

Université Mohamed Seddik Ben Yahia

2015

REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE
MINISTERE DE L'ENSEIGNEMENT SUPERIEUR
ET DE LA RECHERCHE SCIENTIFIQUE



UNIVERSITE MOHAMED SEDDIK BEN YAHIA - JIJEL
FACULTE DES SCIENCES EXACTES ET INFORMATIQUE
DEPARTEMENT DE PHYSIQUE

COURS

Destiné aux étudiants de 2^{ème} année Licence

Domaine : Sciences de la Matière « SM »

Filière : Physique

« L2 - S4 »

Electronique générale

Cours & Exercices

Dr. **MERICHE Faiza**

Dans le cadre de la préparation de l'Habilitation Universitaire

Année 2015

Programme

Module : **Electronique Générale**

Domaine SM, Licence Physique, Deuxième année, Semestre 4, UEM 4.

Volume horaire	Semestriel	Hebdomadaire
Cours	heures	1h 30mn
Travaux dirigés	heures	1h 30mn
Total	45 heures	3h

Contenu de la matière :

I – RÉSEAUX ÉLECTRIQUES (5 semaines)

- 1. Courant continu** : Définition, générateurs de tension et de courant (idéal, réel), relations tensions –courant (R, L, C), lois de Kirchhoff. Méthodes d'analyse des réseaux linéaires : méthode des mailles et des nœuds, application à la notation matricielle. Théorèmes fondamentaux (superposition, théorèmes de Thevenin et Norton, réciprocité), équivalence entre Thevenin et Norton.
- 2. Régime variable** : Circuits et signaux en régime variable, application du calcul variationnel (transformée de Laplace, exemple : impédance symbolique et circuits à un signal échelon ou à signal impulsion).
- 3. Régime sinusoïdal** : représentation des signaux, notations complexes, impédance électriques, adaptation d'un générateur sinusoïdal. Méthodes d'analyse des réseaux en régime sinusoïdal et théorèmes fondamentaux, application aux circuits RC, RL.
- 4. Étude des circuits résonnants série et parallèle, régime forcé** : réponses en fréquence, coefficients de qualité, bande passante, sélectivité, unités logarithmiques.
- 5. Étude des circuits RLC en régime libre** : les différents régimes, conditions initiales. Circuits RC et RL (énergie maximale dans C et L).

II – QUADRIPOLES PASSIFS (6 semaines)

- 1. Représentation d'un réseau passif par un quadripôle** : Les matrices d'un quadripôle, association de quadripôle. Grandeurs caractérisant le comportement d'un quadripôle dans un montage (impédance d'entrée et de sortie, gain en courant et en tension), application à l'adaptation.
- 2. Quadripôles particuliers passifs** : En Γ , T, II, etc. équivalence étoile – triangle. Filtres électriques passifs : Impédances images et caractéristiques, étude du gain (en atténuation) d'un filtre chargé par son impédance itérative. Cas particulier du filtre idéal symétrique (bande passante). Représentation des fonctions de transfert (courbes de Bode).

Transformateurs, circuits à couplage magnétique : Régime libre (battement) régime forcé (différents coulage et réponses en fréquence, bande passante).

III – DIODES (4 semaines)

Notions élémentaires de la physique des semi-conducteurs : semi-conducteurs intrinsèque et extrinsèque. Conduction, dopage, jonction pn, diagramme d'énergie.

Constitution et fonctionnement d'une diode : Polarisation, caractéristique $I(V)$, droite de charge statique, régime variable.

Circuits à diodes : Redressement simple et double alternance, application à la stabilité de tension par la diode Zener, écrêtage. Autres types de diodes : varicap, DEL, photodiode.

Avant-propos

Ce cours complet d'électrocinétique et d'électronique est destiné aux étudiants de deuxième année Licence Physique. Il correspond au programme officiel du module « **Electronique générale** » enseigné en deuxième année (L2-S4) du domaine *SM - Sciences de la Matière*, filière *Physique*.

Ce manuel rédigé avec un souci permanent de simplicité est structuré en cinq chapitres. Ils traitent des notions fondamentales des circuits électriques, lois de kirchhoff et théorèmes généraux de l'électricité en régime continu, circuits électriques en régime sinusoïdal et transitoire, quadripôles en régimes sinusoïdal, jonction PN et diodes à semiconducteurs.

Chaque chapitre propose de nombreux exercices avec leur solution entièrement détaillée à la fin de ce cours. Une annexe avec les formulaires de mathématiques complète ce manuel.

Faiza MERICHE

Table des Matières

Chapitre 1. Réseaux électriques en régime continu.....	1
1. Définitions.....	1
1.1. Dipôle.....	1
1.2. Régimes électriques.....	2
1.3. Générateurs de tension et courant en régime continu.....	2
1.3.1. Générateur de tension idéal.....	2
1.3.2. Générateur de courant idéal	2
1.3.3. Générateur de tension réel	3
1.3.4. Générateur de courant réel.....	3
1.3.5. Puissance électrique (Adaptation)	4
2. Réseaux électriques linéaires en régime continu.....	4
2.1. Réseau électrique linéaire.....	4
2.2. Dipôles passifs linéaires.....	5
2.3. Groupement des dipôles passifs.....	5
2.4. Lois de Kirchhoff	6
2.4.1. Loi de Kirchhoff des nœuds.....	6
2.4.2. Loi de Kirchhoff des mailles.....	6
2.5. Théorèmes fondamentaux.....	6
2.5.1. Pont diviseur de tension.....	6
2.5.2. Pont diviseur de courant.....	7
2.5.3. Théorème de superposition.....	7
2.5.4. Théorème de réciprocité	8
2.5.5. Théorèmes de Thévenin et de Norton.....	9
2.5.6. Association des générateurs de tension en série	10
2.5.7. Association des générateurs de courant en parallèle.....	10
2.5.8. Théorèmes de Millman.....	11
Exercices.....	12
Chapitre 2. Réseaux électriques en régime transitoire.....	13
1. Echelon de tension.....	13
2. Dipôles de base des circuits.....	14

3. Etude d'un circuit « Résistance-Capacité » (RC).....	14
3.1. Notions de base sur les condensateurs.....	14
3.2. Réponse d'un circuit (d'un dipôle) RC à un échelon de tension.....	15
3.2.1. Décharge d'un condensateur dans une résistance.....	17
3.2.2. Energie électrostatique.....	18
4. Etudes des circuits du deuxième ordre.....	18
4.1. Equations différentielles d'un circuit.....	18
4.2. Réponse d'un circuit « Résistance-Bobine-Capacité » (RLC) à un échelon de tension.....	19
Exercices.....	22
Chapitre 3. Réseaux électriques en régime sinusoïdal.....	23
1. Grandeurs sinusoïdales	23
2. Représentations des grandeurs sinusoïdales.....	24
2.1. Représentation vectorielle (Méthode de Fresnel)	24
2.2. Représentation complexe.....	24
2.2.1. Rappels mathématiques.....	24
2.2.2. Application aux signaux sinusoïdaux.....	25
2.2.3. Dérivée et intégration	25
3. Modèle complexe d'un circuit en régime sinusoïdal.....	26
3.1. Impédances complexes des dipôles élémentaires.....	26
3.1.1. Impédance d'une résistance.....	26
3.1.2. Impédance d'une bobine idéale.....	26
3.1.3. Impédance d'un condensateur	26
3.2. Lois en régime sinusoïdal.....	27
3.3. Groupement de dipôles passifs.....	28
3.4. Etude d'un circuit RLC série.....	28
3.5. Puissance.....	30
3.5.1. Puissance instantanée.....	30
3.5.2. Puissance moyenne	30
Exercices.....	31
Chapitre 4. Quadripôles passifs- Filtres.....	32
1. Quadripôle.....	32
1.1. Matrices impédance et admittance d'un quadripôle.....	32
1.2. Association de quadripôles.....	33
1.2.1. Groupement en série.....	33

1.2.2. Groupement en parallèle.....	34
1.2.3. Quadripôles en T et en π	34
1.3. Quadripôles en charge.....	35
1.3.1. Impédances d'entrée	35
1.3.2. Impédance caractéristique.....	36
1.4. Fonction de transfert.....	36
2. Filtre linéaire.....	36
2.1. Définition.....	36
2.2. Représentation de Bode.....	37
2.2.1. Fonction de transfert d'un filtre.....	37
2.2.2. Gain en décibel.....	38
2.2.3. Diagramme de Bode d'un filtre.....	38
2.2.4. Filtres passifs d'ordre 1 (circuits R, C série)	39
Exercices.....	43
Chapitre 5. Diodes à semiconducteur.....	44
1. Notions élémentaires sur la physique des semi-conducteurs.....	44
1.1 Conduction électrique intrinsèque.....	44
1.2 Semiconducteurs intrinsèques.....	46
1.3 Semiconducteurs dopés ou extrinsèques.....	47
2. Diode à jonction.....	47
2.1. JonctionPN.....	47
2.2. Polarisation de la diode.....	48
2.3. Diodes particulières.....	51
2.3.1. Diodes de redressement.....	51
2.3.2. Diodes Zéner.....	51
2.3.3. Diodes Schottky	51
2.3.4. Diodes électroluminescentes.....	52
2.3.5. Diodes varicap.....	52
Exercices.....	54
Solutions des exercices.....	55
Bibliographie.....	76

Chapitre 1

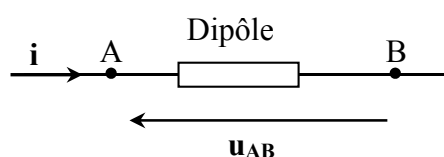
Réseaux électriques en régime continu

Un circuit linéaire est un circuit constitué de dipôles linéaires (résistance, condensateur, bobine, générateur de tension et/ou de courant). Nous donnons dans ce chapitre des lois simples permettant de déterminer simplement l'intensité et/ou la tension aux bornes d'un dipôle quelconque dans un circuit fonctionnant en régime continu, connaissant les caractéristiques des dipôles le constituant.

1. Définitions

1.1. Dipôle

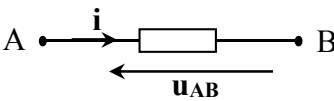
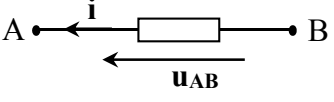
Un dipôle est un circuit accessible par deux bornes A et B, il peut être caractérisé par, un courant i qui le traverse et la tension u , entre ses bornes.



i : courant électrique circulant de A à B, s'exprime en **Ampère (A)**.

$u_{AB} = u_A - u_B$: tension (différence de potentiel) entre A et B, s'exprime en **volt (V)**.

- La **caractéristique** d'un dipôle est la relation entre u et i , elle est écrite sous la forme $u(i)$.
- Le sens de passage du courant peut être : i_{AB} ou i_{BA} , avec $i_{AB} = -i_{BA}$.
- Un dipôle peut être un récepteur ou un générateur :

récepteur	les flèches du courant et de la tension sont en sens inverse	
générateur	les flèches du courant et de la tension sont dans le même sens	

1.2. Régimes électriques

Un circuit électrique linéaire est alimenté par des générateurs. Il existe deux types de sources (générateurs) continues et alternatives :

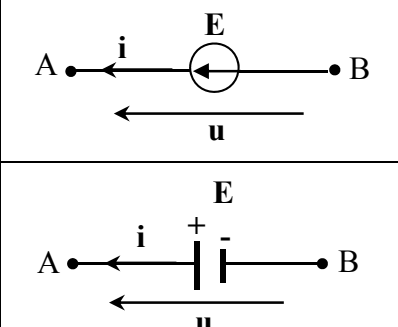
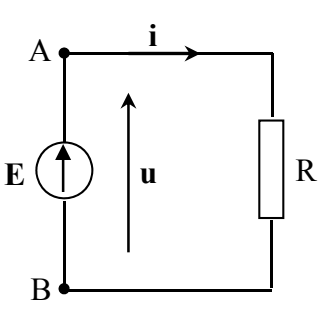
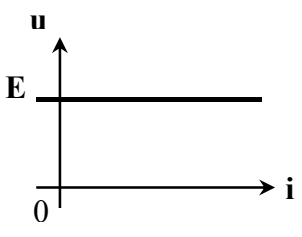
- **Régime continu (statique) :** les grandeurs électriques (tensions et courant) sont invariantes dans le temps.
- **Régime variable (dynamique) :** les grandeurs électriques évoluent dans le temps, les sources sont dites alternatives.

1.3. Générateurs de tension et courant en régime continu

1.3.1. Générateur de tension idéal

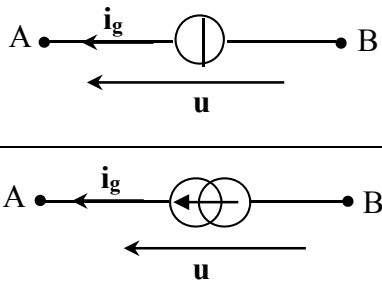
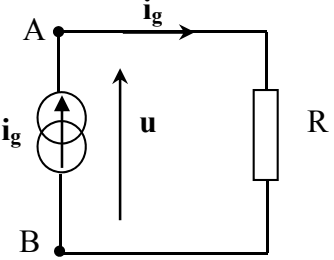
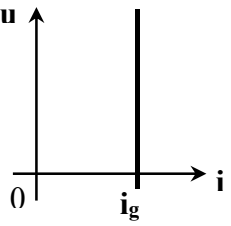
Un générateur (source) de tension continue est un dipôle capable d'imposer une tension à ses bornes constante quelle que soit l'intensité du courant qui le traverse. Ses deux représentations sont :

E : est la force électromotrice du générateur (f.é.m)

représentations	dans un circuit	la caractéristique
		

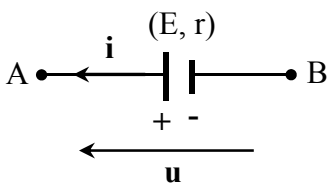
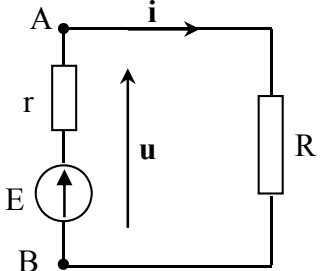
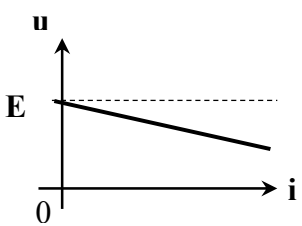
1.3.2. Générateur de courant idéal

Un tel générateur délivre un courant, dit courant de court-circuit, indépendant de la tension présente à ses bornes. Ses deux représentations sont :

représentations	dans un circuit	la caractéristique
		

1.3.3. Générateur de tension réel (ohmique)

Dans la réalité, les générateurs ne sont pas parfaits et on considère qu'un modèle plus proche de la réalité consiste à associer un générateur de tension idéal en série avec une résistance. Cette résistance est appelée « résistance interne » du générateur.

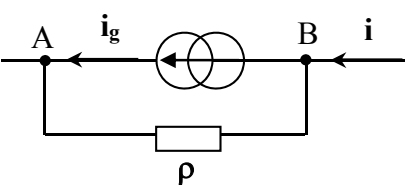
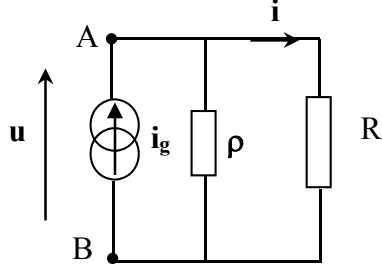
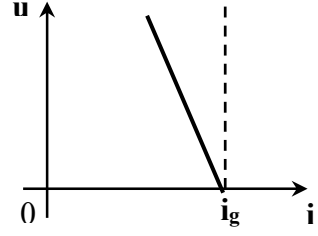
représentation	dans un circuit	la caractéristique
		

L'équation de la caractéristique : $u = E - r i$

$\left\{ \begin{array}{l} E : \text{est la force électromotrice du générateur (f.é.m)} \\ r : \text{la résistance interne} \end{array} \right.$

1.3.4. Générateur de courant réel (ohmique)

Dans ce cas, on associe un générateur de courant idéal en parallèle avec une résistance.

représentations	dans un circuit	la caractéristique
		

L'équation de la caractéristique du générateur de courant réel est : $i = i_g - \frac{u}{\rho}$

1.3.5. Puissance électrique (Adaptation)

La puissance électrique fournie par un générateur (E, r), à une charge résistive R , s'exprime par :

$$P(R) = Ri^2 \quad \text{avec} \quad i = \frac{E}{(R+r)} \quad \Rightarrow \quad \boxed{P(R) = Ri^2 = \frac{E^2 R}{(R+r)^2}}$$

$$P(R) \text{ est maximum, si } \frac{\partial P(R)}{\partial R} = 0, \quad \text{d'où :} \quad \boxed{R=r \quad \text{et} \quad P(R)_{\max} = \frac{E^2}{4r}}$$

- Un générateur délivre une puissance maximum dans une charge résistive (résistance) **R**, lorsque celle-ci est égale à sa résistance interne r ($R = r$). Dans ce cas, on dit que le générateur est **adapté à la charge**.

