24 juin 2006

TAS ELE 103

correction de l'examen du 24 juin 2006

1. Questions de cours (QCM)

1.1 B un signal causal est nul pour $t<0$

1.2 C $X(f)$ est une impulsion (porte) d'amplitude A et de déphasage $-2\pi f t_0$, de largeur $2 \cdot f_c$. $x(t)$ est donc un sinus cardinal.

1.3 C le filtre de type Bessel présente la phase la plus linéaire, ce qui correspond à un temps de propagation de groupe le plus constant dans la bande passante $\left(t_{pgr} = -\dfrac{d\varphi}{dt}\right)$

1.4 A B C - il n'y a pas de relation entre la stabilité d'un filtre et la fréquence de coupure par rapport à la fréquence du signal.

- l'ondulation dans la bande atténuée pour un filtre de Cauer (ou de tout autre type de filtre) indique que la fonction de transfert comporte des zéros. Il s'agit de la variation du gain en fonction de la fréquence
- Une fonction de transfert dont le degré du numérateur est supérieur au degré du dénominateur n'a pas de sens physique car elle correspondrait à des dérivées d'impulsions de dirac.

1.5 D Un filtre de type Bessel peut être d'ordre pair ou impair

1.6 D pour un même ordre, la fonction de transfert de type Chebychev présente une pente plus importante que la fonction de Butterworth, qui elle-même présente une pente plus importante qu'un filtre à amortissement critique, autour de la fréquence de coupure. Pour des filtres de même ordre, la pente symptotique est identique.

1.7 A $S(p) = E(p) \cdot T(p)$. donc $T(p) = \dfrac{S(p)}{E(p)}$

le signal d'entrée est un échelon d'amplitude α.

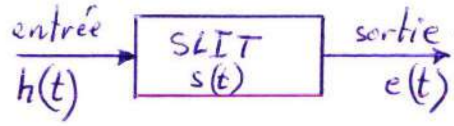
$$e(t) = \alpha \cdot u(t) \Rightarrow E(p) = \frac{\alpha}{p}$$

$$T(p) = \frac{\cancel{\alpha}}{1+2p+p^2} \times \frac{p}{\cancel{\alpha}} = \frac{p}{1+2p+p^2} = \frac{p}{(1+p)^2}$$

1.8 B
E

$e(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(t-\theta) \cdot s(\theta)\, d\theta$ est l'expression du produit de convolution $e(t) = h(t) * s(t)$.

un système linéaire invariant dans le temps (SLIT) dont sa réponse impulsionnelle est $s(t)$, fourni en sortie le signal $e(t)$, s'il est excité en entrée par $h(t)$



⚠ les noms des signaux sont differents des noms habituels.

1.9 C $s(t) = v_2(t)$ on recherche la fonction de transfert $H(p) = \dfrac{V_2(p)}{E(p)}$

$$V_2(p) = \frac{V_1(p)}{\tau_1 p} \qquad V_1(p) = E(p) - V_2(p) - V_3(p) \qquad V_3(p) = \frac{V_2(p)}{\tau_2 p}$$

$$V_1(p) = E(p) - V_2(p)\left(1 + \frac{1}{\tau_2 p}\right)$$

$$V_2(p) = \frac{E(p)}{\tau_1 p} - \frac{V_2(p)}{\tau_1 p} \cdot \left(\frac{1+\tau_2 p}{\tau_2 p}\right)$$

$$V_2(p)\left(1 + \frac{1+\tau_2 p}{\tau_1 \tau_2 p^2}\right) = \frac{E(p)}{\tau_1 p} \Rightarrow H(p) = \frac{V_2(p)}{E(p)} = \frac{1}{\tau_1 p} \cdot \frac{\tau_1 \tau_2 p^2}{1+\tau_2 p + \tau_1 \tau_2 p^2}$$

$$H(p) = \frac{\tau_2 p}{1 + \tau_2 p + \tau_1 \tau_2 p^2} \quad \text{ou} \quad H(j\omega) = \frac{j \tau_2 \omega}{1 + j \tau_2 \omega - \tau_1 \tau_2 \omega^2}$$

il s'agit de la fonction de transfert d'un filtre passe bande.

1.10 B
D

un signal aléatoire stationnaire au sens large a sa moyenne indépendante du temps ainsi que son autocorrélation.

1.11 C $\lim_{p \to 0} p.F(p) = \lim_{t \to \infty} f(t)$ est le théorème de la valeur finale $(t \to +\infty)$.

1.12 C $E\left(x^k\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k . p(x)\, dx$ est le moment d'ordre k.

$k = 1$ $E(x)$ = moyenne ou espérance mathématique

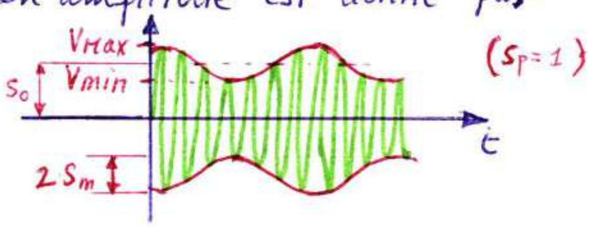
$k = 2$ $E(x^2)$ = puissance moyenne ou moment d'ordre 2.

1.13 B

1.14 C la largeur spectrale d'un signal modulé en amplitude est égale à deux fois la plus haute fréquence du signal modulant.

⚠ la réponse E : $2(\Delta F + F_m)$ correspond à la relation de Carson. Elle donne une approximation de la largeur spectrale d'un signal modulé en fréquence.

1.15 C le taux de modulation en amplitude est donné par $\frac{S_m}{S_0}$ ou $\frac{V_{max} - V_{min}}{V_{max} + V_{min}}$



1.16 A

1.17 B Un filtre passe tout a son module indépendant de la fréquence, seule la phase change en fonction de la fréquence. Pour un 1er ordre, le dénominateur doit être du 1er degré.

Pour que ce filtre soit stable, il faut que le pôle soit à partie réelle négative.

1.18 B

1.19 C

1.20 C La conversion étant bipolaire, 1 bit indique le signe du signal. $1 LSB = \frac{3}{2^{23}} = 357\, nV$

2. Exercice 1 : Filtrage.

2.1 transformation passe bande en passe bas.

Remarques : - la dissymétrie du gain dans la bande atténuée ne permet pas d'appliquer simplement la méthode de centrage du gabarit.

- avec les tables des coefficients pour les filtres passifs, il n'est pas possible d'obtenir du gain dans la bande passante.

Comme il n'est pas possible de vérifier ou de centrer le gabarit, nous allons considérer qu'il y a deux gabarits de filtre passe bande et nous conserverons le plus contraignant.

- Normalisation :

- en fréquence

f_{1A}	f_{1P}	$f_0 = \sqrt{f_{1P} \cdot f_{2P}}$	f_{2P}	f_{2A}	$\log(f)$
44	88	97,488	108	180	(MHz)

$\omega_0 = 2\pi f_0$

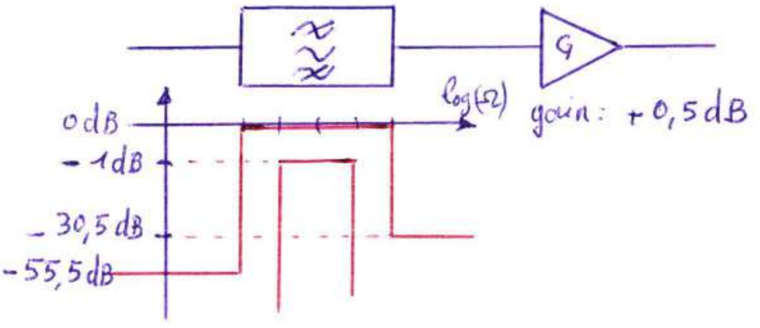
$$\Omega = \frac{f}{f_0} = \frac{\omega}{\omega_0}$$

Ω_{1A}	Ω_{1P}	$\Omega_0 = 1$	Ω_{2P}	Ω_{2A}	$\log(\Omega)$
0,451	0,903	1	1,108	1,846	

$\Delta_\Omega = \Omega_{2P} - \Omega_{1P} = 0,205$

- en gain

le gain maximal doit correspondre à 0dB. il faut donc faire une translation de $-G_{P2}$ de tout le gabarit. comme les filtres passifs sont donnés pour un gain de 0dB, il faudra ajouter un amplificateur en amont ou en aval du filtre.



