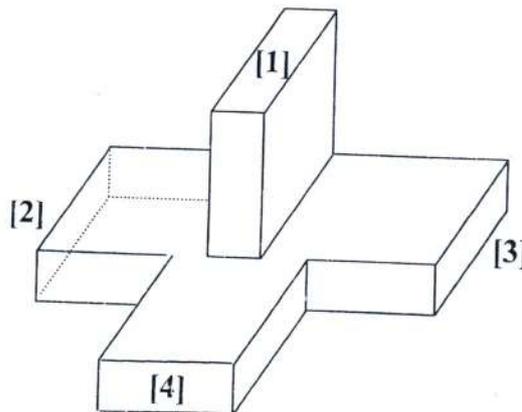
$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} & S_{14} \\ S_{21} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ S_{31} & S_{32} & S_{33} & S_{34} \\ S_{41} & S_{42} & S_{43} & S_{44} \end{bmatrix}$$

a) Les coupleurs

Ils existent en technologie de guides d'ondes métalliques ou en lignes microstrips (microrubans).

a1- Technologie guides d'ondes métalliques

Coupleur "T" hybride



Il est réalisé à partir d'un assemblage de deux hexapôles en "T" (plan E et plan H). On suppose qu'il ne se propage que le mode fondamental (TE₁₀) sur chaque accès.

Si on suppose que cet octopôle est réciproque et sans pertes et vu la symétrie par rapport à l'accès [1], on pourra écrire :

$$S_{22} = S_{33} \quad : \text{symétrie géométrique}$$

$$S_{21} = -S_{31} \quad : \text{"T" plan E}$$

$$S_{24} = S_{34} \quad : \text{"T" plan H}$$

$$S_{41} = S_{14} = 0 \quad : \text{accès [1] et [4] découplés}$$

d'où la matrice S :

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & -S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & S_{23} & S_{24} \\ -S_{12} & S_{23} & S_{22} & S_{24} \\ 0 & S_{24} & S_{24} & S_{44} \end{bmatrix}$$

Coupleur "T" magique

Le coupleur "T" magique est un coupleur "T" hybride dont les quatre accès sont parfaitement adaptés :

$$S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = 0$$

et en appliquant les propriétés générales de la matrice [S] pour des jonctions sans pertes, on obtiendra :

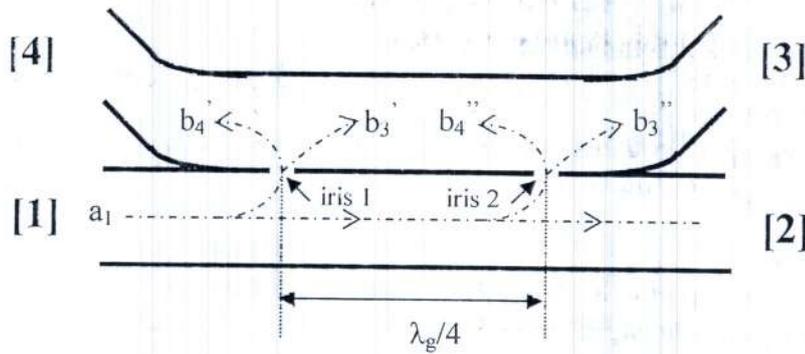
$$[S] = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

Rq : les éléments de la matrice S peuvent devenir réels par le choix judicieux des plans de références.

Ces résultats nous montrent que les accès [2] et [3] sont parfaitement découplés ($S_{23}=0$).

$$S_{12} S_{13} + S_{13}^2 + S_{13} S_{14} + S_{22} S_{23} + S_{13} S_{23} + S_{34} S_{23} + S_{12} S_{34} \\ S_{13} S_{34} + S_{14} S_{34} = 0$$

Coupleur guides parallèles



• Ce coupleur directif est constitué de deux guides rectangulaires parallèles fonctionnant en mode fondamental (TE_{10}).