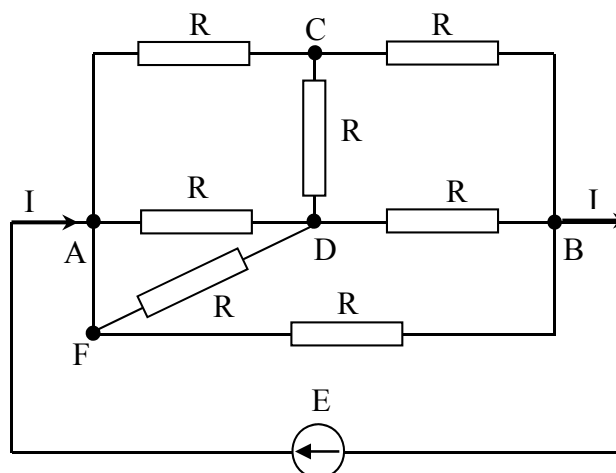
2. Réseaux électriques linéaires en régime continu

2.1. Réseau électrique linéaire

Un réseau électrique linéaire est une association d'éléments passifs (résistances, condensateurs et inductances) et d'éléments actifs (générateurs de tension et de courant), connectés entre eux par des conducteurs supposés sans résistance (parfaits).

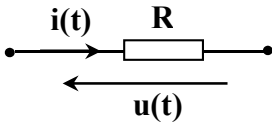
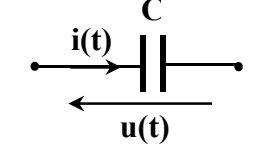
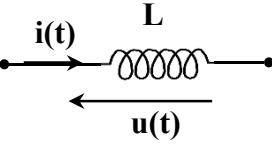
- On appelle **nœud** d'un réseau, un point du circuit où aboutissent au moins trois conducteurs (A, B, C...)
- Une **branche** du réseau est une portion de circuit, situé entre deux nœuds consécutifs (AC, AD, CB, ...)
- Une **maille** est une boucle fermée délimitée par des branches du réseau électrique (ACDA), (CBDC)

...

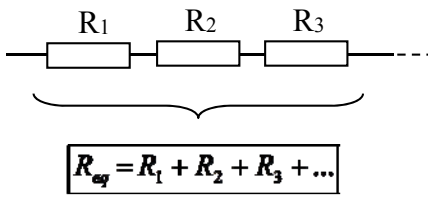
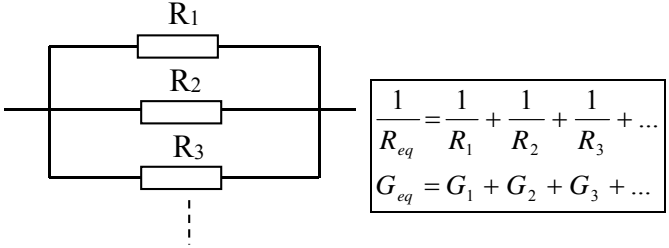
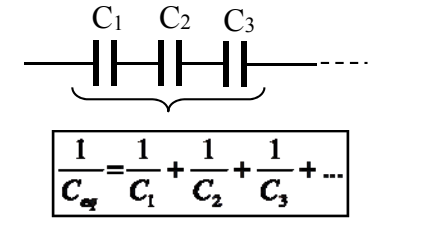
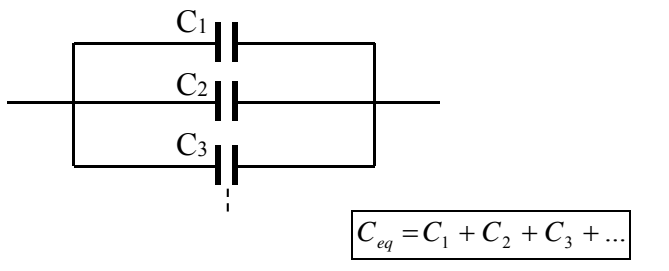


2.2. Dipôles passifs linéaires

Trois dipôles passifs sont couramment utilisés dans les circuits électriques.

Dipôle passif	Loi fondamentale	Représentation	En régime continu
<ul style="list-style-type: none"> • Résistance R (Ω) • Conductance $G=1/R$ (S) [siemens : (Ω^{-1})] 	$u(t) = R \cdot i(t)$ $i(t) = G \cdot u(t)$ (Loi d'Ohm)		u et i sont constants : <ul style="list-style-type: none"> • $U = R I$ • $P(t) = U \cdot I = R \cdot I^2 = U^2 / R$ en watt (W)
<ul style="list-style-type: none"> • Condensateur C : Capacité (F / Farad)	$i(t) = C \cdot \frac{du(t)}{dt}$		u est constante et i est nul : <ul style="list-style-type: none"> • le condensateur est un interrupteur ouvert.
<ul style="list-style-type: none"> • Inductance L : inductance de la bobine (H / Henry)	$u(t) = L \cdot \frac{di(t)}{dt}$		i est constant et u est nulle : <ul style="list-style-type: none"> • la bobine parfaite est équivalente à un fil.

2.3. Groupement des dipôles passifs

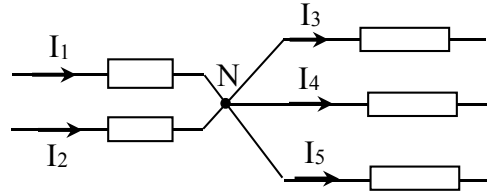
Dipôle	Groupement en série	Groupement en parallèle
Résistance		
Condensateur		
Inductance	Les inductances vérifient les mêmes règles d'association que les résistances, à condition qu'il n'existe aucun couplage entre elles.	

2.4. Lois de Kirchhoff

2.4.1. Loi de Kirchhoff des nœuds

La première loi de Kirchhoff est la loi des nœuds : La somme des intensités des courants entrants dans un nœud est égale à la somme des intensités des courants qui en sortent (pas d'accumulation de charge).

$$I_1 + I_2 = I_3 + I_4 + I_5$$

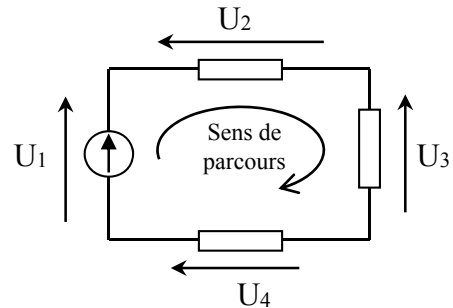


2.4.2. Loi de Kirchhoff des mailles

La deuxième loi de Kirchhoff stipule : La somme algébrique des différences de potentiel (ou tension) le long d'une maille quelconque est nulle :

$$U_1 - U_2 - U_3 + U_4 = 0$$

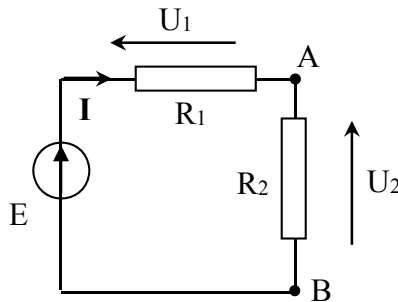
Toutes les tensions U_i sont orientées en fonction du sens de parcours sur la maille



2.5. Théorèmes fondamentaux

2.5.1. Pont diviseur de tension

- Le schéma d'un pont diviseur de tension est donné à la figure suivante :



- Il s'agit d'une application directe de la mise en série de deux résistances :

$$E = U_1 + U_2 = R_1 I + R_2 I \quad \text{d'où} \quad I = \frac{E}{R_1 + R_2}$$

La tension aux bornes de la résistance R_2 vaut :

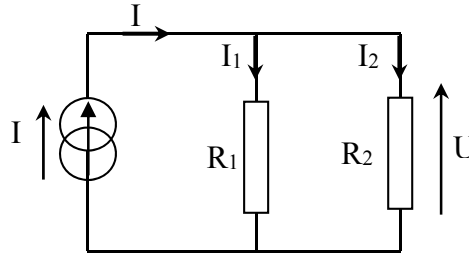
$$U_2 = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$$

- D'une façon générale, la tension aux bornes d'une résistance placée dans un circuit comportant n résistances en série, alimenté par une source de tension E est :

$$U_i = \frac{R_i}{R_1 + R_2 + \dots + R_n} E$$

2.5.2. Pont diviseur de courant

- Le schéma d'un pont diviseur de courant est donné à la figure suivante (résistances en parallèle) :



- Appelons U la différence de potentiel qui se trouve aux bornes des différents éléments en parallèle, nous obtenons :

$$U = R_2 I_2 = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2} I \quad \text{d'où} \quad \boxed{I_2 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} I}$$

- Si maintenant, nous divisons le numérateur et le dénominateur par le produit $(R_1.R_2)$, nous obtenons la relation suivante :

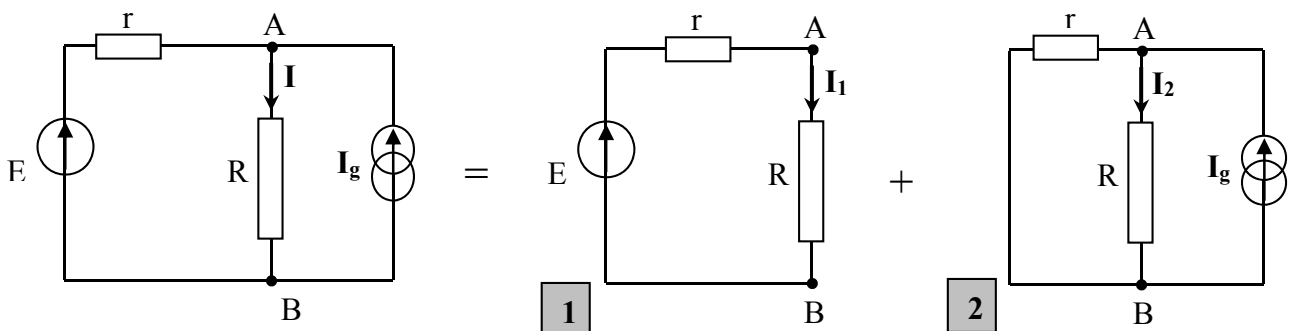
$$\boxed{I_2 = \frac{G_2}{G_1 + G_2} I}$$

- D'une façon générale, le courant traversant une résistance R_i placée dans un circuit comportant n résistances en parallèle, alimenté par une source idéale de courant I , est :

$$\boxed{I_i = \frac{G_i}{G_1 + G_2 + G_3 + \dots + G_n} I}$$

2.5.3. Théorème de superposition

Prenons par exemple le montage de la figure suivante (circuit alimenté par deux sources indépendantes) :



- montage 1** : la source de courant I_g étant neutralisée, le générateur (E, r) débite un courant I_1

dans la branche AB du circuit :
$$I_1 = \frac{E}{(R+r)}$$

- **montage 2** : le générateur (**E, r**) étant neutralisé (remplacé par sa résistance interne), la source de courant activait seule. Le courant dans la résistance **R** serait **I₂** :
$$I_2 = \frac{r}{(R+r)} I_g$$

Le courant **I** dans la branche AB dû à la contribution des deux sources sera : **I = I₁ + I₂**

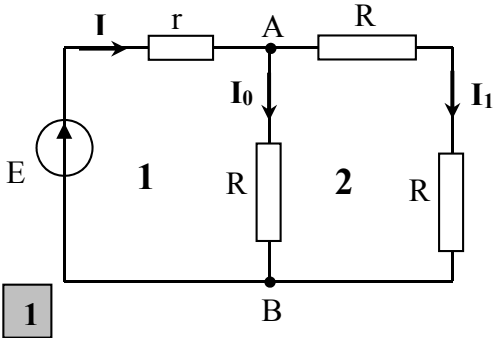
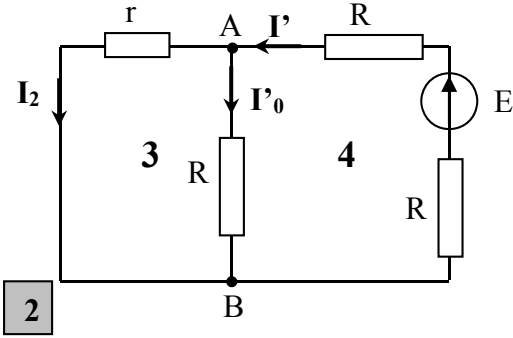
$$I = I_1 + I_2 = \frac{E + I_g r}{(R+r)}$$

2.5.4. Théorème de réciprocité

Soit deux branches **i** et **j** d'un réseau. Si on considère une source de tension **E**, située dans la branche **i** du réseau. Cette source produit dans la branche **j** un courant **I_j**. La même source **E**, placée dans la branche **j**, produirait dans la branche **i**, un courant **I_i** égal à :

$$I_i = I_j$$

Exemple :

montage 1 : Calcul du courant I₁	montage 2 : Calcul du courant I₂
	
$\begin{cases} \text{maille 1 : } RI_0 - E + rI = 0 \\ \text{maille 2 : } 2RI_1 - RI_0 = 0 \Rightarrow I_1 = \frac{E}{2R+3r} \\ \text{nœud A : } I = I_0 + I_1 \end{cases}$	$\begin{cases} \text{maille 3 : } rI_2 - RI'_0 = 0 \\ \text{maille 4 : } RI'_0 - E + 2RI' = 0 \Rightarrow I_2 = \frac{E}{2R+3r} \\ \text{nœud A : } I' = I'_0 + I_2 \end{cases}$
<p>donc : $I_1 = I_2$</p>	

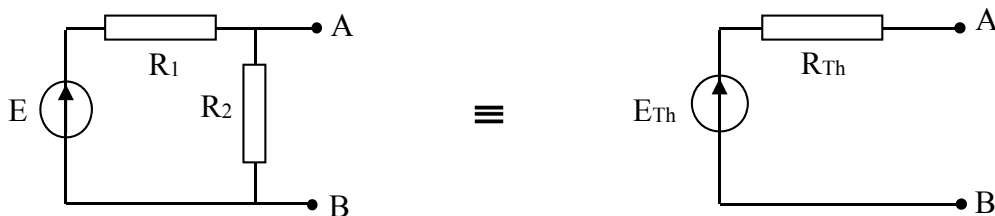
2.5.5. Théorèmes de Thévenin et de Norton

2.5.5.1. Théorème de Thévenin

Il est possible de remplacer une portion de réseau électrique linéaire, considérée entre deux bornes A et B, par un **générateur de tension**, dit « *générateur de Thévenin* », ayant les caractéristiques suivantes :

- Sa résistance interne R_{Th} est la résistance équivalente entre les bornes A et B lorsque chaque générateur indépendant est passivé (remplacé par sa résistance interne).
- Sa f.é.m E_{Th} est la tension mesurée entre A et B à vide (le dipôle n'est pas connecté à d'autres éléments externes).

Prenons par exemple le montage de la figure suivante :



- La résistance R_{Th} est obtenue en passivant la source de tension E :

$$R_{Th} = (R_1 // R_2) = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

- La tension E_{Th} est la tension obtenue entre A et B (tension aux bornes de R_2) :

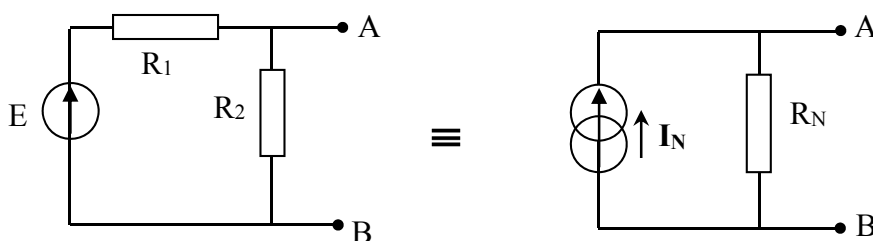
$$E_{Th} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E$$

2.5.5.2. Théorème de Norton

Il est possible de remplacer une portion de réseau électrique, considérée entre deux bornes A et B, par un **générateur de courant**, dit « *générateur de Norton* », ayant les caractéristiques suivantes :

- Sa résistance interne R_N est la résistance de Northon.
- Son courant I_N est égal à l'intensité de court-circuit lorsque l'on relie les points A et B par un fil.