Une autre solution, consiste à rendre le gabarit plus contraignant, en imposant $G_{P_2} = 0dB$ (les autres gains étant inchangés.).
Cette contrainte peut conduire à un filtre d'ordre plus élevé. Il y aura donc un choix à faire entre un filtre d'ordre plus grand ou l'ajout d'un amplificateur.

• transposition.

Il faut faire la transposition en considérant les deux gabarits possible, l'un en considérant Ω_{2P} et Ω_{2A} et l'autre Ω_{1P} et Ω_{1A}.

$$\Omega_{P_{Bas}} = \left| \frac{1}{\Delta_\Omega} \cdot \left(\Omega_{P\Delta} - \frac{1}{\Omega_{P\Delta}} \right) \right|$$

- 1er cas on prend en compte : Ω_{1A} et Ω_{1P}

$$\Omega_{0_1} = \left| \frac{1}{\Delta_\Omega} \left(\Omega_{1P} - \frac{1}{\Omega_{1P}} \right) \right| = \left| \frac{1}{0,205} \left(0,903 - \frac{1}{0,903} \right) \right| = 1$$

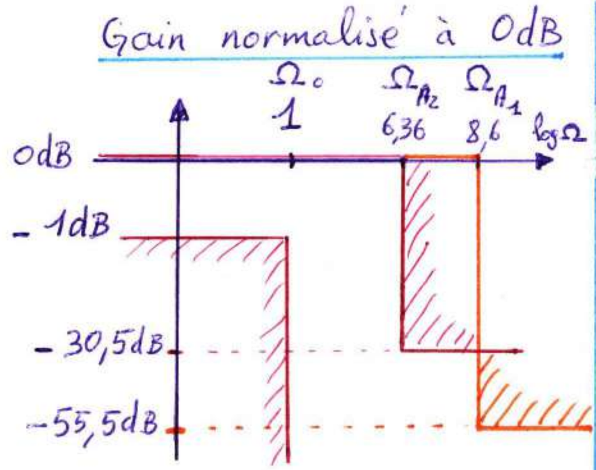
$$\Omega_{A_1} = \left| \frac{1}{0,205} \left(0,451 - \frac{1}{0,451} \right) \right| = 8,600$$

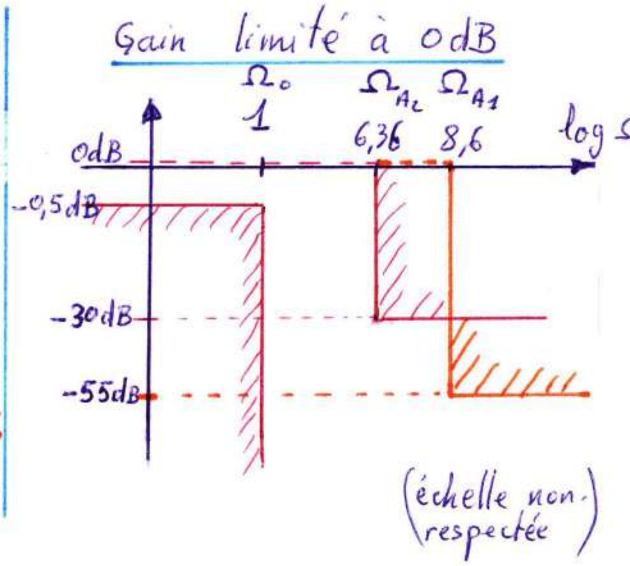
- 2ème cas on prend en compte : Ω_{2P} et Ω_{2A}

$$\Omega_{0_2} = \left| \frac{1}{0,205} \left(1,108 - \frac{1}{1,108} \right) \right| = 1$$

$$\Omega_{A_2} = \left| \frac{1}{0,205} \left(1,846 - \frac{1}{1,846} \right) \right| = 6,360$$

En prenant en compte la normalisation du gain, cela donne quatre gabarits.





2.2 Réalisation

2.2.1 Ce sont les fonctions de Cauer qui donnent l'ordre le plus faible pour un gabarit donné, mais compte tenu des tableaux qui sont donnés en annexe, nous utilisons les filtres de type $\boxed{\text{Chebychev}}$.
L'ordre du filtre est calculé pour les deux solutions de gestion du gain, pour satisfaire les deux points $(G_{A1} ; \Omega_{A1})$ et $(G_{A2} ; \Omega_{A2})$.

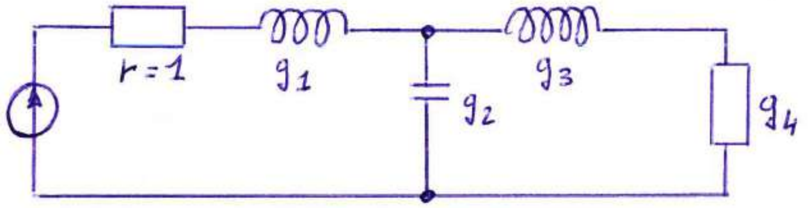
Gain normalisé à 0dB (nécessite un ampli)	Gain limité à 0dB
$(-30{,}5\text{ dB} ; 6{,}36) \Rightarrow n > 1{,}92$	$(-30\text{dB} ; 6{,}36) \Rightarrow n > 2{,}05$
$(-55{,}5\text{ dB} ; 8{,}6) \Rightarrow n > 2{,}73$	$(-55\text{dB} ; 8{,}6) \Rightarrow n > 2{,}84$
$\boxed{n = 3}$	$\boxed{n = 3}$

$$n \geqslant \frac{\operatorname{arcosh}\sqrt{\dfrac{10^{-\frac{G_A}{10}} - 1}{10^{-\frac{G_P}{10}} - 1}}}{\operatorname{arcosh}(\Omega_A)}$$

Remarques : - le point $(G_{A1} ; \Omega_{A1})$ est le plus contraignant.
- obtenant le même ordre de filtre $(n=3)$

dans les deux cas de gestion du gain (utilisation d'un amplificateur avec une ondulation de 1dB dans la bande passante ou réduction de l'ondulation à 0,5dB), il est préférable de réaliser la solution sans amplificateur (ondulation = 0,5dB).

2.2.2 Nous réalisons le filtre passe bas de Chebychev du 3ème ordre avec une ondulation de 0,5dB dans la bande passante



les valeurs des composants normalisés sont obtenues dans le Tableau 2

$g_1 = 1,5963$	$g_2 = 1,0967$	$g_3 = g_1 = 1,5963$	$g_4 = 1$

2.2.3 Pour obtenir le schéma du filtre passe bande répondant au gabarit imposé (Figure 2), il faut faire la transposition passe bas → passe bande ainsi que la dénormalisation pour revenir à $f_0 = 97,488\,MHz$. et pour une impédance de source de $50\,\Omega$.