• L'onde incidente a_1 qui alimente l'accès [1] se propage vers l'accès [2] mais la présence d'iris (de faibles dimensions) va permettre à une partie de l'onde d'être rayonnée de façon non directive pour donner à l'iris 1 les ondes b_3' et b_4' et à l'iris 2 les ondes b_4'' et b_3'' .

• Les deux irises sont distants de $\lambda_g/4$ ce qui donne à l'accès [3] une onde $b_3 = b_3' + b_3''$ où b_3' et b_3'' arrivent en phase puisqu'elles parcourent la même distance et à l'accès [4] une onde $b_4 = b_4' + b_4''$ où b_4' et b_4'' arrivent en opposition de phase puisque b_4'' parcourt une distance supplémentaire de $\lambda_g/2$ (2 fois $\lambda_g/4$) et théoriquement cela donnera des accès [1] et [4] totalement découplés.

Rq : ce coupleur ne fonctionne qu'à la bande de fréquence pour laquelle il a été conçu.

Selon que le coupleur est considéré comme idéal ou réel, les matrices S trouvées sont les suivantes :

Matrice [S] du coupleur directif idéal

Le coupleur est réciproque : $S_{ij} = S_{ji}$

Le coupleur est adapté à ses quatre accès : $S_{11} = S_{22} = S_{33} = S_{44} = 0$

Les accès adjacents ([1] et [4] ; [2] et [3]) sont totalement découplés : $S_{14} = S_{23} = 0$

La matrice [S] s'écrit donc :

$$[S] = \begin{bmatrix} 0 & S_{12} & S_{13} & 0 \\ S_{12} & 0 & 0 & S_{24} \\ S_{13} & 0 & 0 & S_{34} \\ 0 & S_{24} & S_{34} & 0 \end{bmatrix}$$



Matrice [S] du coupleur directif réel

Dans la réalité, les accès [1] et [4] d'une part et [2] et [3] d'autre part ne sont pas parfaitement découplés ce qui se traduit par :

$$S_{14} \neq 0 \text{ et } S_{23} \neq 0$$

et dans ces conditions le coupleur est caractérisé par les paramètres suivants :

Coefficient de couplage

$$C = 10 \log \frac{P_1}{P_3} = -20 \log |S_{13}| = 14 \text{ dB}$$

avec P_1 : puissance incidente à l'accès 1
 P_3 : puissance transmise à l'accès 3
tous les accès sont adaptés

Coefficient de directivité

$$D = 10 \log \frac{P_3}{P_4} = 20 \log \frac{|S_{13}|}{|S_{14}|}$$

avec P_3 : puissance transmise à l'accès 3
 P_4 : puissance transmise à l'accès 4

Coefficient d'isolation

$$I = 10 \log \frac{P_1}{P_4} = 20 \log \frac{1}{|S_{14}|}$$

$$I = C + D$$

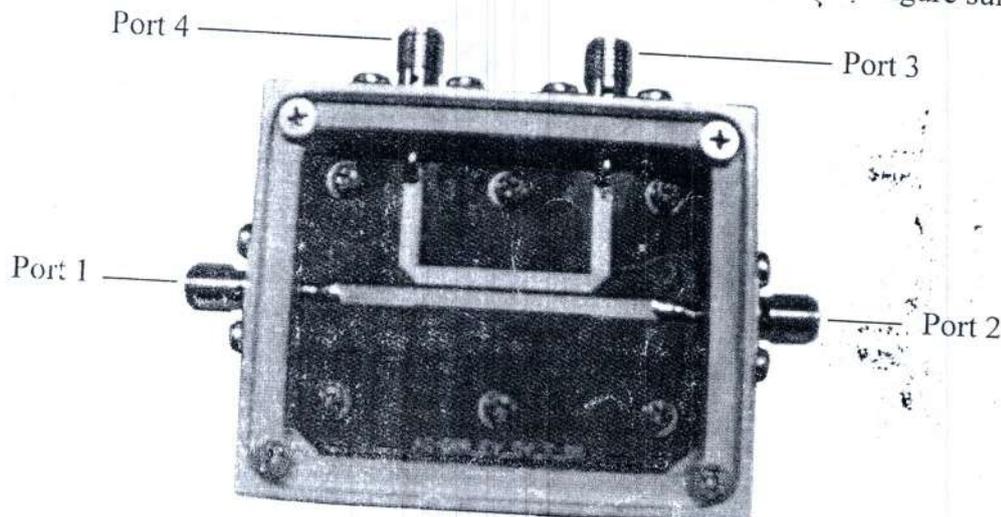
→ plus I ↑ plus le coupleur est parfait.