Prenons par exemple le montage de la figure suivante :



- La résistance R_N est obtenue en passant la source de tension E :
$$R_N = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$
- Le courant I_N est le courant obtenu en court-circuitant la résistance R_2 :
$$I_N = \frac{E}{R_1}$$

Remarque : Le passage du modèle d'un générateur de Thévenin à celui d'un générateur de Norton conduit à trouver :

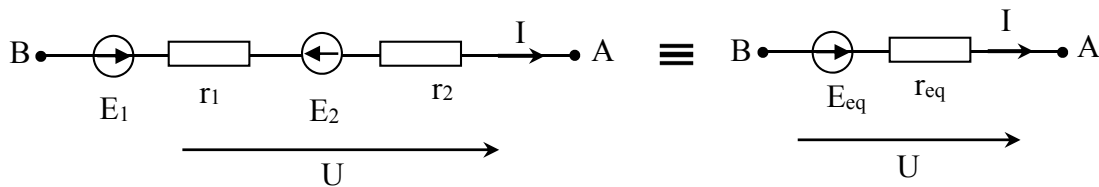
$$R_{Th} = R_N \quad \text{et} \quad I_N = \frac{E_{Th}}{R_{Th}}$$

2.5.6. Association des générateurs de tension en série

Le dipôle équivalent à l'association en série de n générateurs de tension de résistances internes r_k et de force électromotrice E_k est un générateur de tension unique, dont :

- la résistance équivalente est
$$r_{eq} = \sum_{k=1}^n r_k ;$$
- la force électromotrice équivalente est
$$E_{eq} = \sum_{k=1}^n E_k .$$

Exemple :



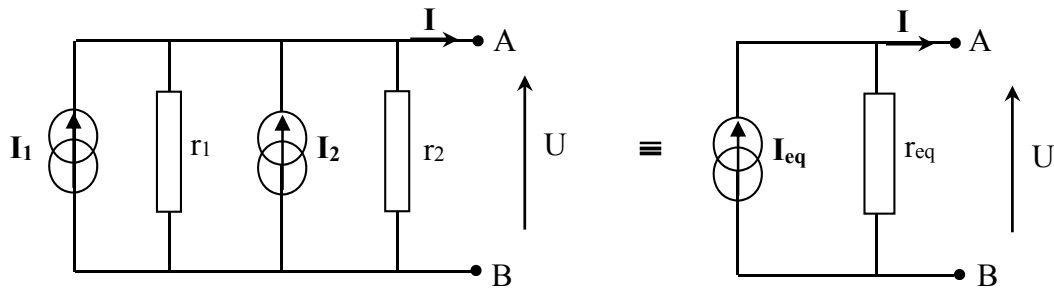
$$\Rightarrow \begin{aligned} E_{eq} &= E_1 - E_2 \\ r_{eq} &= r_1 + r_2 \end{aligned}$$

2.5.7. Association des générateurs de courant en parallèle

Le dipôle équivalent à l'association en parallèle de n générateurs de courant de résistances internes r_k et de courant I_k est un générateur de courant unique, dont :

- la conductance équivalente est :
$$G_{eq} = \sum_{k=1}^n G_k ;$$
- le courant équivalent est égal à :
$$I_{eq} = \sum_{k=1}^n I_k .$$

Exemple :

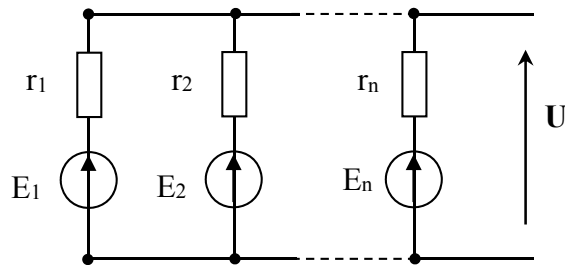


$$I_{eq} = I_1 + I_2$$

$$\Rightarrow G_{eq} = \frac{1}{r_{eq}} = G_1 + G_2$$

2.5.8. Théorèmes de Millman

- Le théorème de Millman, dit aussi « **théorème des nœuds** », permet de déterminer le potentiel d'un nœud où aboutissent des branches composées d'un générateur de tension réel.



- La démonstration de ce théorème consiste à transformer chaque branche en générateur de courant :

$$I_i = \frac{E_i}{r_i} = G_i E_i$$

Le courant résultant ($I = \sum_i I_i$) circule dans la résistance équivalente à l'ensemble des résistances en

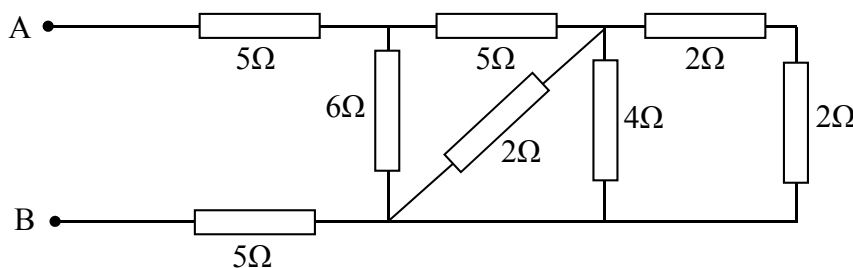
parallèle ($G = \sum_i G_i$). La tension U s'écrit donc :

$$U = \frac{I}{G} = \frac{\sum_{i=1}^n G_i E_i}{\sum_{i=1}^n G_i}$$

Exercices du chapitre 1

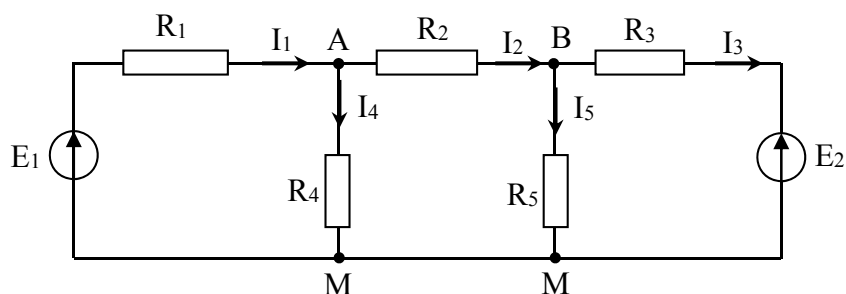
Exercice 1

Calculer la résistance équivalente vue des points A et B pour le réseau suivant :



Exercice 2

Soit le montage suivant :

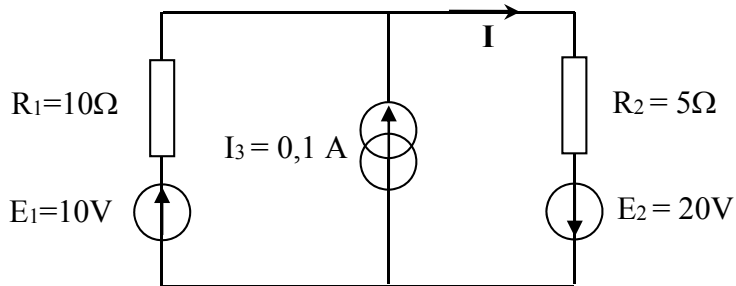


Déterminer les intensités I_1 , I_2 , I_3 , I_4 et I_5 dans chaque branche du réseau.

Application numérique : $R_1=R_2=R_3= 1\Omega$, $R_4=R_5= 2\Omega$, $E_1= 1V$ et $E_2= 2V$

Exercice 3

Dans le montage représenté sur la figure ci-contre, déterminer le courant I circulant dans la résistance R_2 en appliquant le principe de superposition.



Exercice 4

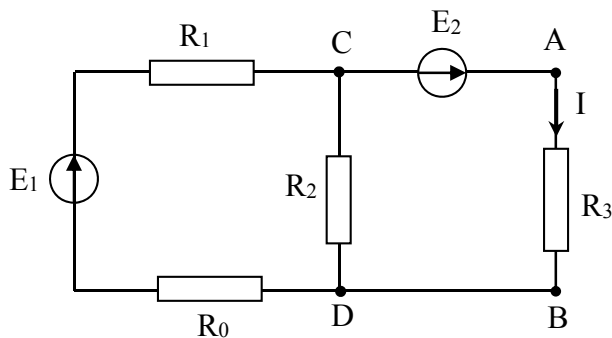
Déterminer l'intensité du courant I circulant à travers la résistance R_3 , en utilisant :

1. les lois de Kirchhoff
2. le théorème de Thévenin

Application numérique :

$E_1=20\text{ V}$; $E_2= 10\text{ V}$;

$R_0= R_1= R_3= 10\ \Omega$; $R_2= 20\ \Omega$.



Chapitre 2

Réseaux électriques en régime transitoire

En pratique, entre l'instant où aucun courant ne circule et celui où, expérimentalement, on constate que le régime est continu, il existe une période où les courants et tensions évoluent avec le temps pour atteindre leur valeur définitive ; ce régime temporaire est appelé : « régime transitoire ».

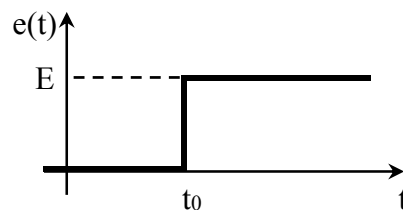
1. Echelon de tension

Soit une source de tension de force électromotrice (f.é.m.) $e(t)$ définie par :

$$e(t) = \begin{cases} 0 & \text{pour } t < t_0 \\ E & \text{pour } t > t_0 \end{cases}$$

avec : E constant

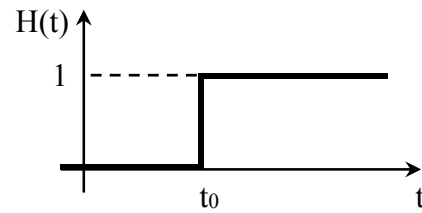
On dit qu'une telle source délivre un *échelon de tension* ; le graphe de cette f.é.m. est représenté sur la figure suivante :



La méthode la plus simple pour réaliser une telle source consiste à prendre une source de tension E continue et un interrupteur en série, que l'on ferme à $t = t_0$.

Fonction « échelon » ou de Heaviside, désignée par $H(t)$, elle est définie par :

$$H(t) = \begin{cases} 0 & \forall t < t_0 \\ 1 & \forall t > t_0 \end{cases}$$



Elle permet de représenter les fonctions discontinues et constantes par morceaux. Ainsi l'échelon de tension défini au début de ce paragraphe s'écrit :

$$e(t) = E H(t)$$

2. Dipôles de base des circuits

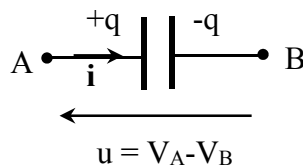
La relation tension-courant d'un dipôle passif ou actif à un instant donné est une relation instantanée.

Dipôle	Symbole	Relation tension-courant
Résistance		$u(t) = R i(t)$
Inductance (Self)		$u(t) = L \frac{di}{dt} \quad ; \quad i(t) = \frac{1}{L} \int u dt$
Condensateur		$i(t) = C \frac{du}{dt} \quad ; \quad u(t) = \frac{1}{C} \int i dt$
Générateur		$u(t) = e(t) - r i(t)$

3. Etude d'un circuit RC

3.1. Notions de base sur les condensateurs

Un condensateur est constitué de deux surfaces conductrices séparées par un isolant (diélectrique) qui peut être de l'air sec, de l'alumine ... Les charges situées sur ces deux surfaces sont égales en valeurs absolue et de signes opposées.



Symbole :

La charge q est reliée à la différence de potentiel u_{AB} par la relation : $q = u_{AB} \times C$

C : est la capacité du condensateur, elle s'exprime en Farad (F).

En utilisant la convention récepteur (i et u sont de sens opposés), on obtient la relation :

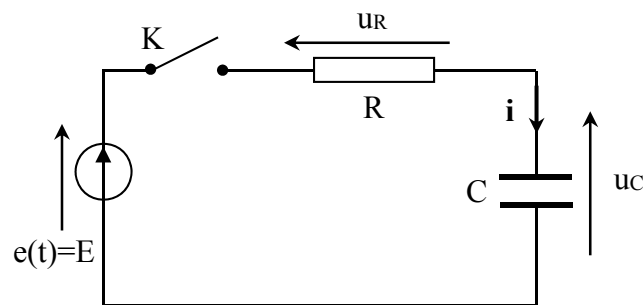
$$i(t) = C \frac{du}{dt} = \frac{dq(t)}{dt}$$


A noter, si i et u sont de même sens, alors :

$$i(t) = -C \frac{du}{dt}$$

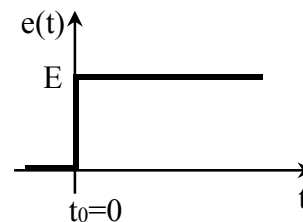
3.2. Réponse d'un circuit (d'un dipôle) RC à un échelon de tension

Un dipôle RC est l'association en série d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance R . Le montage suivant permet d'étudier la réponse d'un circuit RC à un échelon de tension. Le condensateur est initialement déchargé.



A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K (le condensateur est initialement déchargé). Le condensateur va se charger progressivement jusqu'à ce que s'établisse à ses bornes une tension opposée à la f.é.m E .

$$\begin{cases} t < 0 : & e(t) = 0 \Rightarrow u_c(t) = 0 \\ t > 0 : & e(t) = E = R i + u_c \end{cases}$$



Pour $t > 0$, la loi des mailles s'écrit :

$$E = u_R + u_C = R i + u_C = R C \frac{du_C}{dt} + u_C$$

Soit :

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{RC} = \frac{E}{RC}$$

Pour déterminer $u_c(t)$ lorsque $t > 0$, il nous faut résoudre cette équation différentielle qui est une équation différentielle linéaire du premier ordre, à coefficients constants, avec second membre. Sa solution générale est égale à la somme de la solution générale de l'équation sans second membre (dite équation homogène) et d'une solution particulière de l'équation avec second membre.

Résolution de l'équation sans second membre :

$$\frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{RC} = 0 \Leftrightarrow \frac{du_c}{u_c} = -\frac{1}{RC} dt$$

Si deux expressions sont égales, leurs primitives sont égales à un constant près :

$$\Leftrightarrow \ln u_c = -\frac{1}{RC}t + \text{const}$$

$$\Leftrightarrow e^{[\ln u_c]} = e^{\left[-\frac{1}{RC}t + \text{const}\right]}$$

$$\Leftrightarrow u_c(t) = e^{-\frac{1}{RC}t} \times e^{\text{const}}$$

$$\Leftrightarrow u_c(t) = A e^{-\frac{1}{RC}t}$$

avec A : constante à définir ultérieurement.

Solution particulière : obtenue lorsque $t \rightarrow \infty$, donc en régime permanent.

Lorsque $t \rightarrow \infty$, tous les courants et les tensions sont constants car le générateur est constant :

$$u_c = \text{const} \Rightarrow i = 0 \Leftrightarrow u_c(t) = E$$

Solution générale :

La solution générale est égale à la somme de la solution de l'équation sans second membre et de la solution particulière :

$$u_c(t) = A e^{-\frac{t}{\tau}} + E$$

tel que : $\tau = RC$ constante de temps du circuit, ou temps de relaxation.

Détermination de la constante A par les conditions initiales :

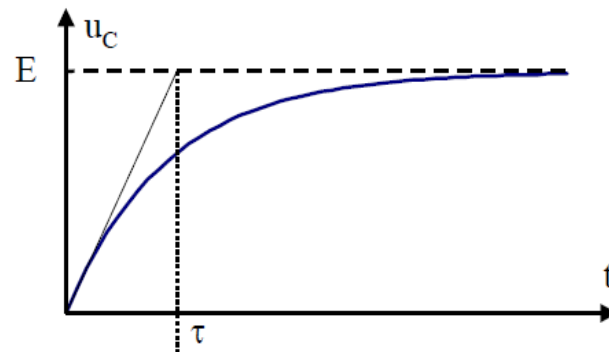
La tension aux bornes du condensateur ne peut pas présenter de discontinuités :

$$u_c(t = 0^-) = u_c(t = 0^+) = 0, \quad \text{donc : } A = -E$$

enfin :

$$u_c(t) = E \left(1 - e^{-t/\tau} \right)$$

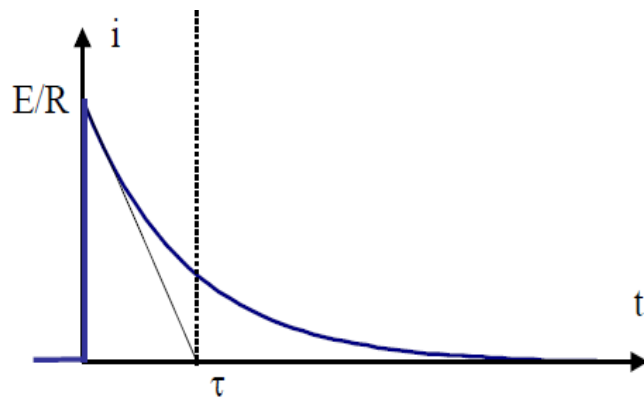
La courbe $u_c = f(t)$ est représentée comme suit :



La charge du condensateur n'est pas instantanée, c'est un phénomène transitoire.

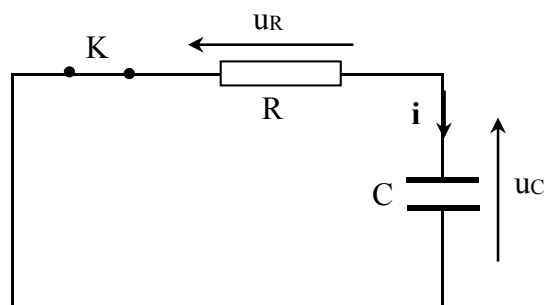
L'expression de $i(t)$:

$$i(t) = C \frac{du_c}{dt} \Rightarrow i(t) = \frac{E}{R} e^{-\frac{t}{\tau}}$$



3.2.1. Décharge d'un condensateur dans une résistance

Initialement le condensateur porte la charge Q_0 . A l'instant $t = 0$ on ferme l'interrupteur K. Le condensateur se décharge alors à travers la résistance R jusqu'à annulation de sa charge. Le courant devient alors nul.



$$\text{à } t = 0: u_c = u_{c0} = E = Q_0/C$$

loi des mailles :

$$u_c + u_R = 0 \Rightarrow u_c + Ri = 0$$

$$\Rightarrow \frac{du_c}{dt} + \frac{u_c}{RC} = 0$$

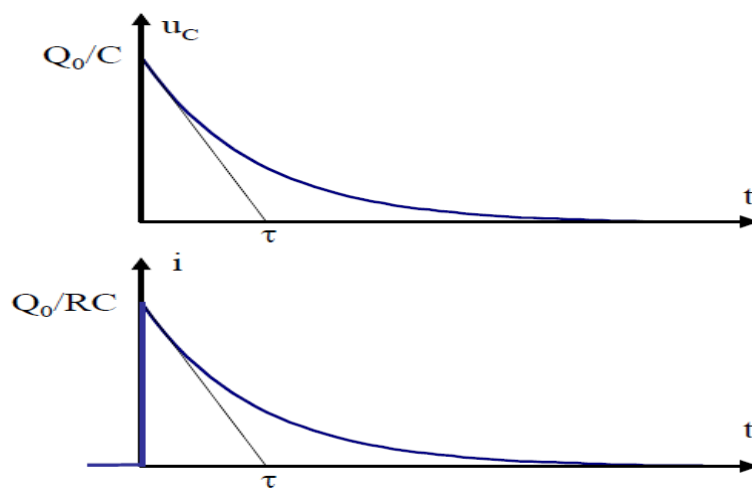
L'homogénéité de cette équation montre que RC a la dimension d'un temps. Posons $\tau = RC$.