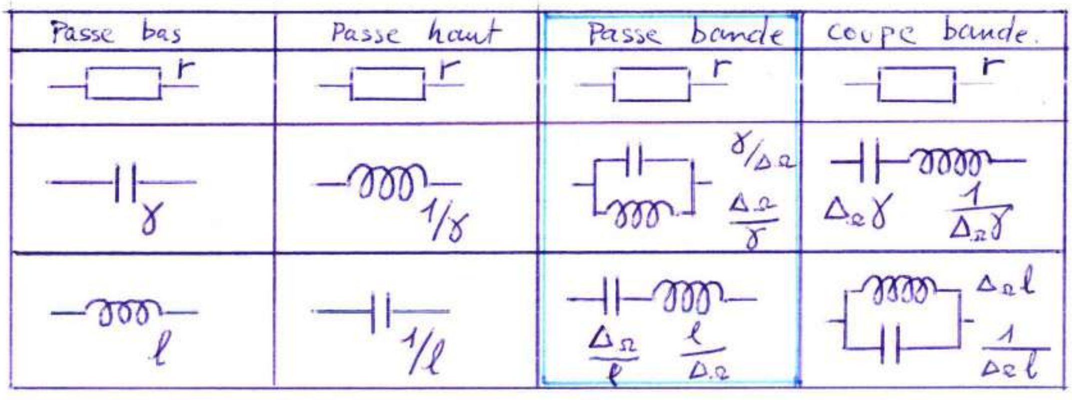
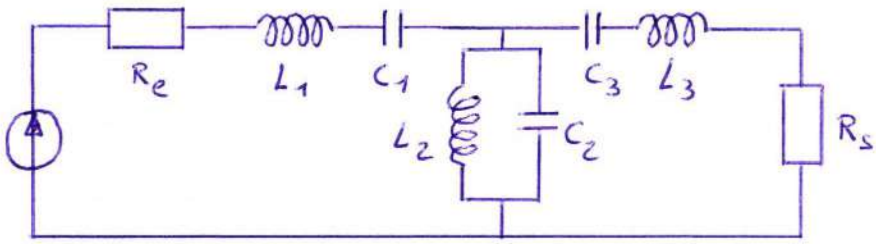


schéma du filtre passe bande.



Valeurs des composants.

	R_e	L_1	C_1	L_2	C_2	C_3	L_3	R_s
Passe bande normalisé $\Omega_0 = 1$	1	7,78104	0,12852	0,18706	5,34578	0,12852	7,78104	1
Passe bande $F_0 = 97,488\,MHz$.	1Ω	12,7 nH	209,8 pF	305,4 pH	8,73 nF	209,8 pF	12,7 nH	1Ω.
Passe bande $f_0 = 97,488\,MHz$.	50Ω	635 nH	4,2 pF	15,27 nH	174,5 pF	4,2 pF	635 nH	50Ω.

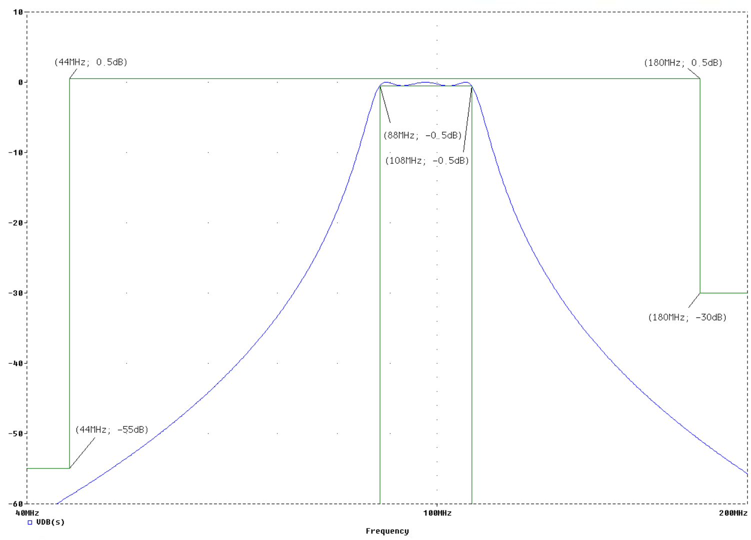
$$l = \frac{L\omega_0}{R} \qquad \gamma = RC\omega_0$$

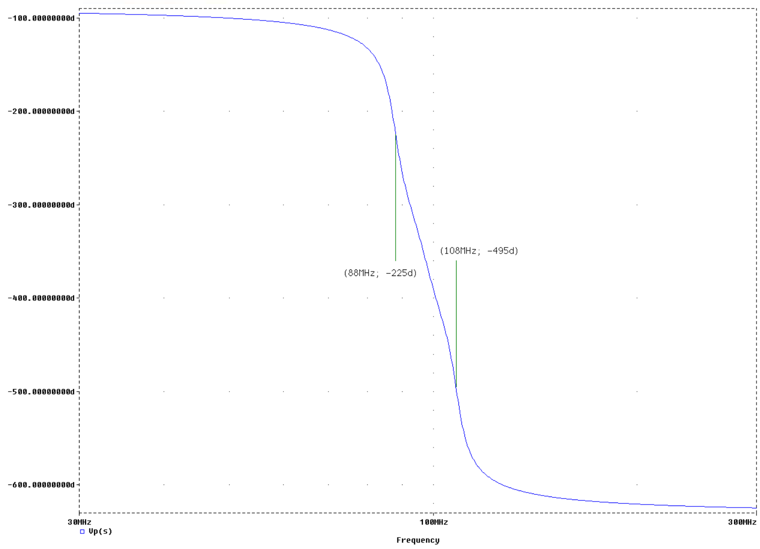
$$L = \frac{Rl}{\omega_0} \qquad C = \frac{\gamma}{R\omega_0}.$$

avec $\omega_0 = 2\pi f_0$.

et R impedance de la source

2.2.4





2.2.5

le gain G_{p1} est bien respecté car le gabarit a été modifié (G_{p2} a été ramené à 0dB) sans augmenter l'ordre du filtre.

3. Exercice 2 : modulation

3.1 La modulation d'amplitude

3.1.1 modulation sans porteuse

$$Se(t) = k_e\, m(t) \cdot p_e(t) \qquad k_e = 1 \qquad m(t) = M_0 + M\cos(\omega_m t)$$
$$p_e(t) = \cos(\omega_p t)$$

$$Se(t) = (M_0 + M\cos(\omega_m t)) \cdot \cos(\omega_p t)$$
$$\boxed{Se(t) = M_0 \cos(\omega_p t) + \frac{M}{2}\left[\cos((\omega_p - \omega_m)t) + \cos((\omega_p + \omega_m)t)\right]}$$

la modulation est dite sans porteuse si le terme $\cos(\omega_p t)$ est nul donc si $\boxed{M_0 = 0.}$

3.1.2 démodulation synchrone.

a. le canal de transmission étant considéré parfait,

$$e_r(t) = S_e(t) \qquad k_r = 1.$$
$$y_r(t) = k_r \cdot e_r(t) \cdot p_r(t) \qquad p_r(t) = \cos(\omega_{pr} t + \phi_r)$$

$$\boxed{Y_r(t) = \frac{M}{2}\left[\cos((\omega_p - \omega_m)t) + \cos((\omega_p + \omega_m)t)\right] \cdot \cos(\omega_{pr} t + \phi_r)}$$

b. dans le cas ou $\omega_{pr} = \omega_p$ et $\phi_r = 0$, $y_r(t)$ s'écrit :

$$Y_r(t) = \frac{M}{2}\left[\cos((\omega_p - \omega_m)t) \cdot \cos(\omega_p t) + \cos((\omega_p + \omega_m)t) \cdot \cos(\omega_p t)\right]$$
$$= \frac{M}{4}\left[\cos((\cancel{\omega_p} - \cancel{\omega_p} + \omega_m)t) + \cos((\omega_p + \omega_p - \omega_m)t)\right.$$
$$\left. + \cos((\cancel{\omega_p} - \cancel{\omega_p} - \omega_m)t) + \cos((\omega_p + \omega_p + \omega_m)t)\right]$$
$$= \frac{M}{4}\left[2\cos(\omega_m t) + \cos((2\omega_p - \omega_m)t) + \cos((2\omega_p + \omega_m)t)\right]$$

$$Y_r(t) = \frac{M}{2}\cos(\omega_m t) + \frac{M}{4}\left[\cos((2\omega_p - \omega_m)t) + \cos((2\omega_p + \omega_m)t)\right]$$