Ce coefficient est relatif au découplage entre les ondes circulant sur les accès adjacents.

a2- Technologie microstrip

Coupleur directionnel

Dans la technologie microruban, le coupleur directionnel est constitué de deux microstrips parallèles qui peuvent avoir la même épaisseur (et s'appellent symétriques) ou pas. Notre module est constitué avec un coupleur 4-port directionnel symétrique (voir figure suivante).



La signification des ports est la suivante:

- port 1: signal d'entrée fourni par le générateur
- port 2: signal de sortie fourni à la charge
- port 3: part du signal provenant de l'entrée et couplée à ce port. Il s'appelle "le port couplé"
- port 4: signal réfléchi par la charge (port 2) et couplé à ce port. Il s'appelle "port découplé ou isolé"

Si la charge est idéale:

- port 3: c'est une partie du signal d'entrée
- port 4: il n'y a aucun signal réfléchi

Définissons P_N la puissance dans le port N (de 1 à 4).

Avec l'utilisation décrite des ports, les caractéristiques suivantes sont définies pour un coupleur directionnel:

Couplage C indique le coefficient d'extraction de puissance dans le port 3 en provenance du port 1 d'entrée, et est:

$$C(\text{dB}) = -10 \log P_3 / P_1$$

La valeur du couplage dépend de la application: généralement de quelques dB à quelques dizaines de dB, et dépend de la distance entre les striplines.

Perte d'insertion Elle indique le coefficient de perte de puissance du port d'entrée au port de sortie et est:

$$A(\text{dB}) = -10 \log P_2 / P_1$$

Isolation I indique le coefficient d'isolation de la puissance entre le port de mesure de la puissance réfléchi (port 4) et le port d'entrée, et est:

$$I(\text{dB}) = -10 \log P_4 / P_1$$

Directivité D indique le rapport de puissance entre les signaux se propageant dans la direction opposée, et est:

$$D(\text{dB}) = -10 \log (P_4 / P_2) + 10 \log (P_3 / P_1) = -10 \log (P_4 / P_3)$$

Le niveau de la directivité dépend de la qualité du composant et doit être le plus élevé possible. Il ne peut pas être mesuré! Il doit être calculé comme suit:

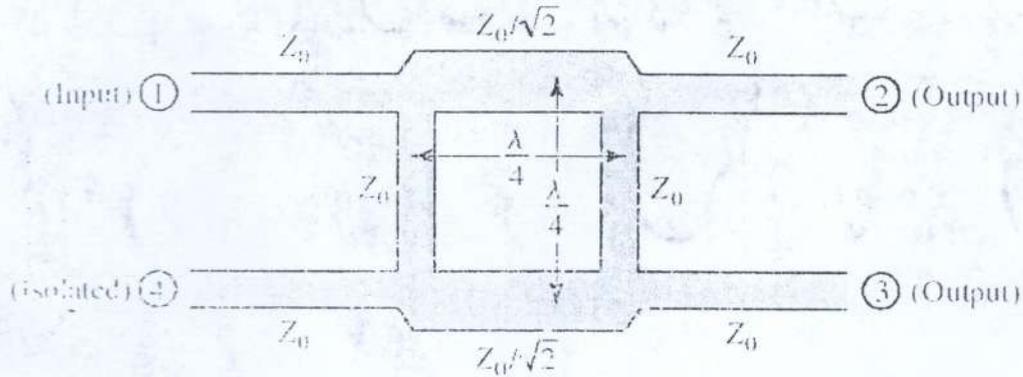
$$D(\text{dB}) = I(\text{dB}) - C(\text{dB})$$