τ est appelé constante de temps du circuit RC .

L'équation s'écrit :
$$\frac{du_C}{dt} + \frac{u_C}{\tau} = 0$$

On obtient une équation différentielle du premier ordre à coefficients constants, sans second membre, dont la solution finale est :

$$u_C(t) = \frac{Q_0}{C} e^{-t/\tau} \quad \text{et} \quad i(t) = \frac{Q_0}{RC} e^{-t/\tau}$$



3.2.2. Energie électrostatique

Un condensateur emmagasine de l'énergie lors de la charge, il restitue cette énergie emmagasinée lors de la décharge. L'énergie emmagasinée par le condensateur pour $t \rightarrow \infty$ (c'est-à-dire en fin de charge du condensateur) a pour expression :

$$\varepsilon_C = \int P(t) dt = \int u(t) \cdot i(t) \cdot dt = \frac{Q_0^2}{C^2 R} \int_0^\infty \exp(-2t/\tau) dt = \frac{E^2}{R} \int_0^\infty \exp(-2t/\tau) dt = \frac{E^2}{R} \left[\frac{\exp(-2t/\tau)}{-2/\tau} \right]_0^\infty$$

$$\varepsilon_C = \frac{1}{2} CE^2 = \frac{Q_0^2}{2C}$$

4. Etudes des circuits du deuxième ordre

4.1. Equations différentielles d'un circuit

Les équations différentielles linéaires rencontrées dans l'étude des régimes transitoires possèdent la forme suivante :

$$a \frac{d^2 f}{dt^2} + b \frac{df}{dt} + cf(t) = g(t)$$

En règle générale, les paramètres a, b, c sont des nombres réels positifs. La solution d'une telle équation est :

$$f(t) = f_1(t) + f_2(t)$$

→ où $f_1(t)$ représente la solution de l'équation sans second membre :

$$a \frac{d^2 f}{dt^2} + b \frac{df}{dt} + cf(t) = 0$$

On recherche $f_1(t)$ en calculant les racines de l'équation caractéristique de l'équation différentielle sans second membre :

$$ar^2 + br + c = 0$$

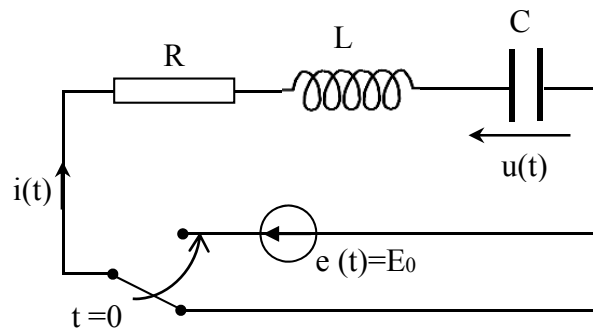
→ $f_2(t)$ est la solution particulière de l'équation différentielle avec second membre.

$f_1(t)$ est la composante de $f(t)$ qui correspond au régime **propre** (ou **libre**) du circuit. $f_2(t)$ correspond au régime dit **forcé**.

4.2. Réponse d'un circuit RLC à un échelon de tension

A titre d'exemple étudions la charge d'un condensateur dans un circuit RLC. Considérons le montage suivant, supposé initialement au repos :

A l'instant $t = 0$, nous basculons l'interrupteur.



L'équation de maille :

$$e(t) = Ri(t) + L \frac{di(t)}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt \quad (*)$$

Puisque nous cherchons $u(t)$, exprimons $i(t)$ en fonction de $u(t)$:

$$i(t) = C \frac{du}{dt}$$

L'équation différentielle (*) devient alors :

$$LC \frac{d^2 u}{dt^2} + RC \frac{du}{dt} + u(t) = e(t) = E_0$$

Cette équation est de la forme :

$$\boxed{\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 u}{dt^2} + \frac{2\lambda}{\omega_0} \frac{du}{dt} + u(t) = E_0}$$

Avec $\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$ et $\lambda = \frac{R}{2} \sqrt{\frac{C}{L}}$

La solution générale de cette équation différentielle peut être calculée comme suit :

→ On écrit l'équation caractéristique de l'équation différentielle sans second membre :

$$ar^2 + br + c = 0 \quad \Rightarrow \quad LC r^2 + RC r + 1 = 0$$

Le discriminant de cette équation est : $\Delta = b^2 - 4ac = (RC)^2 - 4LC$

⇒ si $\Delta > 0$ ($\lambda > 1$), le **régime sera amorti (apériodique)**. Alors l'équation caractéristique à deux racines réelles et l'expression de $u(t)$ est :

$$u(t) = E_0 + A e^{r_1 t} + B e^{r_2 t}$$

Avec :
$$\begin{cases} r_1 = \omega_0 \left(-\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1} \right) \\ r_2 = \omega_0 \left(-\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 1} \right) \end{cases}$$

Les constantes A et B se déterminent à l'aide des conditions initiales : à $t=0$, on a $u(0^-) = 0$ et $i(0) = 0$.

D'où l'expression de la tension $u(t)$:

$$\boxed{u(t) = E_0 + E_0 \left(\frac{-\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 1}}{2\sqrt{\lambda^2 - 1}} \right) e^{\left[\omega_0 (-\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}) \right] t} - E_0 \left(\frac{-\lambda + \sqrt{\lambda^2 - 1}}{2\sqrt{\lambda^2 - 1}} \right) e^{\left[\omega_0 (-\lambda - \sqrt{\lambda^2 - 1}) \right] t}}$$

⇒ si $\Delta < 0$ ($\lambda < 1$), le circuit fonctionne en **régime oscillatoire amorti (pseudo-périodique)** qui correspond à une allure sinusoïdale modulée par un terme exponentiel d'amortissement.

L'expression de la solution générale est :

$$u(t) = E_0 + e^{-\lambda \omega_0 t} \left(A \cos \omega_0 \sqrt{1 - \lambda^2} t + B \sin \omega_0 \sqrt{1 - \lambda^2} t \right)$$

Avec :
$$\begin{cases} r_1 = \omega_0 \left(-\lambda + j\sqrt{1 - \lambda^2} \right) \\ r_2 = \omega_0 \left(-\lambda - j\sqrt{1 - \lambda^2} \right) \end{cases}$$

Les constantes A et B se déterminent à l'aide des conditions initiales : à $t=0$, on a $u(0^-)=0$ et $i(0)=0$. D'où l'expression de la tension :

$$u(t) = E_0 - E_0 e^{-\lambda \omega_0 t} \left(\cos \omega_0 \sqrt{1 - \lambda^2} t + \frac{\lambda}{\sqrt{1 - \lambda^2}} \sin \omega_0 \sqrt{1 - \lambda^2} t \right)$$

\Rightarrow si $\Delta = 0$ ($\lambda = 1$), le circuit fonctionne en **régime critique** qui est le cas limite entre les régimes apériodique et oscillatoire :

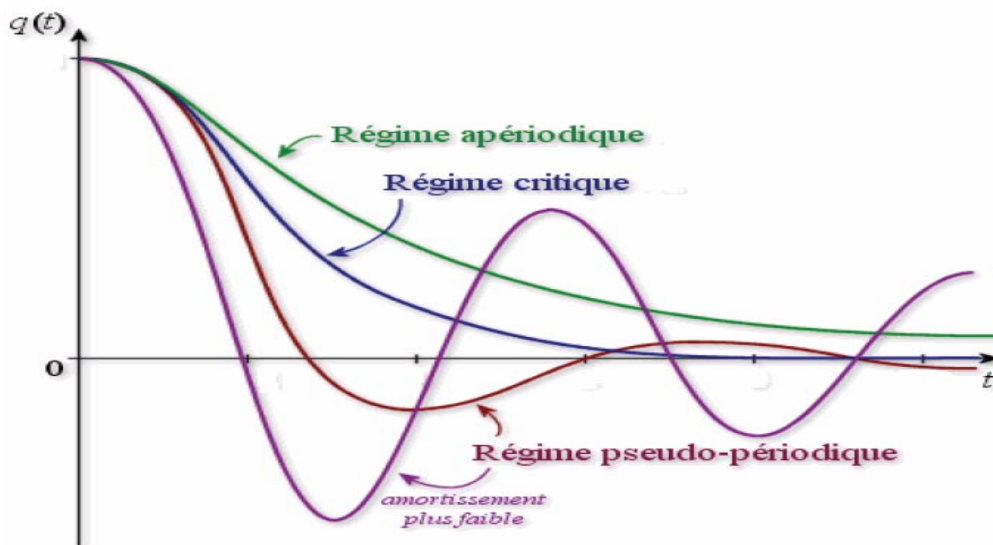
$$u(t) = E_0 + (At + B)e^{-\omega_0 t}$$

Les constantes A et B se déterminent grâce aux conditions initiales $u(0^-)=0$ et $i(0)=0$.

Donc :

$$u(t) = E_0 - E_0 (\omega_0 t + 1) e^{-\omega_0 t}$$

La courbe ci-contre donne l'évolution de la tension $u(t)$ pour les différents régimes :



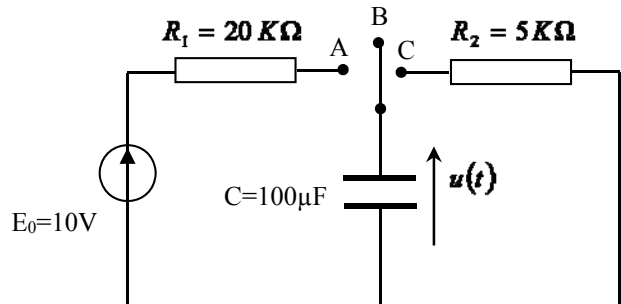
Exercices du chapitre 2

Exercice 1

Dans le circuit représenté sur la figure suivante, le commutateur se trouve initialement dans la position B et le condensateur est déchargé.

A l'instant $t = 0$, on bascule le commutateur dans la position A. Au bout de 10s, on le bascule sur la position C.

- Tracer l'évolution de la tension $u(t)$.

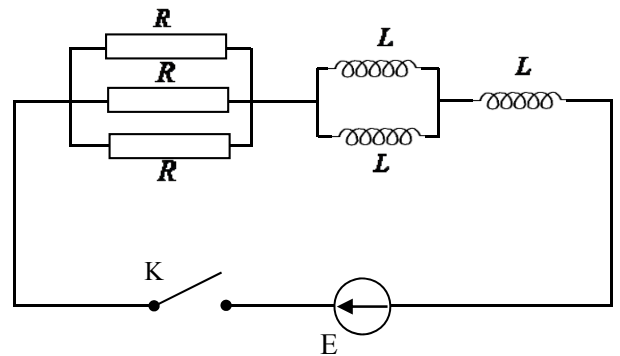


Exercice 2

A $t = 0$ on ferme l'interrupteur :

- Donner la loi de variation avec le temps de l'intensité du courant qui traverse le générateur.

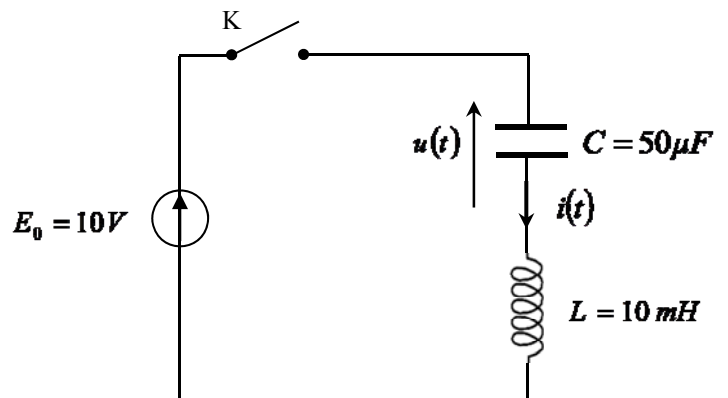
On donne : $R = 6000 \Omega$, $L = 30 mH$, $E = 6V$.



Exercice 3

Dans le circuit de la figure ci-contre, on ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$.

Déterminer les variations de $u(t)$. Le condensateur est initialement déchargé.



Chapitre 3

Réseaux électriques en régime sinusoïdal

Si l'on impose à un réseau une tension (ou un courant) sinusoïdale, on voit apparaître, en plus du régime transitoire, une réponse sinusoïdale de même fréquence que la tension (ou le courant) appliquée. Quand le régime transitoire a disparu, cette réponse sinusoïdale subsiste : c'est le régime sinusoïdal permanent. Dans cette partie, nous étudions des circuits linéaires dans lesquels les signaux imposés par les générateurs sont sinusoïdaux.

1. Grandeurs sinusoïdales

Un signal est dit sinusoïdal s'il est de la forme :

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi) = X\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$$

x_m : amplitude du signal.

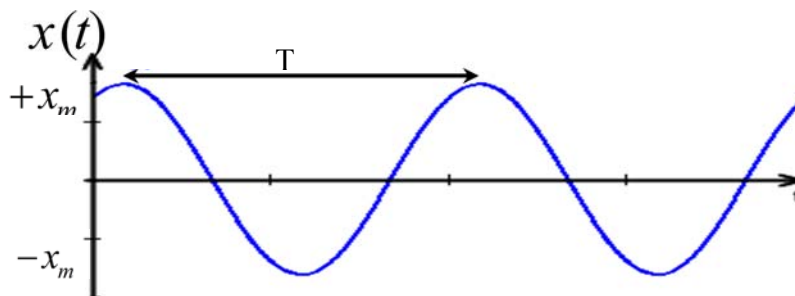
ω : pulsation du signal périodique et s'exprime en (rad/s).

$T = \frac{2\pi}{\omega}$: période du signal ; $f = \frac{1}{T} = \frac{\omega}{2\pi}$: fréquence du signal.

$\omega t + \varphi$: est la phase du signal et s'exprime en radians (rad),

φ : phase initiale du signal (à $t = 0$).

X : valeur efficace définie par : $X^2 = \frac{1}{T} \int_0^T x^2(t) dt$; on obtient : $X = \frac{x_m}{\sqrt{2}}$.



2. Représentations des grandeurs sinusoïdales

2.1. Représentation vectorielle (Méthode de Fresnel)

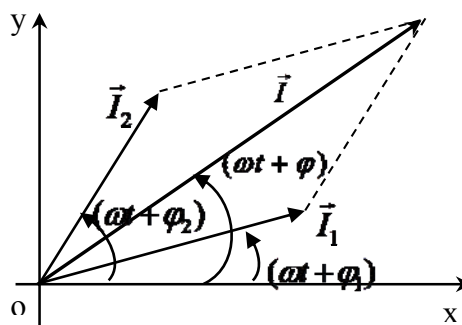
Cette méthode permet d'additionner des grandeurs instantanées sinusoïdales de même fréquence, mais d'amplitudes et de phases différentes.

- Considérons deux courants sinusoïdaux :

$$i_1(t) = I_{m1} \cos(\omega t + \varphi_1) \quad \text{et} \quad i_2(t) = I_{m2} \cos(\omega t + \varphi_2)$$

La somme des deux courant est : $i(t) = i_1(t) + i_2(t)$.

- Pour trouver $i(t)$, on peut procéder graphiquement :



- On considère un vecteur noté \vec{I}_1 , de norme I_{m1} , tournant dans le plan \mathbf{xOy} à une vitesse angulaire ω , et dont l'angle avec l'axe \mathbf{Ox} à un instant t est égale à $\omega t + \varphi_1$. On définit de même un vecteur \vec{I}_2 .
- Les projections sur Ox des vecteurs \vec{I}_1 et \vec{I}_2 sont égales respectivement aux courant i_1 et i_2 .