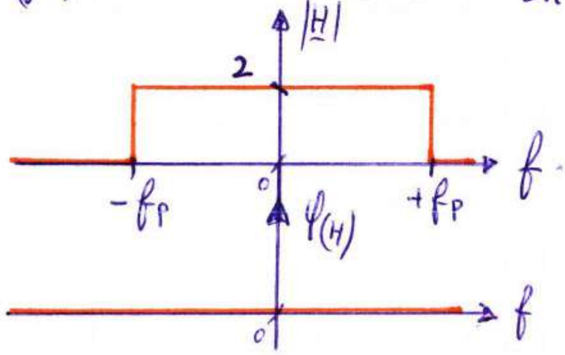
Pour obtenir en sortie du bloc 1, le signal $m(t)$, il faut que $s_r(t) = m(t)$.

Pour cela le bloc 1 doit supprimer les composantes $\cos((2\omega_p - \omega_m)t)$ et $\cos((2\omega_p + \omega_m)t)$, et avoir un gain de **2**.

Le bloc 1 doit être un filtre passe bas

exemple dans le cas d'un filtre parfait :

$$\begin{cases} \underline{H}(j\omega) = 2 & |f| < \frac{\omega_p}{2\pi} = f_p \\ \underline{H}(j\omega) = 0 & |f| \geqslant \frac{\omega_p}{2\pi} = f_p \end{cases}$$



3.1.3 influence des erreurs

a. $\omega_{pr} = \omega_p$ $\quad \phi_r$ quelconque.

$$y_r(t) = \frac{M}{2}\left[\cos((\omega_p - \omega_m)t)\cdot\cos(\omega_p t + \phi_r) + \cos((\omega_p + \omega_m)t)\cdot\cos(\omega_p t + \phi_r)\right]$$

$$= \frac{M}{4}\left[\cos(\omega_m t + \phi_r) + \cos((2\omega_p - \omega_m)t + \phi_r) + \cos(-\omega_m t + \phi_r) + \cos((2\omega_p + \omega_m)t + \phi_r)\right]$$

en sortie du filtre (Bloc 1), on obtient

$$s_r(t) = \frac{M}{2}\left[\cos(\omega_m t + \phi_r) + \cos(-\omega_m t + \phi_r)\right]$$

$$\cos p + \cos q = 2\cos\left(\frac{p+q}{2}\right)\cdot\cos\left(\frac{p-q}{2}\right)$$

$$s_r(t) = \underbrace{M\cdot\cos(\omega_m t)}_{= m(t)}\cdot\cos(\phi_r)$$

$$\boxed{s_r(t) = m(t)\cdot\cos\phi_r}$$

→ $\phi_r = 0$ $\quad s_r(t) = m(t)$ le cas idéal.

→ $\phi_r = \pm\frac{\pi}{2}$ $\quad s_r(t) = 0$ il n'y a plus de signal en sortie du récepteur.

→ $\phi_r \in \left]0 ; \frac{\pi}{2}\right[$ et constant

l'amplitude du signal dépend de l'erreur de phase ϕ_r

→ dans le cas ou l'erreur de phase ϕ_r dépend du temps, le signal $s_r(t)$ se retrouve modulé en amplitude.

$$s_r(t) = m(t) \cdot \cos(\phi_r(t))$$

si l'erreur de phase est aléatoire, $s_r(t)$ est modulé en amplitude de façon aléatoire, il est donc inutilisable.

b. la modulation d'amplitude avec porteuse ne résout pas cet inconvénient.

c. $\phi_r = 0$ et $\omega_{pr} = \omega_p \mp \Delta_\omega$

$$Y_r(t) = \frac{M}{2}\left[\cos((\omega_p - \omega_m)t) \cdot \cos(\omega_{pr} t) + \cos((\omega_p + \omega_m)t) \cdot \cos(\omega_{pr} t)\right]$$

$$= \frac{M}{4}\left[\cos((\omega_{pr} - \omega_p + \omega_m)t) + \cos((\omega_{pr} + \omega_p - \omega_m)t) + \cos((\omega_{pr} - \omega_p - \omega_m)t) + \cos((\omega_{pr} + \omega_p + \omega_m)t)\right]$$

en sortie du filtre (bloc 1), on obtient

$$s_r(t) = \frac{M}{2}\left[\cos((\omega_{pr} - \omega_p + \omega_m)t) + \cos((\omega_{pr} - \omega_p - \omega_m)t)\right]$$

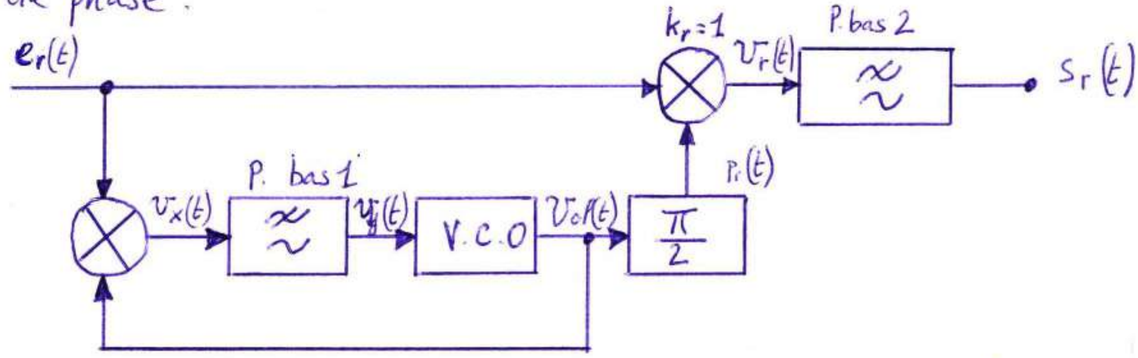
$$= \frac{M}{2}\left[\cos((\mp \Delta_\omega + \omega_m)t) + \cos((\mp \Delta_\omega - \omega_m)t)\right]$$

$$s_r(t) = \underbrace{M \cos(\omega_m t)}_{m(t)} \cdot \cos(\Delta_\omega t)$$

$$\boxed{s_r(t) = m(t) \cdot \cos(\Delta_\omega t)}$$

On se retrouve également dans le cas d'une modulation d'amplitude à basse fréquence (Δ_ω est très faible).
Ce phénomène est appelé battement.

d. comme nous l'avons vu dans les questions précédentes, la fréquence et la phase de l'oscillateur local ont une grande importance dans la démodulation synchrone. Une solution consiste à utiliser une boucle à verrouillage de phase.



$e_r(t) = K_e\ m(t).\ \cos(\omega_p t)$ avec $m(t) = M_0 + M\cos(\omega_m t)$ et $K_e = 1$

$v_{ol}(t) = P\cos(\omega_{pr} t + \varphi)$ avec $\omega_{pr} = \omega_p$

$v_x(t) = k_e.m(t)\ P\cos(\omega_p t).\cos(\omega_{pr} t + \varphi) = \frac{k_e.P.m(t)}{2}\left[\cos(2\omega_{pr} t + \varphi) + \cos\varphi\right]$

après filtrage passe bas, le terme en $2.\omega_{pr}$ est supprimé

donc $v_y(t) = \frac{k_e.P.m(t)}{2}.\cos\varphi$

La boucle à verrouillage de phase (PLL) est verrouillée lorsque $v_y(t)$ ne dépend plus de $m(t)$ (le signal modulant) donc lorsque $\cos\varphi = 0$, soit lorsque $\varphi = \pm\frac{\pi}{2}$ rd.