Coupleur à branches

C'est un dispositif consistant en deux lignes principales de transmission qui sont reliées entre elles par deux autres lignes secondaires appelées "lignes à branches" et ayant une structure 4-port symétrique (voir figure suivante).

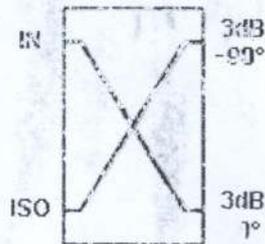
Voyez que chaque ligne est de longueur égale à $\lambda/4$; évidemment les caractéristiques opérationnelles dépendent de la fréquence des signaux utilisés.



La signification des ports est la suivante:

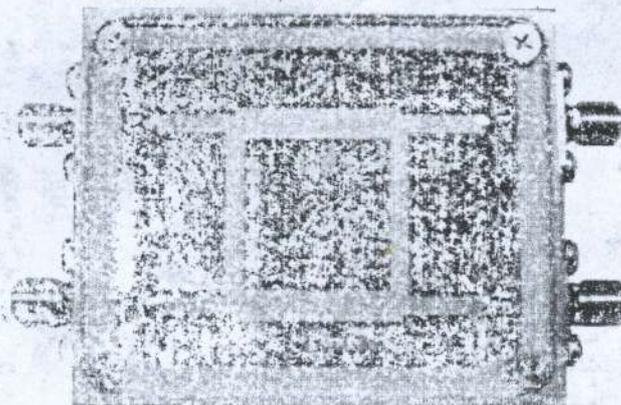
- port 1: signal d'entrée fourni par le générateur
- port 2: signal de sortie avec une phase de -90° par rapport signal du port 1
- port 3: signal de sortie en phase avec le signal du port 1
- port 4: port isolé.

La figure suivante montre le diagramme typique de ce coupleur.



Les caractéristiques de ce coupleur à branches sont les suivantes:

- insertion de puissance: les signaux sont divisés en deux mais celui du port 2 est déphasé de -90° .
- réflexion de puissance: Les signaux présents dans les ports 3 et 2 (déphasé de 90°) sont combinés dans le port 1.



Coupleur à branches réalisé

Coupleur en anneau

C'est un dispositif consistant en une ligne microruban avec une circonférence égale à $1,5 \lambda_g$ et une impédance caractéristique de $Z_0 \sqrt{2}$ avec quatre lignes connectées d'impédance caractéristique Z_0 .

C'est un dispositif à quatre ports où la distance entre les ports est égale à $\lambda/4$ ce qui rend la structure symétrique (voir figure suivante).

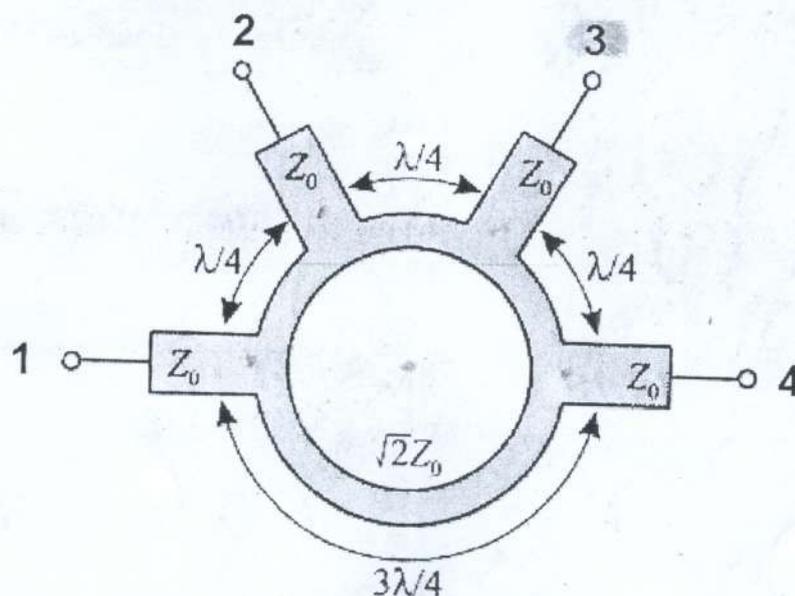
Il s'appelle également **le coupleur hybride en anneau à 180° 3dB.**