La somme des deux courant $i(t)$ est la projection du vecteur somme :

$$i(t) = I_m \cos(\omega t + \varphi) \quad \text{et} \quad \vec{I} = \vec{I}_1 + \vec{I}_2 ; \quad \text{tel que} \quad \|\vec{I}\| = I_m$$

2.2. Représentation complexe

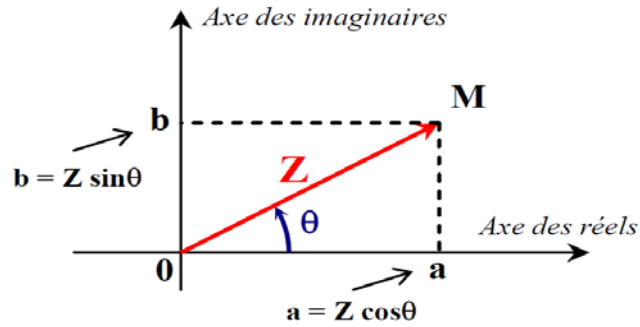
2.2.1. Rappels mathématiques

- Un nombre complexe peut se mettre sous la forme : $Z = a + jb$

On appelle : $a = \Re(Z)$ la partie réelle

et $b = \Im(Z)$ la partie imaginaire

- On peut lui associer un vecteur \vec{OM} dans le plan complexe : $Z = r \cos \theta + j r \sin \theta$



$$r = |Z| = \sqrt{a^2 + b^2} \quad : \text{module du nombre complexe}$$

$$\theta = \arg(Z) = \arctan \frac{b}{a} \quad : \text{argument (angle) du nombre complexe}$$

- On peut aussi l'écrire sous la forme exponentielle : $Z = r e^{j\theta}$
 - ou sous la forme polaire : $Z = [r ; \theta] = r \angle \theta$
- cas particulier : $j = e^{j\frac{\pi}{2}}$

2.2.2. Application aux signaux sinusoïdaux

On associe à un signal sinusoïdal $x(t)$ une grandeur complexe temporelle \underline{X} :

$$x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi) = \Re(\underline{X} e^{j\omega t}) ; \quad \underline{X} = x_m e^{j\varphi} = X \sqrt{2} e^{j\varphi} = X \angle \varphi$$

$$x(t) \Leftrightarrow \underline{X}$$

x_m : module de la grandeur complexe ($|\underline{X}|$) ;

φ : argument de la grandeur complexe ($\arg \underline{X}$) ;

$X = \frac{x_m}{\sqrt{2}}$: valeur efficace.

Remarque : On notera $x(t)$ la valeur instantanée, X la valeur efficace et \underline{X} la valeur complexe.

2.2.3. Dérivée et intégration

Soit la fonction $x(t) = x_m \cos(\omega t + \varphi)$, la dérivée s'écrit :

$$\frac{dx}{dt} = -x_m \omega \sin(\omega t + \varphi) = x_m \omega \cos\left(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2}\right)$$

On lui associe l'amplitude complexe : $\omega x_m e^{j(\omega t + \varphi + \frac{\pi}{2})} = j\omega x_m e^{j(\omega t + \varphi)} = j\omega \underline{X} e^{j\omega t}$

donc : $\frac{dx}{dt} \Leftrightarrow j\omega \underline{X}$

De même on démontre que intégrer revient à diviser par $j\omega$:

$$\int x dt \Leftrightarrow \frac{1}{j\omega} \underline{X}$$

3. Modèle complexe d'un circuit en régime sinusoïdal

Dans un circuit en régime sinusoïdal, on peut écrire :

$$e(t) = E_0 \cos \omega t = \Re(\underline{E} e^{j\omega t}) ; \underline{E} = E_0$$

la source de tension $e(t)$ est remplacée par sa forme complexe notée \underline{E} :

$$e(t) \Leftrightarrow \underline{E} = E_0$$

Dans le modèle complexe, tout dipôle linéaire possède une **impédance complexe** : $\underline{Z} = R + jX$

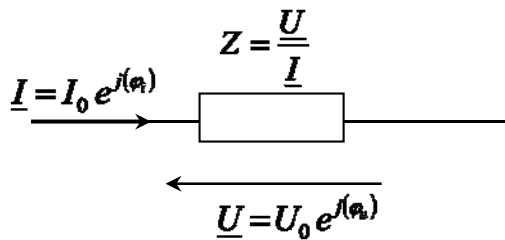
où R : représente la résistance du dipôle

X : la réactance

3.1. Impédances complexes des dipôles élémentaires

L'impédance complexe Z est défini pour un dipôle linéaire comme étant égale au rapport de la valeur

complexe de la tension \underline{U} sur la valeur complexe du courant \underline{I} : $\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}}$



3.1.1. Impédance d'une résistance

nous avons : $u(t) = R i(t)$

En passant aux amplitudes complexes, nous obtenons alors : $\underline{U} = R \underline{I}$

Dans le cas d'une résistance, l'impédance complexe est égale à R : $\underline{Z}_R = R$

3.1.2. Impédance d'une bobine idéale

La relation entre courant et tension aux bornes d'une bobine d'inductance L est : $u(t) = L \frac{di(t)}{dt}$

Cette relation temporelle se traduit en termes d'amplitudes complexes par : $\underline{U} = jL\omega \underline{I}$

La définition de l'impédance complexe d'un dipôle linéaire nous permet alors de poser : $\underline{Z}_L = jL\omega$

3.1.3. Impédance d'un condensateur

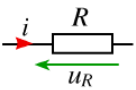
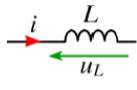
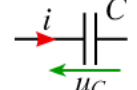
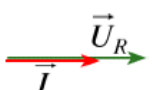
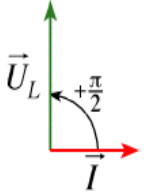
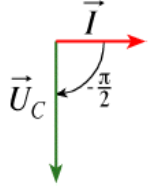
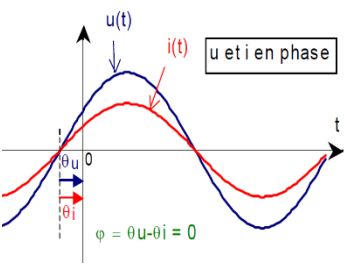
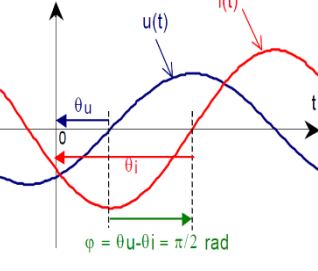
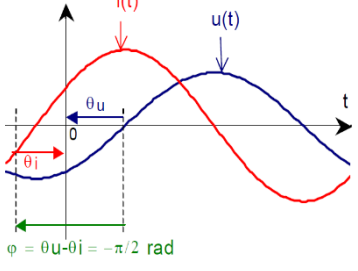
La relation entre courant et tension aux bornes d'un condensateur idéal de capacité C est :

$$u(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt . \text{ Nous déduisons : } \underline{U} = \frac{1}{jC\omega} \underline{I} .$$

L'expression de l'impédance du condensateur s'écrit : $Z_C = \frac{1}{jC\omega}$

3.2. Lois en régime sinusoïdal

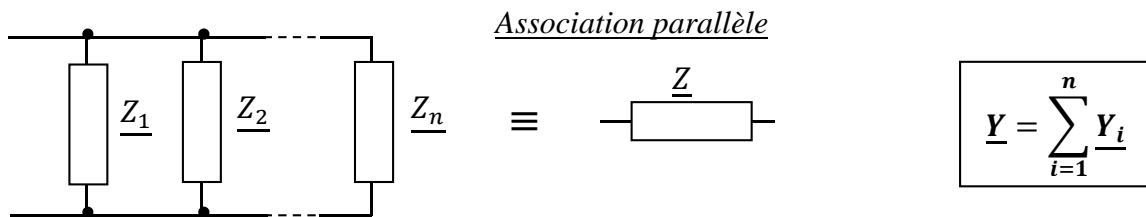
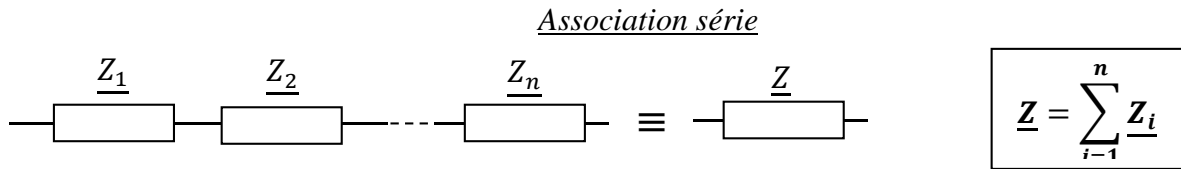
Toutes les lois vues en régime continu sont applicables aux régimes sinusoïdaux à condition de les appliquer aux valeurs instantanées ou aux valeurs complexes.

	Résistance R	Inductance L	Capacité C
Schéma			
Equation fondamentale	$u_R(t) = R i(t)$	$u_L(t) = L \frac{di(t)}{dt}$	$u_C(t) = \frac{1}{C} \int i(t) dt$
Equation complexe	$\underline{U}_R = R \underline{I}$	$\underline{U}_L = jL\omega \underline{I}$	$\underline{U}_C = \frac{1}{jC\omega} \underline{I}$
Impédance Z (Ω)	$Z_R = R$	$Z_L = jL\omega$	$Z_C = \frac{-j}{C\omega}$
Admittance Y (S)	$Y_R = \frac{1}{R}$	$Y_L = -\frac{j}{L\omega}$	$Y_C = jC\omega$
Déphasage $\varphi(\text{rad}) = \Delta\varphi = \varphi_u - \varphi_i$	$\varphi_R = 0$	$\varphi_L = \frac{\pi}{2}$	$\varphi_C = -\frac{\pi}{2}$
Représentation de Fresnel	 Le courant est en phase avec la tension	 Le courant est en retard de $\pi/2$ sur la tension	 Le courant est en avance de $\pi/2$ sur la tension
Relations de phase	 $\varphi = \theta_u - \theta_i = 0$	 $\varphi = \theta_u - \theta_i = \pi/2 \text{ rad}$	 $\varphi = \theta_u - \theta_i = -\pi/2 \text{ rad}$

3.3. Groupement de dipôles passifs

Soit un groupement de dipôles passifs, d'impédance complexe \underline{Z}_i et d'admittance complexe $\underline{Y}_i = \frac{1}{\underline{Z}_i}$

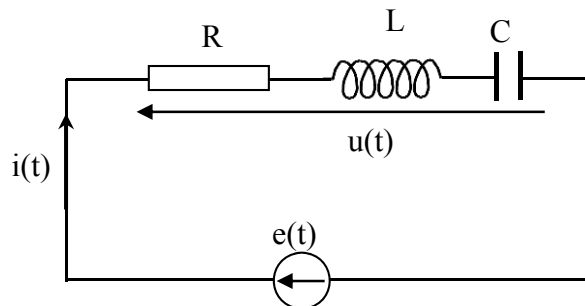
l'impédance équivalente est :



Ce qui était vrai pour l'association des résistances reste applicable à l'association des impédances.

3.4. Etude d'un circuit RLC série

On associe en série un générateur sinusoïdal délivrant une tension $e(t)$, un conducteur ohmique de résistance R , une bobine parfaite d'inductance L et un condensateur de capacité C .



Avec $e(t) = E\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$

$$i(t) = I\sqrt{2} \cos \omega t$$

$$u_R = Ri \quad ; \quad u_L = L \frac{di}{dt} \quad ; \quad u_C = \frac{1}{C} \int i dt$$

Loi des mailles : $u(t) = u_R + u_L + u_C = e(t)$

on obtient l'équation : $e = Ri + L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i dt$

On remplace $i(t)$ et $e(t)$ par leur notation complexe :

$$\underline{E} = R\underline{I} + jL\omega\underline{I} + \frac{\underline{I}}{jC\omega} = \left(R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right) \right) \underline{I} \quad \text{donc on a : } \underline{E} = \underline{Z} \underline{I}$$

On retrouve l'impédance : $\underline{Z} = R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)$ et son module : $Z = \sqrt{R^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)^2}$

Et l'argument : $\varphi = \arctan \frac{\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}{R}$

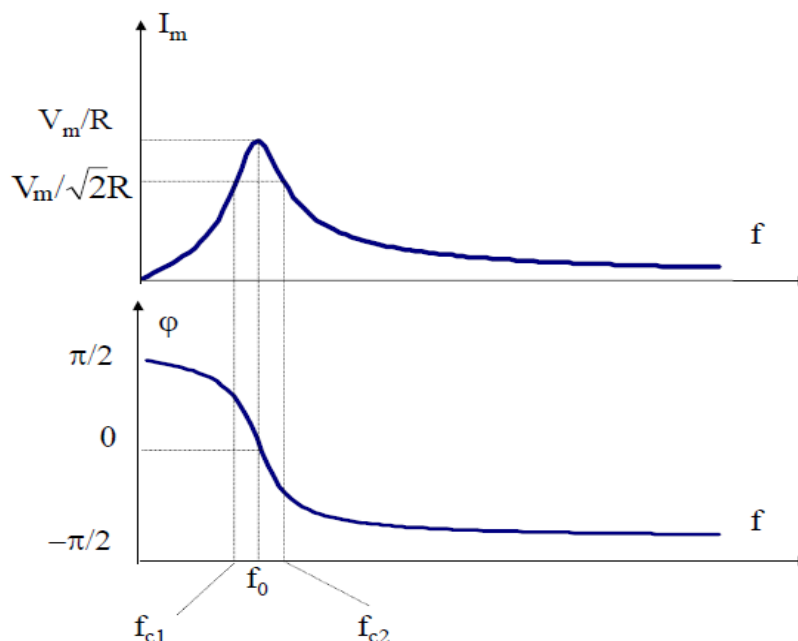
Résonance en intensité

Dans un circuit RLC série lorsque le générateur impose une pulsation $\omega = \omega_0$ (la pulsation propre) le circuit entre en résonance d'intensité, l'intensité du courant est alors maximale :

$$\underline{I} = \frac{\underline{E}}{\underline{Z}} = \frac{\underline{E}}{R + j\left(L\omega - \frac{1}{C\omega} \right)}$$

\underline{I} est maximal, lorsque le dénominateur est minimal : $L\omega - \frac{1}{C\omega} = 0$. Donc on aura :

- Pulsation propre ω_0 : $LC\omega_0^2 = 1 \quad ; \quad \omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
- Fréquence propre f_0 : $f_0 = \frac{\omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$
- L'impédance du circuit est minimale et réelle : $Z = R$
- Le déphasage est nul : $\varphi = 0$



- Bande passante : $\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1$; ω_1 et ω_2 sont valeurs de ω pour lesquelles $I = \frac{I_m}{\sqrt{2}}$

La largeur de cette bande passante vaut :
$$\Delta\omega = \omega_2 - \omega_1 = \frac{\omega_0}{Q}$$

- on exprime l'acuité à la résonance à l'aide du facteur de qualité du circuit Q :

$$Q = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$$

plus le facteur de qualité est grand et plus la résonance est aigue.

3.5. Puissance

3.5.1. Puissance instantanée

Soit : $u(t) = U\sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi)$ la tension aux bornes d'un dipôle ;

$i(t) = I\sqrt{2} \cos \omega t$ l'intensité du courant qui la traverse.

La puissance reçue par ce dipôle est définie par : $p(t) = u(t) \times i(t)$

$$p(t) = 2U I \cos(\omega t) \cos(\omega t + \varphi) = UI \cos \varphi + UI \cos(2\omega t + \varphi)$$

On note que la puissance est une fonction périodique de période T/2 par rapport à $u(t)$ et $i(t)$.

3.5.2. Puissance moyenne

La puissance moyenne P est définie par :
$$P = \frac{1}{T} \int_0^T p(t) dt = UI \cos \varphi$$

La puissance est aussi appelée puissance active en régime sinusoïdal.

La bobine parfaite $\left(\varphi = \frac{\pi}{2}\right)$ et le condensateur $\left(\varphi = -\frac{\pi}{2}\right)$ ne consomment pas de puissance active donc pas d'énergie.

Exercices du chapitre 3

Exercice 1

Soit une tension sinusoïdale de valeur efficace $U=15\text{ V}$ et de période $T=1\text{ ms}$.

- 1- Calculer sa valeur maximale, sa fréquence et sa pulsation.
- 2- Exprimer la tension instantanée en fonction du temps. Cette tension vaut 10 V à l'instant initial.
- 3- Déterminer l'amplitude complexe de cette tension.

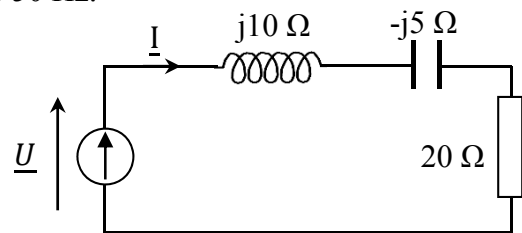
Exercice 2

Déterminer par la méthode complexe, la somme des trois tensions définies par leurs valeurs effectives et leurs phases initiales : $U_1 (55\text{ V}, 90^\circ)$; $U_2 (75\text{ V}, 45^\circ)$; $U_3 (100\text{ V}, 0^\circ)$.

Exercice 3

On considère le circuit représenté ci-dessous où \underline{U} est la représentation complexe d'une tension sinusoïdale de valeur efficace $U_{\text{eff}} = 100\text{V}$ et de fréquence 50 Hz .

Les composants de ce circuit sont directement caractérisés par la valeur de leur impédance complexe.



1. Calculer la valeur maximal I_m du courant \underline{I} ;
2. Calculer la phase du courant \underline{I} si on considère la tension \underline{U} à l'origine des phases. Ecrire alors l'expression temporelle du courant $i(t)$ et de la tension $u(t)$.

Exercice 4

Un **dipôle 1** est constitué par la mise en série d'un conducteur ohmique de résistance $R_1=100\Omega$ et d'une bobine parfaite d'inductance $L=0.5\text{H}$. Le **dipôle 2** est constitué par la mise en série d'un conducteur ohmique de résistance $R_2=150\Omega$ et d'un condensateur de capacité $C=15\mu\text{F}$.