$v_y(t) = 0$, la fréquence en sortie du VCO est constante.

$v_{ol}(t) = P.\cos\left(\omega_{pr} t - \frac{\pi}{2}\right)$

$P_r(t) = P\cos\left(\omega_{pr} t - \frac{\pi}{2} + \frac{\pi}{2}\right) = P\cos(\omega_{pr} t)$ $\omega_p = \omega_{pr}$

$$v_r(t) = k_r e_r(t) \times P_r(t) = k_r k_e m(t).\cos(\omega_p t).\ P\cos(\omega_p t)$$
$$= \frac{k_r k_e.m(t).P}{2}\left[\cos(\omega_p t - \omega_p t) + \cos(\omega_p t + \omega_p t)\right]$$

$$v_r(t) = \frac{k_r k_e.m(t).P}{2} + \frac{k_r k_e.m(t).P}{2}.\cos(2\omega_p t)$$

après filtrage passe bas, le terme en $2\omega_p$ est supprimé, on obtient $s_r(t) = \frac{k_r k_e P}{2}.m(t)$. En choisissant $P=2$ avec $K_r = Ke = 1$ on retrouve bien le signal $m(t)$ en sortie du démodulateur.

24 juin 2006

3.2 La modulation de fréquence.

$$v(t) = 17.\cos\left(2\pi.103,7.10^6.t + 5.\sin(3554,3.t)\right)$$

a. l'amplitude V_0 du signal $v(t)$ est : 17 volts
l'amplitude P_0 de la porteuse $p(t)$ est : 17 volts.

b. la fréquence de la porteuse est : $f_p = 103,7\ MHz$.

c. la fréquence du signal modulant est : $f_m = \frac{3554,3}{2\pi} = 565,7\ Hz$.

d. l'indice de modulation β est : 5

e. l'excursion en fréquence Δf est donnée par la relation : $\Delta F = \beta \times F_m = 5 \times 565,7 = 2828,4\ Hz$.

F. la largeur spectrale (B_v) du signal $v(t)$ est donnée de façon approchée par la relation de Carson.

$$\boxed{B_v = 2(\beta + 1)F_m = 2(\Delta F + F_m)}$$

$$B_v = 2(5+1).565,7 = 6788,2\ Hz.$$

g. Un signal modulé en fréquence s'écrit

$$v(t) = P_0 \cos\left(\omega_p t + 2\pi k \int m(t).dt\right)$$

$$2\pi k \int m(t).dt = 5 \sin(3554,3.t)$$

$$\int m(t).dt = \frac{5}{2\pi k} \sin(3554,3.t)$$

$$m(t) = \frac{5}{2\pi k} \cdot \frac{d\left(\sin(3554,3.t)\right)}{dt} = \frac{5 \times 3554,3}{2\pi k} \cos(3554,3.t)$$

avec $K = 4000.Hz.V^{-1}$, on obtient $\boxed{m(t) = \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(2\pi.f_m.t)}$

Conseils :
- Les questions des chapitres 1, 2 et 3 sont **indépendantes**.
- **Bien lire l'ensemble du sujet avant de commencer** à répondre
- Reprendre la numérotation des questions et encadrer vos résultats
- En fin de devoir, **numéroter vos copies** (1/n à n/n, avec n : nombre de copies)

1. Questions de cours (QCM) (20 points)

Noter sur votre copie, le n° de la question, et la ou les lettres correspondant aux réponses attendues. Il y a très peu de calculs à faire.

1.1 Trouver l'erreur

a. Un signal d'énergie finie a une puissance nulle.

b. Un signal causal a une puissance finie.

c. La puissance d'un signal périodique se calcule sur une période

d. Si $X_{(f)}$ est la transformée de Fourier du signal $x_{(t)}$, la puissance du signal $x_{(t)}$ est égale à la puissance du signal $X_{(f)}$.

1.2 Quel signal $x_{(t)}$ a pour transformée de Fourier $X_{(f)}$ avec :

$$X_{(f)} = A \cdot e^{-j2\pi f t_0} \quad \text{pour } |f| \le f_c$$

$$X_{(f)} = 0 \quad \text{pour } |f| > f_c$$

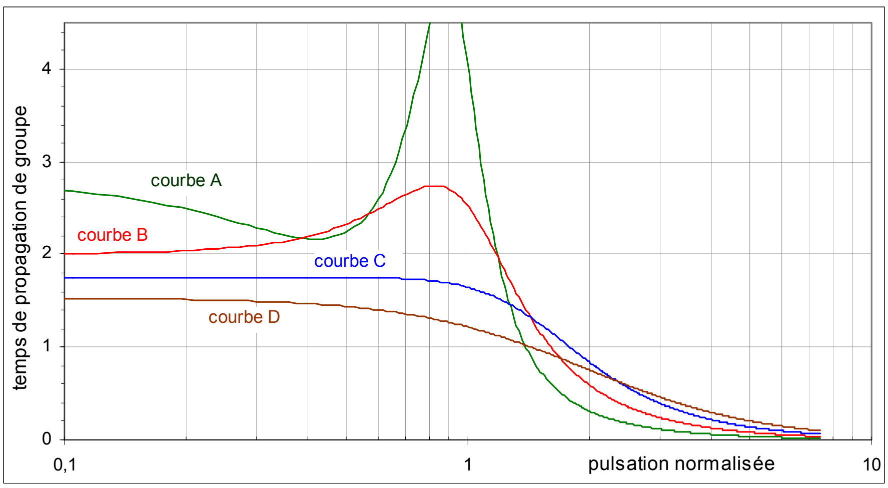
a. $x_{(t)} = A \cdot e^{\frac{-t}{t_0}}$

b. $x_{(t)} = A \cdot \dfrac{1}{1 + j\frac{t}{t_0}}$

c. $x_{(t)} = 2A \cdot f_c \cdot \dfrac{\sin(2\pi f_c (t - t_0))}{2\pi f_c (t - t_0)}$

d. $x_{(t)} = \dfrac{2\pi f_c \cdot e^{-2\pi f_c t_0 t}}{\sqrt{t_0^2 - 1}} \sinh\left(2\pi f_c \sqrt{t_0^2 - 1} \cdot t\right)$

1.3 Quelle courbe (Figure 1) correspond au filtre passe bas de type Bessel ?



a. Courbe A

b. Courbe B

c. Courbe C

d. Courbe D

Figure 1 : temps de propagation de groupe de 4 filtres passe bas du 3ième ordre.

1.4 Trouver les erreurs

a. Un filtre est stable si sa fréquence de coupure est au moins deux fois supérieure à la plus haute des fréquences du signal.
b. Un filtre de Cauer n'est pas stable car il y a de l'ondulation dans la bande atténuée.
c. Un filtre est stable si le degré du polynôme du dénominateur de la fonction de transfert est supérieur au degré du polynôme du numérateur.
d. Un filtre est stable si toutes les racines du dénominateur de la fonction de transfert sont à parties réelles négatives.

1.5 Trouver l'erreur

a. Un filtre passe bas de type Butterworth a ses pôles situés sur un cercle centré sur l'origine.
b. Les filtres passe bas de type Bessel et Chebchev (de même ordre) ont des pentes identiques aux hautes fréquences.
c. Les filtres de Cauer (elliptique) et de Chebychev inverse (Chebychev type II) ont de l'ondulation dans la bande atténuée.
d. Un filtre de type Bessel est toujours d'ordre impair.