Il se comporte comme le T-Magic coupleur utilisé dans les guides d'ondes.

Il a les caractéristiques suivantes : faibles pertes, faible VSWR (TOS), isolation élevée et impédances de sortie adaptées, pour cette raison il est très bon pour des signaux de niveau élevé.

Il a la limite d'être un composant à bande étroite.

Il est employé pour diviser un signal entrant en deux signaux égaux ou pour additionner deux signaux pour donner un seul.



Analysons les caractéristiques suivantes du coupleur en anneau :

Division de puissance en phase

- Le signal d'entrée dans le port 2 est divisé à moitié entre les ports 1 et 3 où les signaux sont en phase.
- Dans le port 4 il n'y a aucun signal.
- Les ports 2 et 4 sont découplés.
- Étant symétrique, il est identique si le signal entre par le port 3 et se divise dans les ports 2 et 4, et le port 1 n'est atteint par aucun signal. Dans ce cas-ci, les ports 1 et 3 sont découplés.

Division de puissance avec 180° de déphasage

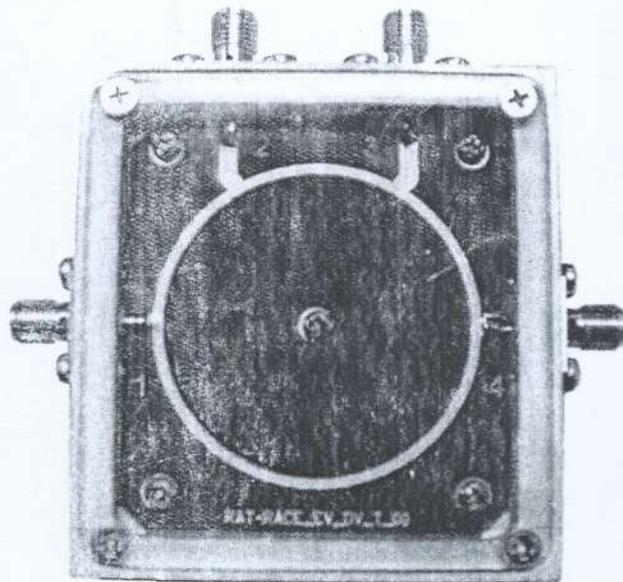
- Le signal d'entrée au port 1 est divisé à moitié entre les ports 2 et 4 où les signaux sont en l'opposition de phase (180°) entre eux.
- Le port 3 ne reçoit aucun signal parce qu'il y a suppression.
- Les ports 2 et 4 sont découplés.
- Étant symétrique, il est identique si le signal entre par le port 4 et se divise dans les ports 1 et 3, et le port 2 n'est atteint par aucun signal. Dans ce cas-ci, les ports 1 et 3 sont découplés.

Combinaison de puissance en phase

- Les signaux d'entrée en phase aux ports 1 et 3 sont combinés et sortent par le port 2.
- Au port 4 il n'y a aucun signal.

Combinaison de puissance avec 180° de déphasage

- Les signaux d'entrée en opposition de phase aux ports 2 et 4 sont combinés et sortent par le port 1.
- Au port 3 il n'y a aucun signal.



Coupleur en anneau réalisé