I- On branche ces deux dipôles en série sous une tension effective de 24V et de fréquence 50Hz

- 1- Exprimer l'impédance de chaque dipôle sous la forme $\underline{z} = a + jb$.
- 2- Exprimer l'impédance \underline{Z} de l'association série des deux dipôles
- 3- Déterminer la valeur $i(t)$ puis la tension aux bornes de chaque dipôle

II- On branche ces deux dipôles en parallèle sous une tension effective de 24V et de fréquence 50Hz

- 1- Exprimer l'impédance \underline{Z} de l'association parallèle
- 2- Déterminer la valeur de l'intensité du courant traversant chaque dipôle ainsi que l'intensité du courant total.

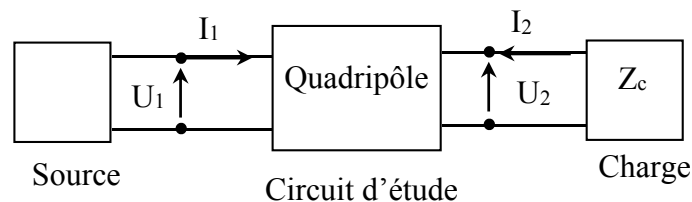
Chapitre 4

Quadripôles passifs - Filtres

Nous étudions dans ce chapitre la réponse d'un quadripôle à une tension sinusoïdale en fonction de la fréquence du signal.

1. Quadripôle

- Un quadripôle est un dispositif électrique délimité par quatre bornes de liaison (pôles) avec les circuits extérieurs.



- Les quadripôles électriques sont utilisés pour réaliser une fonction particulière : amplification, filtrage...
- Les échanges avec l'extérieur se font aux travers de deux pôles d'entrée et deux pôles de sortie.
- Les grandeurs I_1 et U_1 désignent les grandeurs d'entrée et I_2 et U_2 celles de sortie.
- Les quadripôles sont appelés actifs ou passifs selon s'ils contiennent ou non des sources d'énergie.

1.1. Matrices impédance et admittance d'un quadripôle

Les équations qui expriment les tensions d'entrée et de sortie d'un quadripôle en fonction des intensités et inversement, s'écrivent :

$$\begin{cases} U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases} \quad \text{et} \quad \begin{cases} I_1 = Y_{11} U_1 + Y_{12} U_2 \\ I_2 = Y_{21} U_1 + Y_{22} U_2 \end{cases}$$

ou, en écriture matricielle : $[U] = [Z] \times [I]$ soit :
$$\begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} \\ Z_{21} & Z_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

$$\text{et } [I] = [Y] \times [U] \text{ soit : } \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Y_{11} & Y_{12} \\ Y_{21} & Y_{22} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}$$

$[Z]$ et $[Y]$ sont les matrices impédance et admittance du quadripôle

■ **Eléments de matrice Z_{ij}** : ils se déduisent de mesures en circuit ouvert, effectuées sur le quadripôle :

- Sortie en circuit ouvert : $I_2 = 0$: $Z_{11} = \frac{U_1}{I_1}$ et $Z_{21} = \frac{U_2}{I_1}$
- Entrée en circuit ouvert : $I_1 = 0$: $Z_{22} = \frac{U_2}{I_2}$ et $Z_{12} = \frac{U_1}{I_2}$

Z_{11} et Z_{22} : sont respectivement *l'impédance d'entrée* et *l'impédance de sortie* du quadripôle ;

Z_{12} et Z_{21} sont des *impédances de transfert* en circuit ouvert.

■ **Eléments de matrice Y_{ij}** : ils se déduisent de mesures en court circuit, effectuées sur le quadripôle.

- Sortie en court-circuit : $U_2 = 0$: $Y_{11} = \frac{I_1}{U_1}$ et $Y_{21} = \frac{I_2}{U_1}$
- Entrée en court-circuit : $U_1 = 0$: $Y_{22} = \frac{I_2}{U_2}$ et $Y_{12} = \frac{I_1}{U_2}$

Y_{11} et Y_{22} : sont respectivement *l'admittance d'entrée* et *l'admittance de sortie* du quadripôle ;

Y_{12} et Y_{21} sont des *admittances de transfert* en court-circuit.

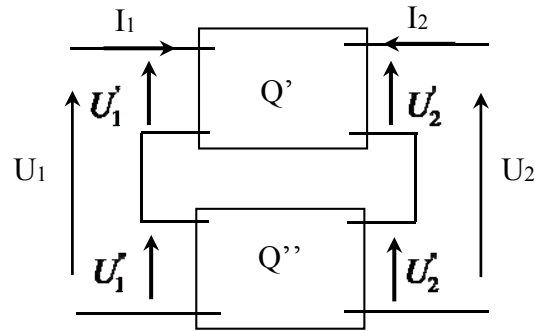
Remarques :

1. En application du théorème de réciprocité, on déduit que $Z_{12} = Z_{21}$. Les impédances de transfert d'un quadripôle sont égales.
2. De même, les admittances de transfert d'un quadripôle passifs sont égales : $Y_{12} = Y_{21}$.
3. Un quadripôle est dit symétrique si : $Z_{11} = Z_{22}$ ($Y_{11} = Y_{22}$).

1.2. Association de quadripôles

1.2.1. Groupement en série

- Deux quadripôles Q' et Q'' associés en série, sont montés selon la configuration de la figure suivante :

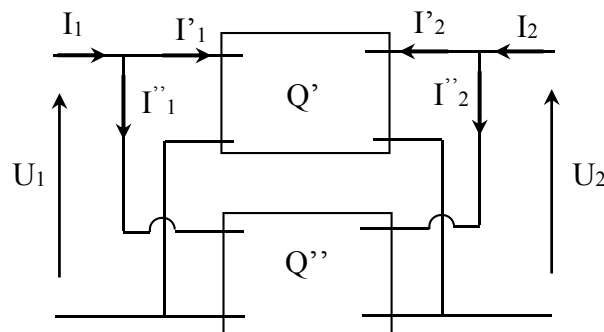


- On caractérise les quadripôles Q' et Q'' par leur matrices impédances [Z'] et [Z''] respectivement.
- L'association en série de Q' et Q'' constitue un quadripôle Q de matrice impédance [Z].
- La relation matricielle du quadripôle équivalent Q, s'écrira :

$$[U] = [Z] \times [I] \quad \text{avec} \quad [Z] = [Z'] + [Z''] \quad \text{et} \quad U = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}; \quad I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

1.2.2. Groupement en parallèle

- Deux quadripôles Q' et Q'' de matrices admittances [Y'] et [Y''], sont montés en parallèle selon le schéma la figure suivante :



- Cette association de Q' et Q'' est équivalente à un quadripôle Q, de matrice admittance [Y].
- La relation matricielle du quadripôle équivalent Q, s'écrira :

$$[I] = [Y] \times [U] \quad \text{avec} \quad [Y] = [Y'] + [Y''] \quad \text{et} \quad [U] = \begin{bmatrix} U_1 \\ U_2 \end{bmatrix}; \quad I = \begin{bmatrix} I_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$

1.2.3. Quadripôles en T et en π

Les quadripôles les plus simples sont disposés soit en T soit en π .

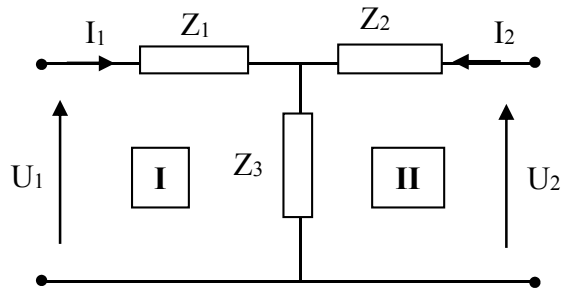
Montage T

On peut décomposer le circuit en 2 mailles :

$$U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2$$

avec : $Z_{11} = Z_1 + Z_3$; $Z_{12} = Z_{21} = Z_3$;
 $Z_{22} = Z_2 + Z_3$



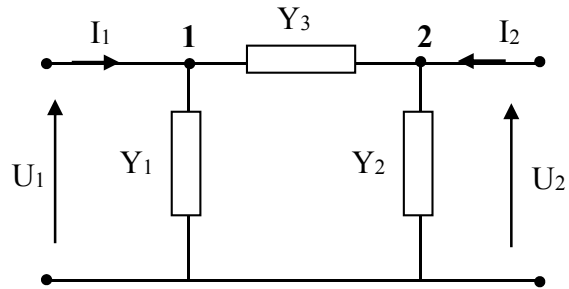
Montage en π

D'après la loi des nœuds, on peut écrire :

$$I_1 = Y_{11} U_1 + Y_{12} U_2$$

$$I_2 = Y_{21} U_1 + Y_{22} U_2$$

avec : $Y_{11} = Y_1 + Y_3$; $Y_{12} = Y_{21} = -Y_3$;
 $Y_{22} = Y_2 + Y_3$

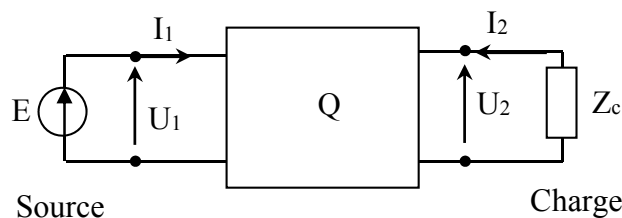


1.3. Quadripôles en charges

Un quadripôle est un ensemble d'éléments permettant de traiter des signaux ou de transférer de l'énergie fournie par un générateur pour la restituer à une charge extérieure. De ce fait, les quadripôles sont chargés par une impédance de charge.

1.3.1. Impédances d'entrée

- On suppose un quadripôle fermé en sortie sur une impédance Z_c , dite **impédance de charge** du quadripôle.



- La présence de Z_c introduit une relation supplémentaire dans les équations du quadripôle :

$$U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2$$

$$U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 = -Z_c I_2$$

ce qui donne : $I_2 = \frac{-Z_{21} I_1}{Z_{22} + Z_c}$

On déduit l'impédance d'entrée Z_e :

$$Z_e = \frac{U_1}{I_1} = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + Z_c}$$

1.3.2. Impédance caractéristique

On définit une impédance de charge particulière qui soit égale à l'impédance d'entrée du quadripôle. Il s'agit de l'impédance caractéristique : $Z_e = Z_c = Z_0$.

Nous avons alors :

$$Z_e = Z_c = Z_{11} - \frac{Z_{12}^2}{Z_{22} + Z_c}$$

Dans un quadripôle symétrique, l'impédance caractéristique aura l'expression suivante :

$$Z_0^2 = Z_c^2 = Z_{11}Z_{22} - Z_{12}Z_{21}$$

Ce qui donne

$$Z_0 = \sqrt{Z_{11}^2 - Z_{12}^2}$$

[Un quadripôle est dit **symétrique** s'il présente le même aspect vu de l'entrée et vu de la sortie]

1.4. Fonction de transfert

- La fonction de transfert d'un quadripôle linéaire en régime sinusoïdal permanent est le rapport de l'amplitude complexe du signal de sortie \underline{U}_s à l'amplitude complexe du signal d'entrée \underline{U}_e :

$$H(\omega) = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e}$$

- Le rapport **G** des valeurs efficaces des tensions de sortie et d'entrée porte le nom « *gain* » de la fonction de transfert :

$$G = |H(\omega)| = \frac{U_{sm}}{U_{em}} = \frac{U_{s(eff)}}{U_{e(eff)}}$$

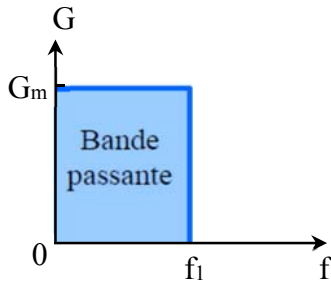
- La phase φ d'une fonction de transfert est l'argument de cette fonction de transfert. Elle correspond au déphasage du signal de sortie par rapport au signal d'entrée :

$$\varphi = \varphi_{u_s} - \varphi_{u_e} = \arg H(\omega)$$

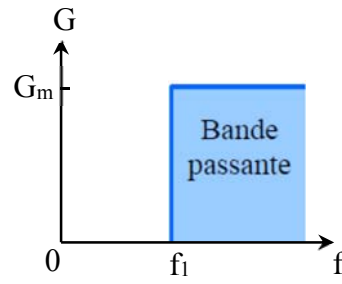
2. Filtre linéaire

2.1. Définition

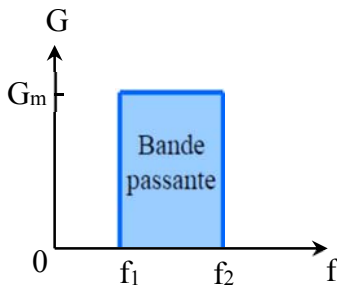
Un filtre électrique est un circuit électronique qui atténue certaines composantes d'un signal et en laisse passer d'autres, comme le montrent les courbes de réponses en fréquence suivantes :



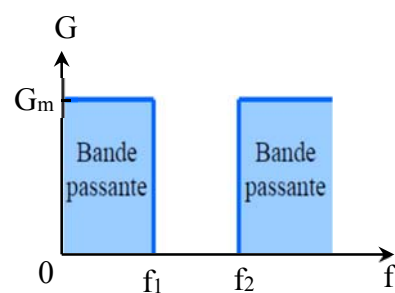
(a) passe bas



(b) passe haut



(c) passe bande



(d) coupe bande (filtre rejeteur de bande)

- a. **Filtre passe bas** : Un filtre passe bas favorise la transmission de signaux de fréquences basses, inférieures à une fréquence caractéristique f_1 ;
- b. **Filtre passe haut** : Un filtre passe haut transmet les signaux de fréquences supérieures à f_1 et atténue les autres.
- c. **Filtre passe bande** : Un filtre passe bande ne transmet que les signaux dont la fréquence est comprise à l'intérieur d'une bande de fréquence $B = |f_2 - f_1|$.
- d. **Filtre réjeteur** : Un filtre réjeteur idéal, élimine les signaux de fréquences entre les deux fréquences de coupure.

2.2. Représentation de Bode

2.2.1. Fonction de transfert d'un filtre

Le module de la fonction $H(\omega)$ d'un filtre dépend de la pulsation ω . Ce module noté G , est appelé **gain du filtre**

Selon la nature du gain en $\omega = 0$ ou $\omega = \infty$, on peut distinguer :

	$\omega = 0$	$\omega = \infty$
filtre passe bas	$G(0) \neq 0$	$G(\infty) = 0$
filtre passe haut	$G(0) = 0$	$G(\infty) \neq 0$
filtre passe bande	$G(0) = G(\infty) = 0, \quad G(\omega_l) = G_{\max}$	

2.2.2. Gain en décibel

Le déciBel (dB) est une unité sans dimension caractérisant le rapport de deux puissances moyennes P_1 et P_2 ; l'écart $x_{(dB)}$ entre P_1 et P_2 est défini par la relation :

$$x_{(dB)} = 10 \log \frac{P_2}{P_1}$$

- Dans un circuit électrique, la puissance moyenne consommée par une résistance est :

$$P = RI^2 = \frac{U^2}{R}$$

Il en résulte en notant X la grandeur électrique considérée (intensité I ou tension U) :

$$\frac{P_2}{P_1} = \left(\frac{X_2}{X_1} \right)^2 \Rightarrow x_{(dB)} = 10 \log \left(\frac{X_2}{X_1} \right)^2 = 20 \log \left(\frac{X_2}{X_1} \right)$$

Enfin, l'écart en décibels (dB) entre deux grandeurs électriques, est défini par : $x_{(dB)} = 20 \log \left(\frac{X_2}{X_1} \right)$

- Etant donné que le gain d'un filtre est défini par le rapport des tensions efficaces U_s et U_e (ou de tensions maximales (U_{sm} et U_{em}), on peut poser :

$$\text{gain en décibel : } G_{dB} = 20 \log \frac{U_s}{U_e} \quad \text{ou} \quad G_{dB} = 20 \log \frac{U_{sm}}{U_{em}}$$

Exemples :

$$\text{pour : } \frac{U_s}{U_e} = 10 \Rightarrow G_{dB} = 20$$

$$\frac{U_s}{U_e} = 10^{-2} \Rightarrow G_{dB} = -40$$

$$\frac{U_s}{U_e} = \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow G_{dB} = -3$$

2.2.3. Diagramme de Bode d'un filtre

2.2.3.1. Définition

On appelle diagramme de Bode d'un filtre l'ensemble des deux graphes :

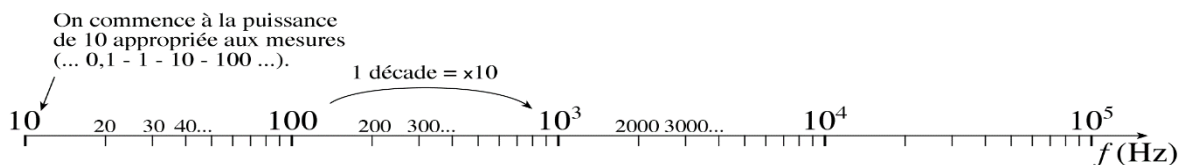
- Le gain en décibels de la fonction de transfert $H(\omega)$ tracé en fonction du logarithme décimal de la fréquence :

$$\boxed{G_{dB} = 20 \log |H| = f(\log \omega)} \Rightarrow \text{courbe de réponse en gain}$$

- La phase (l'argument) de la fonction de transfert tracée en fonction du logarithme décimal de la fréquence :

$$\boxed{\varphi = \arg H = g(\log \omega)} \Rightarrow \text{courbe de réponse en phase.}$$

- L'intérêt de l'échelle logarithmique est de faire intervenir un grand domaine de variation de ω : $10 < \omega < 10^6 \text{ rad.s}^{-1} \Rightarrow 1 < \log \omega < 6$.
- Une décade est un intervalle de fréquence correspondant à un rapport de 10 entre les deux fréquences extrêmes.