1.6 Quel type de filtre donne l'ordre le plus faible pour répondre à un même gabarit ?

a. Filtre de type Butterworth.
b. Filtre à variable d'état à phase linéaire.
c. Filtre rejecteur (coupe bande).
d. Filtre de type Chebychev passif.
e. Filtre à amortissement critique actif.

1.7 Quelle est la fonction de transfert $T_{(p)}$ (notation de Laplace) du filtre, dont la réponse à un échelon d'amplitude α donne $S_{(p)} = \dfrac{\alpha}{1+2p+p^2}$?

a. $T_{(p)} = \dfrac{p}{(p+1)^2}$

b. $T_{(p)} = \dfrac{1+2p+p^2}{\alpha}$

c. $T_{(p)} = \dfrac{1}{p(p^2+2p+1)}$

d. $T_{(p)} = \dfrac{p^\alpha}{(p+1)^{2\alpha}}$

e. $T_{(p)} = \dfrac{1}{(p+1)^\alpha}$

1.8 Quelles affirmations correspondent à $e_{(t)} = \int_{-\infty}^{+\infty} h_{(t-\theta)} \cdot s_{(\theta)} d\theta$?

a. $e_{(t)}$ est la corrélation du signal $h_{(t)}$ par le signal $s_{(t)}$.

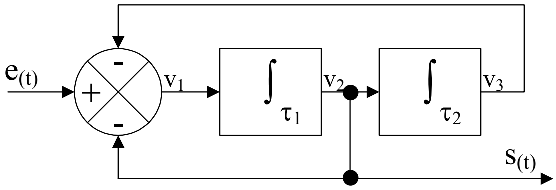
b. $e_{(t)}$ est le signal de sortie d'un Système Linéaire Invariant dans le Temps (SLIT), ayant s(t) comme réponse impulsionnelle et $h_{(t)}$ comme signal d'entrée.

c. $e_{(t)}$ est le signal de sortie d'un SLIT, ayant $h_{(t)}$ comme réponse indicielle et $s_{(t)}$ comme signal d'entrée.

d. $e_{(t)}$ est le signal d'entrée d'un SLIT, ayant $h_{(t)}$ comme réponse impulsionnelle et $s_{(t)}$ comme signal de sortie.

e. $e_{(t)}$ est le produit de convolution du signal $h_{(t)}$ par le signal $s_{(t)}$.

1.9 Quelle est la fonction réalisée par le filtre ?



a. Filtre passe tout.

b. Filtre passe bas du premier ordre.

c. Filtre passe bande.

d. Filtre elliptique.

e. Filtre passe haut du deuxième ordre.

1.10 Un signal aléatoire stationnaire au sens large :

a. est périodique.

b. a une moyenne constante dans le temps.

c. a pour transformée de Fourier un spectre de raies.

d. a son auto-corrélation indépendante du temps.

1.11 L'expression $\lim_{p \to 0} p \cdot F_{(p)} = \lim_{t \to +\infty} f_{(t)}$ définie :

a. L'égalité de Schwartz.

b. Le théorème de Parseval.

c. Le théorème de la valeur finale.

d. Le théorème de la valeur initiale.

e. Le théorème centrale limite.

1.12 L'expression $E\left(x^k\right) = \int_{-\infty}^{+\infty} x^k \cdot p_{(x)} dx$ avec x variable aléatoire et $p_{(x)}$ densité de probabilité, définie :

a. La moyenne quadratique.

b. L'intercorrélation de x et de k.

c. Le moment d'ordre k.

d. L'écart type de x.

1.13 Quelle structure permet de faire le convertisseur analogique numérique le plus rapide ?

a. Approximation successive.
b. Pipeline.
c. Double rampe.
d. Sigma-Delta.
e. Simple rampe.
f. Réseau R-2R.

1.14 La largeur spectrale d'un signal modulé en amplitude est donnée par :

a. $F_p + F_m$.
b. $F_p - F_m$.
c. $2 \cdot F_m$.
d. $2 \cdot F_p$.
e. $2 \cdot (\Delta F + F_m)$.
f. $\dfrac{F_p + F_m}{2}$.

Avec F_p : fréquence de la porteuse.
F_m : fréquence du signal modulant.
ΔF : excursion de la fréquence.

1.15 Le taux de modulation en amplitude est donné par :

a. $\dfrac{\sqrt{S_o^2 + S_m^2}}{S_p}$.
b. $\dfrac{F_m}{F_p}$.
c. $\dfrac{S_m}{S_o}$.
d. $\dfrac{S_o - S_m}{S_p}$.

Avec S_p : amplitude de la porteuse.
S_m : amplitude du signal modulant.
S_o : amplitude de la composante continue du signal modulant

1.16 Trouver l'erreur :

La modulation d'amplitude à bande latérale unique (BLU) est intéressante car :

a. Elle offre une meilleure qualité.
b. Elle occupe une largeur spectrale plus faible.
c. La porteuse n'est pas transmise.
d. Elle offre un meilleur rendement.

1.17 Quelle est la fonction de transfert d'un filtre passe tout du 1er ordre ?

a. $H_{(j\omega)} = \dfrac{1 + jRC\omega}{1 - jRC\omega}$

b. $H_{(p)} = \dfrac{1 - RCp}{1 + RCp}$

c. $H_{(j\omega)} = \dfrac{1 + 2mjRC\omega - (RC\omega)^2}{1 - 2mjRC\omega + (jRC\omega)^2}$

d. $H_{(p)} = \dfrac{1 - 2mRCp + (RCp)^2}{1 + 2mRCp + (RCp)^2}$

1.18 Quelle est le rapport signal sur bruit (SNR) maximal d'un convertisseur analogique numérique sans sur-échantillonnage ?

a. $SNR_{(dB)} = 20 \cdot \log \dfrac{V_{ref}}{V_{in}}$.

b. $SNR_{(dB)} = 6{,}02 \cdot n + 1{,}76$.

c. $SNR_{(dB)} = 20 \cdot \log \dfrac{V_{ref}}{2^n}$.

d. $SNR_{(dB)} = 20 \cdot \log \dfrac{V_{ref}}{2^{n-1}}$.

Avec n : nombre de bits du convertisseur.
V_{ref} : tension de référence du convertisseur.
V_{in} : amplitude crête du signal d'entrée.

1.19 Trouver l'erreur :

En modulation de fréquence :

a. La largeur spectrale est donnée par la relation de Carson.

b. L'indice de modulation β est donnée par $\dfrac{\Delta\omega}{\omega_m}$

c. La modulation de fréquence à faible indice de modulation (β<<1) est identique à la modulation d'amplitude.

d. Le rapport signal sur bruit est généralement meilleur qu'en modulation d'amplitude.

1.20 Quelle est l'amplitude du quantum (LSB) pour un convertisseur analogique numérique de 24 bits bipolaire, de type Sigma-Delta du quatrième ordre, avec une référence de tension de 3 volts ?

a. $1{,}788139.10^{E-7}$ volt

b. 125 mV

c. 357,6 nV

d. 16 777 216 V

e. 0,059605 µV

2. EXERCICE 1 : FILTRAGE (20 POINTS)

On souhaite réaliser un filtre passif de type passe bande à placer en entrée d'un récepteur FM. Le gabarit de ce filtre est donné par la Figure 2.

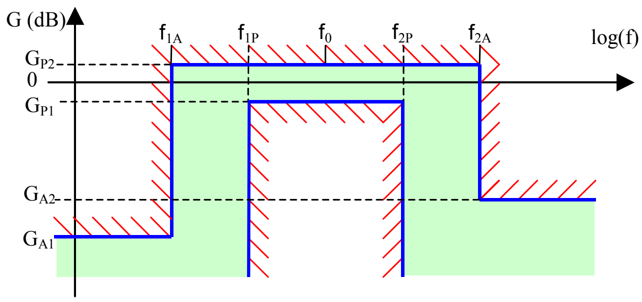


Figure 2 : gabarit du filtre passe bande

Avec :
- F_{1A} = 44 MHz
- F_{1P} = 88 MHz
- F_{2P} = 108 MHz
- F_{2A} = 180 MHz
- G_{P2} = +0,5 dB
- G_{P1} = -0,5 dB
- G_{A2} = -30 dB
- G_{A1} = -55 dB

2.1 Transformation Passe bande en Passe bas (8 points)

Effectuer en les explicitant les différentes étapes permettant de se ramener au(x) gabarit(s) du filtre passe bas normalisé (Figure 3), tout en faisant attention à la dissymétrie du gain dans les bande atténuée.

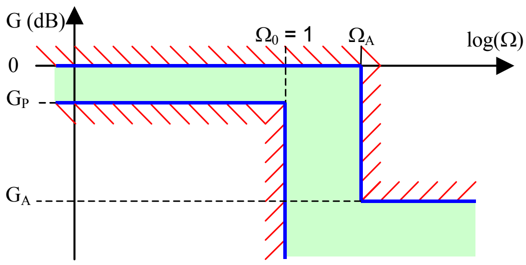


Figure 3 : gabarit passe bas normalisé

2.2 Réalisation (12 points)

Le choix de la fonction d'approximation doit être fait dans le respect du gabarit et avoir l'ordre le plus faible.

L'impédance de la source (côté antenne) est équivalente à une résistance R de 50 Ω.

En Annexes, il est rappelé la structure générale des filtres passifs passe bas ainsi que les différentes fonctions d'approximations.

2.2.1 Donner la fonction d'approximation retenue et calculer l'ordre du filtre (justifier votre choix).

2.2.2 Dessiner le filtre passe bas normalisé avec la valeur de chaque composant.

2.2.3 Dessiner le filtre final (passe bande) avec la valeur de chaque composant.

2.2.4 Tracer l'allure du module et de la phase de la fonction de transfert du filtre ainsi réalisé.

2.2.5 S'agissant d'un filtre passif, le gain G_{P1} est-il bien respecté ?
Si oui, comment; si non, pourquoi.

3. Exercice 2 : Modulation (20 points)

Les exercices 3.1 et 3.2 abordent de façon **indépendante** la modulation d'amplitude et de fréquence.

3.1 La modulation d'amplitude (12 points)

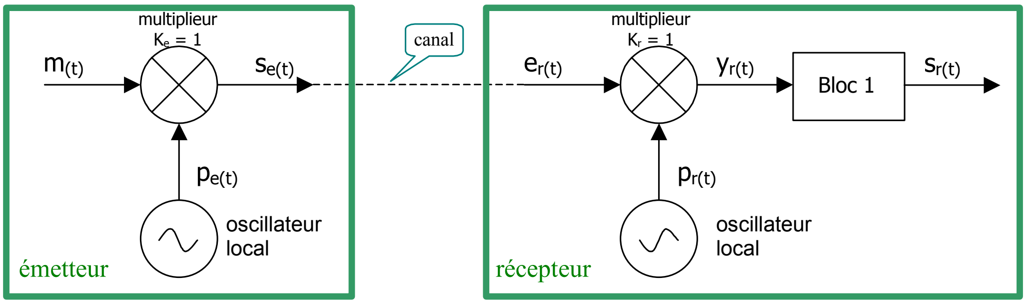


Figure 4 : modulateur et démodulateur

Signal modulant : $m_{(t)} = M_0 + M\cos(\omega_m t)$

Oscillateur local de l'émetteur : $p_{e(t)} = \cos(\omega_P t)$

Oscillateur local du récepteur : $p_{r(t)} = \cos(\omega_{\mathrm{Pr}} t + \phi_r)$

3.1.1 Modulation d'amplitude sans porteuse (DSB-SC)

Ecrire l'expression de $s_{e(t)}$.

Quelle propriété doit présenter le signal modulant ($m_{(t)}$) afin d'avoir en sortie de l'émetteur un signal modulé ($s_{e(t)}$) sans porteuse.

3.1.2 Démodulation synchrone

Le canal de transmission est considéré parfait ($s_{e(t)} = e_{r(t)}$), et la modulation est sans porteuse.

a. Calculer $y_{r(t)}$.

b. Dans le cas $\omega_{Pr} = \omega_P$ et $\phi_r = 0$, définir la fonction du bloc 1 pour avoir $m_{(t)} = s_{r(t)}$ (fonction de transfert, schéma…).

3.1.3 Influence des erreurs sur la démodulation

a. Lorsque $\omega_{Pr} = \omega_P$, montrer l'incidence de l'erreur de phase ϕ_r sur la démodulation synchrone, pour différentes valeurs de ϕ_r et lorsque ϕ_r varie dans le temps ($\phi_{r(t)}$).

b. La modulation d'amplitude avec porteuse résout-elle cet inconvénient ?

c. Lorsque $\phi_r = 0$, montrer l'incidence d'une petite erreur $\Delta\omega$ sur la pulsation de l'oscillateur local du récepteur ($\omega_{Pr} = \omega_P \pm \Delta\omega$).

d. Proposer une solution permettant de faire un démodulateur synchrone.

3.2 La modulation de fréquence (8 points)

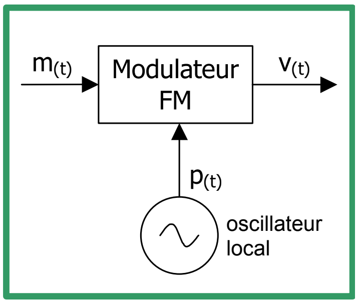


Figure 5 : modulateur de fréquence

Le signal $v_{(t)}$ est un signal modulé en fréquence par un signal sinusoïdale $m_{(t)}$.

$$v_{(t)} = 17 \cdot \cos\left(2\pi \times 103{,}7 \cdot 10^6 \times t + 5 \cdot \sin(3554{,}3 \cdot t)\right)$$

a. Donner l'amplitude (V_0) du signal $v_{(t)}$ et l'amplitude (P_0) de la porteuse $p_{(t)}$.
b. Donner la fréquence (f_p) de la porteuse $p_{(t)}$.
c. Donner la fréquence (f_m) du signal modulant $m_{(t)}$.
d. Donner l'indice de modulation : β
e. Donner l'excursion en fréquence : Δf
f. Donner la largeur du spectre (B_v) de $v_{(t)}$.
g. Monter que pour une constante d'intégration k = 4000 Hz.V^{-1}, le signal modulant $m_{(t)}$ peut s'écrire sous la forme suivante : $m_{(t)} = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \cos(2\pi \cdot f_m \cdot t)$