2.2.3.2. Pulsation de coupure d'un filtre :

- Une pulsation de coupure ω_c d'un filtre est définie par :
$$\boxed{G_{(\omega_c)} = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}}}$$

soit en appliquant l'opérateur $20 \log$: $G_{dB}(\omega_c) = G_{dB(\max)} - 3$ (en dB).

- La bande passante d'un filtre est l'intervalle de pulsations satisfait à :

$$\frac{G_{\max}}{\sqrt{2}} \leq G_{(\omega)} \leq G_{\max} \Rightarrow G_{dB \max} - 3 \leq G_{dB}(\omega) \leq G_{dB \max}$$

2.2.3.3. Diagramme asymptotique – Diagramme réel

Il s'agit de représenter les asymptotes des graphes $G_{dB} = f(\log \omega)$ et $\varphi = g(\log \omega)$, associées à $\omega \rightarrow 0$ et $\omega \rightarrow \infty$,

on en déduit ensuite le diagramme réel en faisant intervenir la pulsation de coupure.

2.2.4. Filtres passifs d'ordre 1 (circuits R, C série)

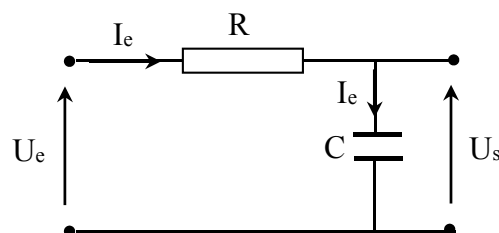
Examinons simultanément les deux cas possibles de circuits RC série :

2.2.4.1. Etude d'un filtre passe-bas du premier ordre

- Fonction de transfert

$$\underline{U}_s = \frac{Z_C}{R + Z_C} \underline{U}_e = \frac{1}{1 + jRC\omega} \underline{U}_e$$

(Pont diviseur de tension)



$$\Rightarrow \underline{H} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{1}{1 + jRC\omega}$$

$$\text{Soit : } \boxed{G = |\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega^2}} \quad \text{et} \quad \varphi = \arg(\underline{H}) = -\arctan(RC\omega)}$$

▪ **Pulsation de coupure ω_c - bande passante**

➤ $G_{\max} = G_{(\omega=0)} = 1$, d'où :

$$G_{(\omega_c)} = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + R^2 C^2 \omega_c^2}} \Rightarrow R^2 C^2 \omega_c^2 = 1 \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{RC}$$

$$\boxed{\underline{H} = \frac{1}{1 + j\frac{\omega}{\omega_c}} \Rightarrow G = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}}, \quad \varphi = -\arctan\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)}$$

➤ La bande passante du filtre passe-bas, telle que : $\frac{G_{\max}}{\sqrt{2}} \leq G_{(\omega)} \leq G_{\max}$, est l'intervalle $[0, \omega_c]$.

▪ **Diagramme de Bode**

On fait intervenir la pulsation réduite $x = \omega/\omega_c$:

$$\boxed{\begin{cases} G_{dB} = 20 \log G = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + x^2}} \right) = -10 \log(1 + x^2) \\ \varphi = -\arctan x \end{cases}}$$

➤ **Asymptotes de la réponse en gain :**

$$x \rightarrow 0^+ \Rightarrow \log x \rightarrow -\infty, G_{dB} \rightarrow 0 \quad (\text{asymptote horizontale})$$

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow G_{dB} \rightarrow -20 \log x \quad (\text{asymptote oblique, de pente -20dB par décade})$$

➤ **Asymptote de la réponse en phase :**

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow \varphi \rightarrow 0$$

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow \varphi \rightarrow -\frac{\pi}{2}$$

- Aux très basses fréquences, le gain est confondu avec l'axe $0x$. Aux très hautes fréquences, G_{dB} est une droite de pente -20dB/décade.
- La phase admet pour asymptote $\varphi = 0$ en basse fréquence et $\varphi = -\pi/2$ en hautes fréquences.

- Sachant que $G_{dB}(\omega_c) = -3dB$ et $\varphi(\omega_c) = -\pi/4$ pour $x = 1$ ($\omega = \omega_c$), on peut représenter le diagramme de Bode comme suit :

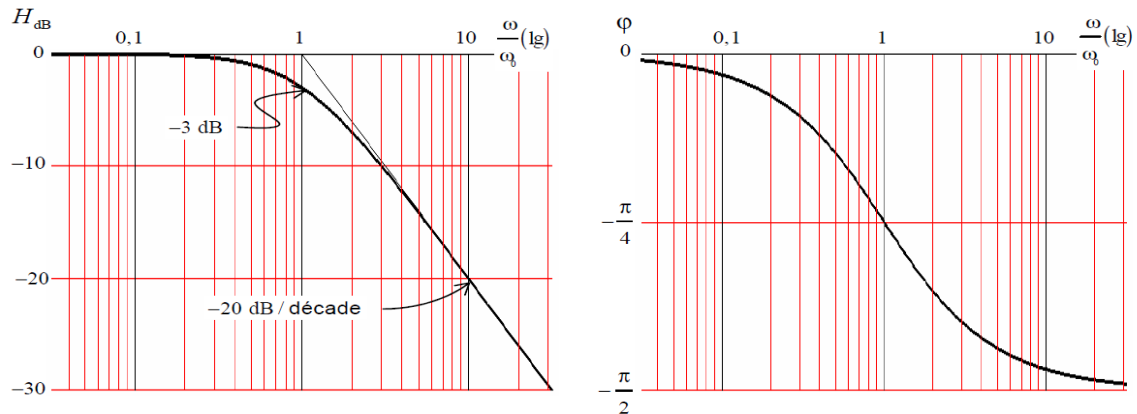


Diagramme de Bode d'un filtre passe bas d'ordre 1

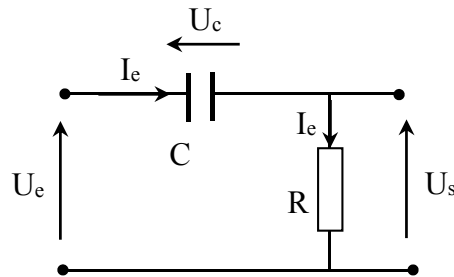
2.2.4.2. Etude d'un filtre passe-haut du premier ordre

▪ Fonction de transfert

D'après la figure précédente, nous avons :

$$\underline{U}_s = \frac{R}{R + Z_C} \underline{U}_e = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega} \underline{U}_e$$

$$\Rightarrow \underline{H} = \frac{jRC\omega}{1 + jRC\omega}$$



Soit : $G = |\underline{H}| = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{R^2 C^2 \omega^2}}}$ et $\varphi = \arg(\underline{H}) = \frac{\pi}{2} - \arctan(RC\omega)$ (et $\cos \varphi > 0$)

▪ Pulsation de coupure ω_c - bande passante

➤ $G_{\max} = G_{(\omega=\infty)} = 1$, $G_{(\omega=0)} = 0$ (filtre passe - haut)

La pulsation de coupure ω_c est définie par :

$$G_{(\omega_c)} = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{R^2 C^2 \omega_c^2}}} \Rightarrow R^2 C^2 \omega_c^2 = 1 \Rightarrow \omega_c = \frac{1}{RC}$$

$$\underline{H} = \frac{j \frac{\omega}{\omega_c}}{1 + j \frac{\omega}{\omega_c}} \Rightarrow G = \frac{\frac{\omega}{\omega_c}}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2 + 1}}, \quad \varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)$$

- La bande passante de ce filtre passe-haut (d'ordre 1), tel que $\frac{G_{\max}}{\sqrt{2}} \leq G_{(\omega)} \leq G_{\max}$, est l'intervalle $[\omega_c, \infty[$.

▪ **Diagramme de Bode**

En posant $x = \frac{\omega}{\omega_c}$ (pulsation réduite), il vient :

$$\begin{cases} G_{dB} = 20 \log G = 20 \log \left(1 + \frac{1}{x^2} \right)^{-1/2} = -10 \log \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) \\ \varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan x \end{cases}$$

- **Asymptotes de $G_{dB}(\log x)$:**
$$\begin{cases} x \rightarrow \infty \Rightarrow G_{dB} \rightarrow 0 \\ x \rightarrow 0 \Rightarrow G_{dB} \rightarrow 20 \log x \quad (\text{pente } +20\text{dB/décade}) \end{cases}$$
- **Asymptotes de $\varphi(\log x)$:**
$$\begin{cases} x \rightarrow 0 \Rightarrow \varphi \rightarrow \frac{\pi}{2} \\ x \rightarrow \infty \Rightarrow \varphi \rightarrow 0 \end{cases}$$
- Aux très hautes fréquences, le gain est confondu avec l'axe $0x$. Aux très basses fréquences, G_{dB} est une droite de pente $+20\text{dB/décade}$.
 - La phase admet pour asymptote $\varphi = \pi/2$ en basse fréquence et $\varphi = 0$ en hautes fréquences.
 - Sachant que $G_{dB}(\omega_c) = -3\text{dB}$ et $\varphi(\omega_c) = \pi/4$ pour $x = 1 (\omega = \omega_c)$, on peut représenter le diagramme de Bode comme suit :

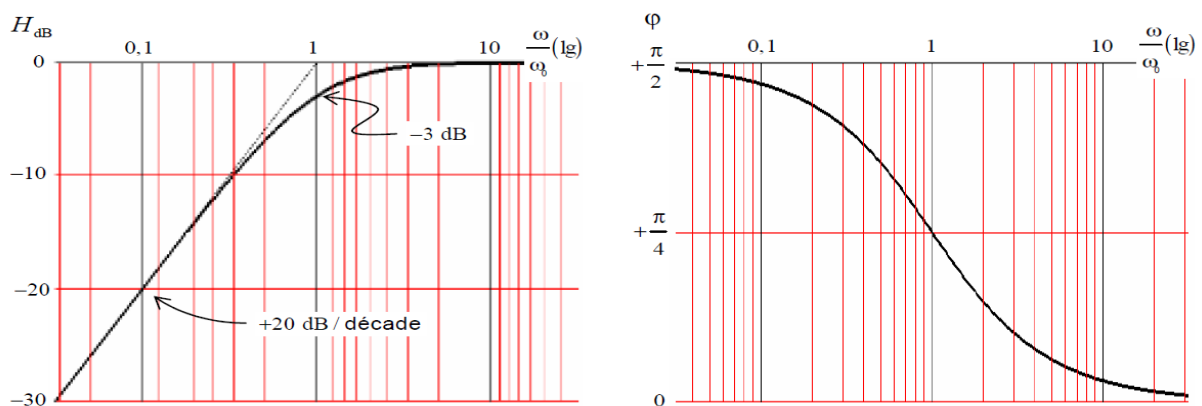
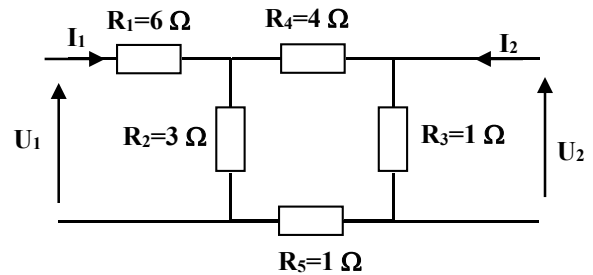


Diagramme de Bode d'un filtre passe haut d'ordre 1

Exercices du chapitre 4

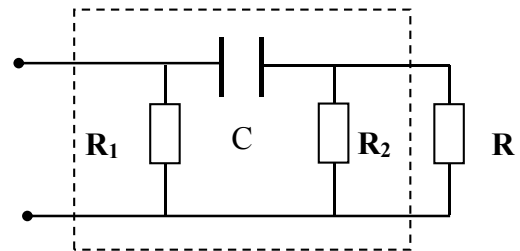
Exercice 1

Déterminer les paramètres \mathbf{Z} du réseau suivant ?



Exercice 2

Déterminer l'impédance d'entrée Z_e du quadripôle représenté sur la figure ci-contre, alimentant une charge résistive pur $Z_c=R$



Exercice 3

Soit le filtre correspondant à la figure ci-contre :

1- Calculer sa fonction de transfert $H(\omega) = \frac{U_s}{U_e}$.

2- Donner les expressions de l'amplitude $G(\omega)$ et de la phase $\varphi(\omega)$ de la fonction de transfert.

3- Déterminer la fréquence de coupure de ce filtre ω_c à -3dB.

4- Donner les expressions du gain G_{dB} et de la phase φ en fonction de ω et ω_c .

5- Représenter les asymptotes des deux graphes $G_{dB} = f(x)$ et $\varphi = g(x)$, avec : $x = \frac{\omega}{\omega_c}$.

6- Tracer le diagramme de Bode en en utilisant le tableau suivant :

x	10^{-2}	10^{-1}	1	10	100	10^3
G_{dB}						
φ						

Chapitre 5

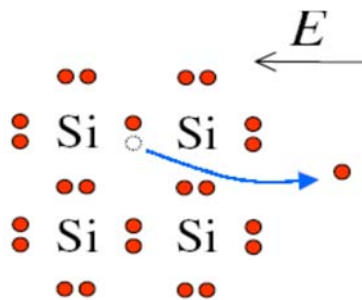
Diodes à semiconducteur

Dans cette partie, on présente sans l'approfondir une introduction aux semiconducteurs et à la jonction PN. On s'intéresse à la base de fabrication et de fonctionnement d'une diode à jonction tout en caractérisant sa réponse pour différente méthode de polarisation.

1. Notions élémentaires sur la physique des semi-conducteurs

1.1 Conduction électrique intrinsèque

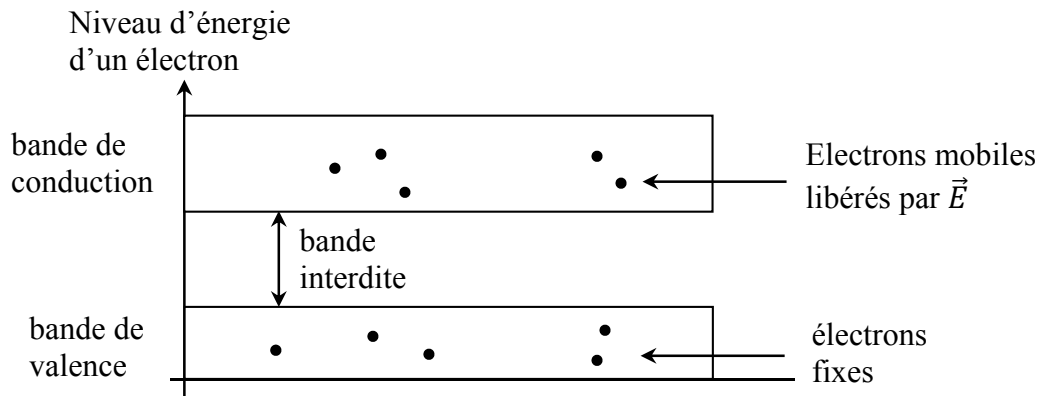
Dans un matériau à structure cristalline, les atomes sont liés entre eux par des liaisons dites covalentes. Si cette liaison entre électrons est faible, un apport d'énergie extérieur (un champ électrique) peut être suffisant pour mobiliser ces électrons : ces électrons sont dits « libres », libres de se déplacer dans la structure cristalline : c'est le phénomène de la conduction électrique intrinsèque.



En quittant sa position initiale, un électron devenu libre laisse derrière lui un « trou ». L'atome étant initialement neutre, un trou est donc chargé positivement. Un trou peut bien sûr être comblé par un autre électron libre venu d'atome voisin. Dans ce cas, le trou se déplace en sens contraire du déplacement de l'électron. La conduction électrique peut aussi être interprétée comme un déplacement de trous que comme un déplacement d'électrons.

Les électrons libres sont appelés **porteurs de charge négatifs**. Les trous sont les **porteurs de charge positifs**.