ANNEXES

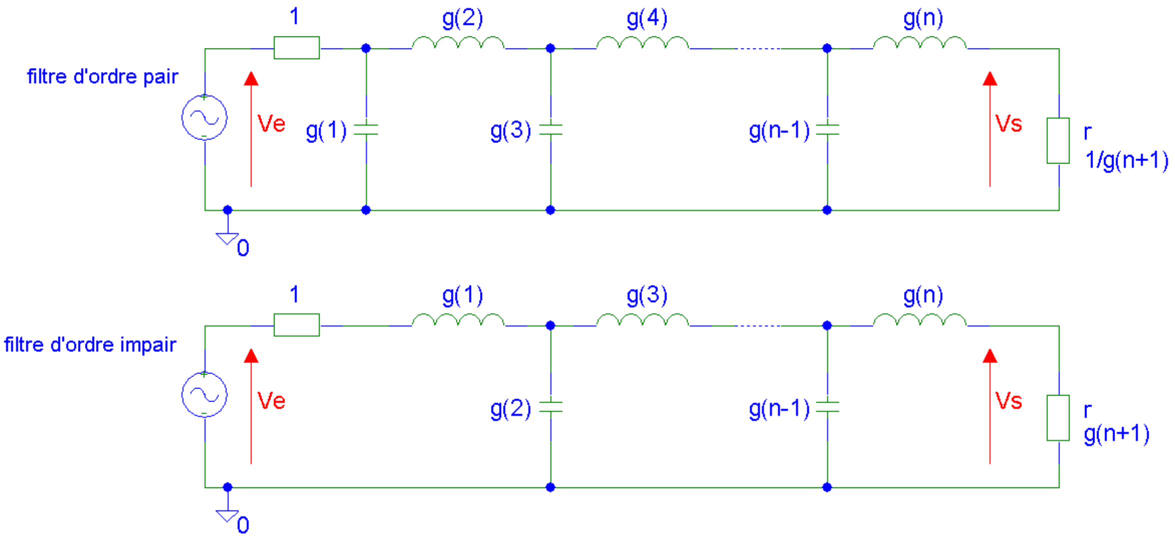


Figure 6 : filtres passifs normalisés

Polynôme d'approximation de **Butterworth**

$$\left|H_{(j\Omega)}\right|^2 = \frac{1}{1+\varepsilon^2 \cdot \Omega^{2n}}$$

ε : amplitude de l'ondulation dans la bande passante.

Ω : pulsation normalisée.

n : ordre du filtre.

$$\varepsilon^2 = 10^{\frac{-G_P}{10}} - 1$$

si $\varepsilon \neq 1$ ($G_P \neq$ -3 dB), il faut faire le changement de variable : $\Omega' = \sqrt[n]{\varepsilon} \cdot \Omega$

$$n \geq \frac{\ln\left(10^{\frac{-G_A}{10}} - 1\right) - \ln\left(10^{\frac{-G_P}{10}} - 1\right)}{2 \cdot \ln \Omega_A}$$

n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}	g_{12}	g_{13}
1	2	1											
2	1,414	1,414	1										
3	1	2	1	1									
4	0,7654	1,848	1,848	0,7654	1								
5	0,618	1,618	2	1,618	0,618	1							
6	0,5176	1,414	1,932	1,932	1,414	0,5176	1						
7	0,445	1,247	1,802	2	1,802	1,247	0,445	1					
8	0,3902	1,111	1,663	1,962	1,962	1,663	1,111	0,3902	1				
9	0,3473	1	1,532	1,879	2	1,879	1,532	1	0,3473	1			
10	0,3129	0,908	1,414	1,782	1,975	1,975	1,782	1,414	0,908	0,3129	1		
11	0,2846	0,8308	1,3097	1,6825	1,9189	2	1,9189	1,6825	1,3097	0,8308	0,2846	1	
12	0,261	0,7653	1,2175	1,5867	1,8477	1,9828	1,9828	1,8477	1,5867	1,2175	0,7653	0,261	1

Tableau 1 : valeurs normalisées des impédances pour un filtre passif passe bas de Butterworth.
Le point à Ω_0 = 1 rd/s donne une atténuation de –3dB.

Polynôme d'approximation de **Chebychev**

pour $\Omega \le 1$

$$T_{n(\Omega)} = \cos(n \cdot \arccos(\Omega))$$

pour $\Omega \ge 1$

$$T_{n(\Omega)} = \cosh(n \cdot \arccos\mathrm{h}(\Omega))$$

$$\left|H_{(j\Omega)}\right|^2 = \frac{1}{1+\varepsilon^2 \cdot T_{n(\Omega)}^2}$$

ε ondulation dans la bande passante.

$T_{n(\Omega)}^2$ carré du polynôme de Chebychev.

$$n \ge \frac{\arccos\mathrm{h}\sqrt{\dfrac{10^{-\frac{Ga}{10}}-1}{\varepsilon^2}}}{\arccos\mathrm{h}(\Omega_a)}$$

	n	g_1	g_2	g_3	g_4	g_5	g_6	g_7	g_8	g_9	g_{10}	g_{11}
Ondulation 0,1 dB	1	0,3052	1									
	2	0,843	0,622	1,3554								
	3	1,0315	1,1474	1,0315	1							
	4	1,1088	1,3061	1,7703	0,818	1,3554						
	5	1,1468	1,3712	1,975	1,3712	1,1468	1					
	6	1,1681	1,4039	2,0562	1,517	1,9029	0,8618	1,3554				
	7	1,1811	1,4228	2,0966	1,5733	2,0966	1,4228	1,1811	1			
	8	1,1897	1,4346	2,1199	1,601	2,1699	1,564	1,9444	0,8778	1,3554		
	9	1,1956	1,4425	2,1345	1,6167	2,2053	1,6167	2,1345	1,4425	1,1956	1	
	10	1,1999	1,4481	2,1444	1,6265	2,2253	1,6418	2,2046	1,5821	1,9628	0,8853	1,3554
Ondulation 0,5 dB	1	0,6986	1									
	2	1,4029	0,7071	1,9841								
	3	1,5963	1,0967	1,5963	1							
	4	1,6703	1,1926	2,3661	0,8419	1,9841						
	5	1,7058	1,2296	2,5408	1,2296	1,7058	1					
	6	1,7254	1,2479	2,6064	1,3137	2,4758	0,8696	1,9841				
	7	1,7372	1,2583	2,6381	1,3444	2,6381	1,2583	1,7372	1			
	8	1,7451	1,2647	2,6564	1,359	2,6964	1,3389	2,5093	0,8796	1,9841		
	9	1,7504	1,269	2,6678	1,3673	2,7239	1,3673	2,6678	1,269	1,7504	1	
	10	1,7543	1,2721	2,6754	1;3725	2,7392	1,3806	2,7231	1,3485	2,5239	0,8842	1,9841
Ondulation 1,0 dB	1	1,0177	1									
	2	1,8219	0,685	2,6599								
	3	2,0236	0,9941	2,0236	1							
	4	2,0991	1,0644	2,8311	0,7892	2,6599						
	5	2,1349	1,0911	3,0009	1,0911	2,1349	1					
	6	2,1546	1,1041	3,0634	1,1518	2,9367	0,8101	2,6599				
	7	2,1664	1,1116	3,0934	1,1736	3,0934	1,1116	2,1664	1			
	8	2,1744	1,1161	3,1107	1,1839	3,1488	1,1696	2,9685	0,8175	2,6599		
	9	2,1797	1,1192	3,1215	1,1897	3,1747	1,1897	3,1215	1,1192	2,1797	1	
	10	2,1836	1,1213	3,1286	1,1933	3,189	1,199	3,1738	1,1763	2,9824	0,821	2,6599
Ondulation 3,0 dB	1	1,9953	1									
	2	3,1013	0,5339	5,8095								
	3	3,3487	0,7117	3,3487	1							
	4	3,4389	0,7483	4,3471	0,592	5,8095						
	5	3,4817	0,7618	4,5381	0,7618	3,4817	1					
	6	3,5045	0,7685	4,6061	0,7929	4,4641	0,6033	5,8095				
	7	3,5182	0,7723	4,6386	0,8039	4,6386	0,7723	3,5182	1			
	8	3,5277	0,7745	4,6575	0,8089	4,699	0,8018	4,499	0,6073	5,8095		
	9	3,534	0,776	4,6692	0,8118	4,7272	0,8118	4,6692	0,776	3,534	1	
	10	3,5384	0,7771	4,6768	0,8136	4,7425	0,8164	4,726	0,8051	4,5142	0,6091	5,8095

Tableau 2 : valeurs normalisées des impédances pour un filtre passif passe bas de Chebychev.
Le dernier point à -x dB (ondulation) est obtenu pour Ω_0 = 1 rd/s.