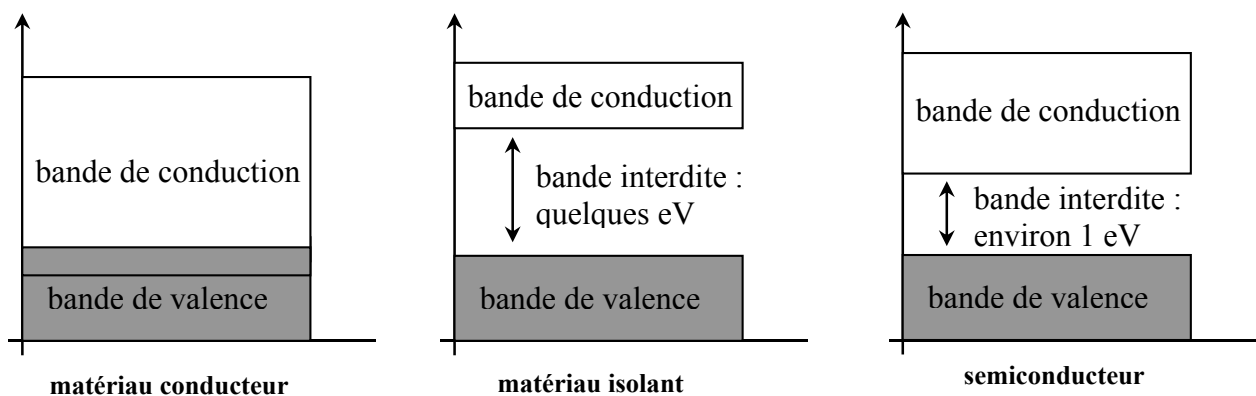
On modélise la faculté des électrons à se mobiliser pour participer à un phénomène de conduction par des bandes d'énergies :



Représentation des bandes d'énergie

- **Bande de valence (BV)** : l'électron qui se trouve dans cette bande, participe à une liaison covalente au sein du cristal
- **Bande de conduction (BC)** : un électron ayant acquis suffisamment d'énergie peut se trouver dans cette bande ; il est alors mobile et peut participer à un phénomène de conduction
- **Bande interdite** : la mécanique quantique a montré que les électrons ne peuvent pas prendre des niveaux d'énergie quelconques, mais que ceux-ci sont quantifiés ; entre la bande de valence et la bande de conduction peut donc exister une bande interdite. Pour rendre un électron mobile, il faut donc apporter de l'énergie en quantité suffisante pour franchir ce gap.

En fonction de la disposition de ces bandes, et surtout de la largeur de la bande interdite, les matériaux peuvent être isolants, conducteurs ou semi-conducteurs :



- **Un conducteur** : la bande de conduction est partiellement remplie. Le solide contient donc des électrons mobiles susceptibles de participer aux phénomènes de conduction sans fournir d'énergie.
- **Un isolant** : la bande de conduction est vide et le gap est grand (ex : de l'ordre de 10 eV). Le solide ne contient alors aucun électron capable de participer à la conduction.
- **Un semiconducteur** : la bande de conduction est vide mais le gap est plus faible (de l'ordre de 1 à 2 eV). Le solide est donc isolant à température nulle ($T=0K$), mais une élévation de température permet de faire passer des électrons de la bande de valence à la bande de conduction. La conductivité augmente avec la température.

1.2 Semiconducteurs intrinsèques

Lorsqu'un semiconducteur est pur, on dit qu'il est intrinsèque. IL existe autant d'électrons libres que de trous : soit **n** et **p** les nombres respectifs de porteurs négatifs (**électrons**) de la bande de conduction et de porteurs positifs (**trous**) de la bande de valence par unité de volume (**concentrations**) ; on montre que :

$$n = p = n_i$$

$$n \cdot p = n_i^2 = AT^3 e^{\frac{-\Delta E_i}{kT}}$$

avec : A : constante dépendant du matériau,

T : température absolue en kelvins,

ΔE_i : largeur de la bande interdite en eV,

$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ JK}^{-1}$: constante de Boltzmann

Ces concentrations **n** et **p** sont appelées **concentrations en porteurs intrinsèques**. Pour le silicium qui est le semi-conducteur le plus utilisé on a : $\Delta E_i = 1.2 \text{ eV}$; $n_i = 1.5 \times 10^{10} \text{ cm}^{-3}$ à $T = 300K$

- A température ambiante, kT est de l'ordre de 0,025 eV. La densité d'électrons est alors très faible, et la **conductivité intrinsèque** est faible pour la plupart des semi-conducteurs.
- Les principales familles de semi-conducteurs sont les suivantes :

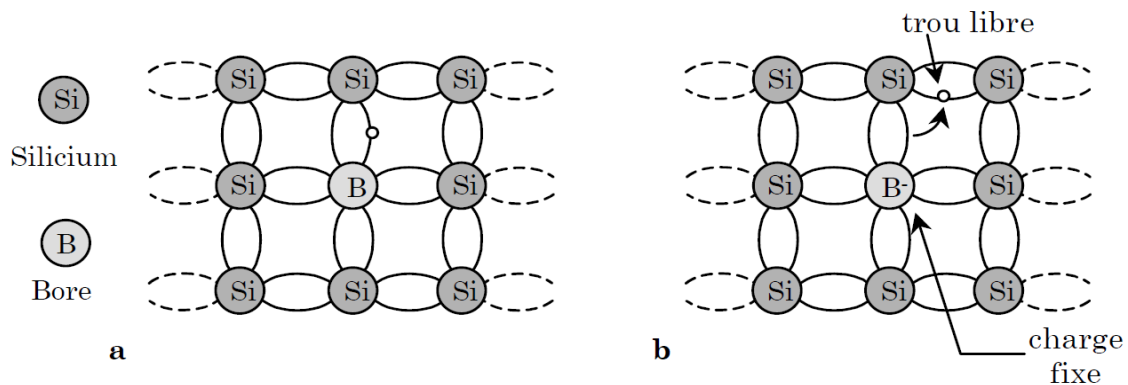
Composés primaires de valence IV	Composés binaires		Composés ternaires	
	groupe III-V	groupe II-VI	groupe III-V	groupe II-VI
Si Ge	GaAs AlAs GaP	ZnSe CdTe	$\text{Ga}_x\text{Al}_{1-x}\text{As}$	$\text{Cd}_x\text{Mn}_{1-x}\text{Te}$

1.3 Semiconducteurs dopés ou extrinsèques

Si on remplace dans un cristal pur, certains atomes par des atomes d'un autre corps simple, on dit que l'on dope le cristal avec des impuretés.

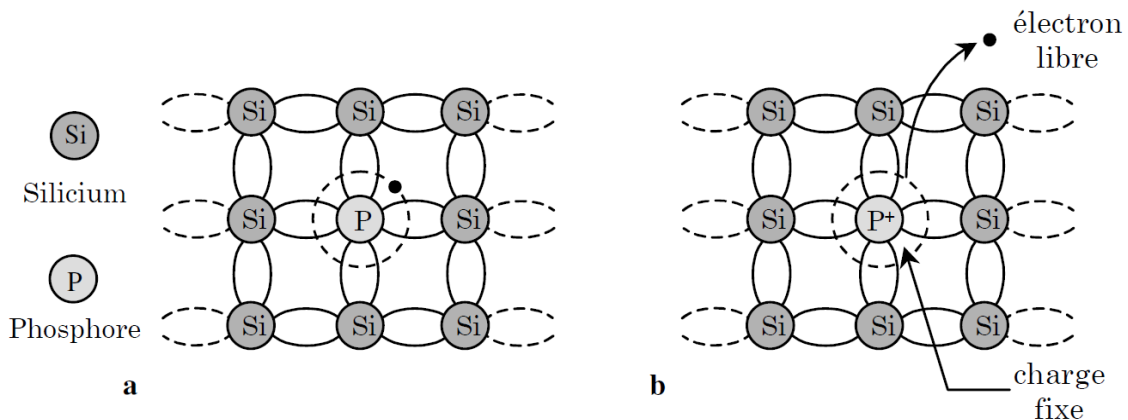
Exemple : le silicium (**Si**) est un matériau tétravalent (colonne IV), on peut effectuer le dopage avec des atomes :

- trivalents (Bore (**B**), Aluminium (**Al**) ou le Gallium (**Ga**) de la colonne III). Dans ce cas on créera un apport de trous. On dit que le semi-conducteur est dopé **P** et que les impuretés introduites sont acceptrices d'électrons.



Silicium dopé au Bore ; (a) $T=0K$, (b) $T \neq 0K$

- pentavalents (Phosphore (**P**), Arsenic (**As**) ou Antimoine (**Sb**) de la colonne V). On crée alors un apport d'électrons supplémentaires. Le semi-conducteur est dopé **N** et les impuretés sont dites donneuses d'électrons.



Silicium dopé au Phosphore ; (a) $T=0K$, (b) $T \neq 0K$

La concentration en impureté dopante reste toujours très faible quel que soit le cas : de l'ordre de 1 atome d'impureté pour 10^7 atomes de silicium. Si le semi-conducteur est dopé **N**, il y a beaucoup plus d'électrons libres que de trous. On dit que les électrons sont les **porteurs de charge**

majoritaires. Dans le cas d'un dopage **P**, ce sont les trous qui sont les porteurs majoritaires. Dans les deux cas on a : $n \neq p$.

En revanche, on a toujours : $np = n_i^2$

- Pour un semi-conducteur dopé **N**, soit N_D la concentration en impureté donneuses d'électrons. On a alors : $n \approx N_D$ et $p \approx 0$ à $T=300K$;
- Pour un semi-conducteur dopé **P**, soit N_A la concentration en impureté accepteuses d'électrons. On a alors : $p \approx N_A$ et $n \approx 0$ à $T=300K$.

La conduction dans ces matériaux est dite extrinsèque.

2. Diode à jonction

2.1. Jonction PN

En dopant respectivement **N** et **P** deux parties d'un même cristal semi-conducteur, on forme un dipôle appelé « **diode à jonction** ». La jonction est la surface de contact située entre les deux parties du cristal dopées différemment.

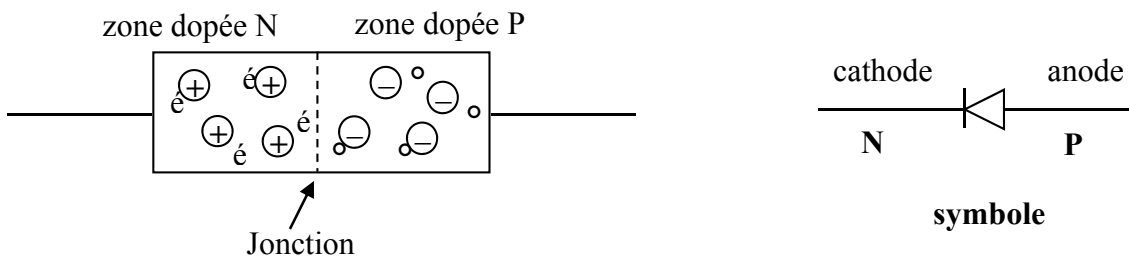
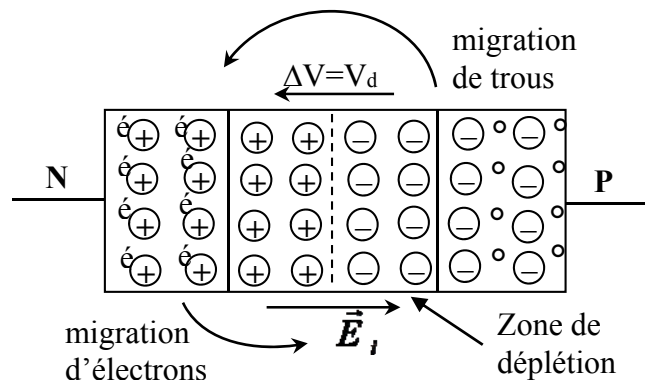


Schéma d'une diode à jonction PN (p-n)

Bien qu'au départ chacune des deux zones soit électriquement neutre, la mise en contact des deux parties induit un phénomène de migration de porteurs majoritaires de part et d'autre de la jonction : certains trous de la zone **P** se déplacent vers la zone **N**, tandis que certains électrons de la zone **N** migrent vers la zone **P**.

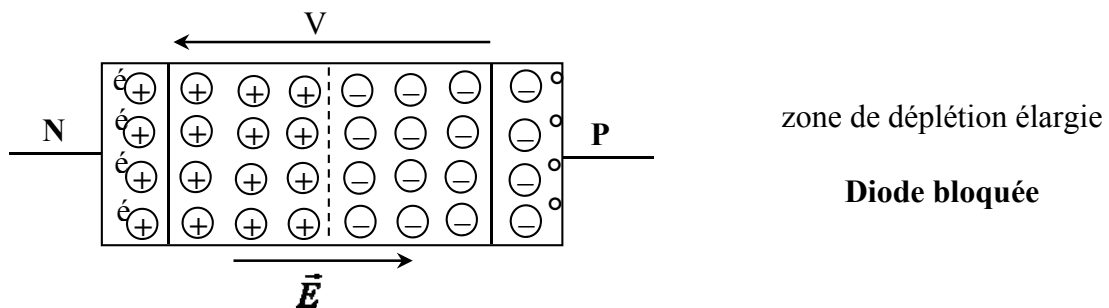


Un équilibre s'installe autour de la jonction, créant ainsi un champ électrique interne \vec{E}_i . La zone située autour de la jonction correspondant à ce champ électrique est appelée **zone de déplétion**.

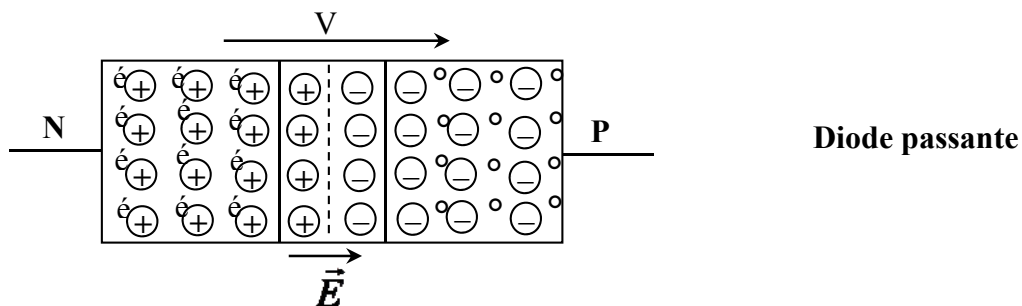
La présence de ce champ électrique se traduit également par la présence d'une différence de potentiel. Cette d.d.p. V_d est appelée **barrière de potentiel** (de l'ordre de 0.7 V). La zone de déplétion se comporte comme un isolant et il devient très difficile pour un électron libre, de franchir cette zone.

2.2. Polarisation de la diode

- L'application d'une tension V dirigée comme indiquée sur la figure suivante ($P \rightarrow N$) (polarisation inverse), crée un champ électrique qui s'ajoute au champ électrique interne poussant ainsi les électrons de la zone **N** et les trous de la zone **P** à s'éloigner de la jonction : la zone de déplétion s'élargit ; la jonction devient pratiquement isolante. On dit que la diode est **bloquée**.

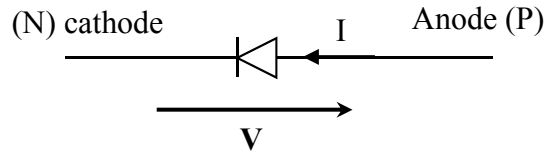


- Si on applique une tension V orienté de **N** vers **P** ($N \rightarrow P$) (polarisation directe), un champ électrique externe se crée et s'oppose au champ interne. La barrière de potentiel V_d est ainsi diminuer : des électrons peuvent franchir la zone de déplétion (de **N** vers **P**) qui devient donc conductrice ; la diode est dite **passante**

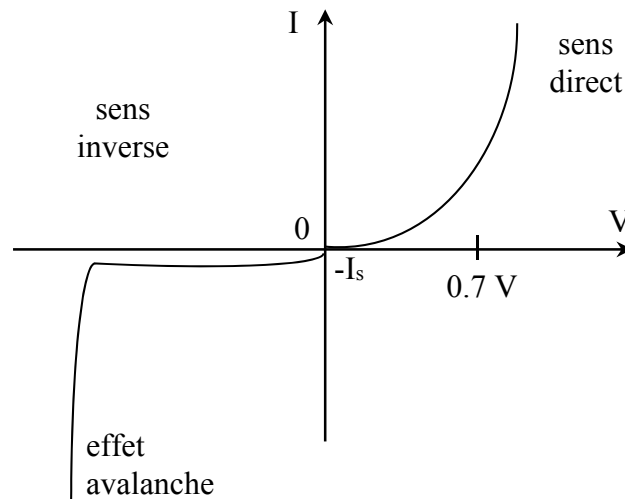


- La circulation des électrons au travers de la jonction s'effectue de la zone **N** vers la zone **P** (de la cathode vers l'anode), c'est la **polarisation en direct** de la diode.

- Soit V la tension aux bornes de la diode et I le courant qui la traverse. Comme le courant circule de l'anode vers la cathode (sens inverse des électrons), on représentera tension et courant comme indiqué sur la figure suivante :



- Si V est positif, on dit que la diode est **polarisée en sens direct**. Un courant I peut circuler dans la diode. Si V est négatif, la diode est **polarisée en sens inverse** et aucun courant ne peut y circuler.
- La caractéristique $I = f(V)$ d'une diode est représentée sur la figure suivante :



$$I = I_s e^{\frac{eV}{kT}} = I_s e^{\frac{V}{V_0}}$$

$e = 1.6 \times 10^{-19} \text{ C}$ est la charge élémentaire ;

$k = 1.38 \times 10^{-23} \text{ J.K}^{-1}$ est la constante de Boltzmann ;

T est la température absolue en Kelvin ;

I_s est l'intensité de saturation, de l'ordre de 10^{-12} A .

$$V_0 = \frac{kT}{e} = 25 \text{ mV} \text{ à température ambiante.}$$

➤ **En sens direct :**

Si $V > 0$ et si $V \gg V_0$ (par exemple pour $V > 0,1 \text{ V}$), alors $I = I_s e^{\frac{V}{V_0}}$

Le courant croît exponentiellement. On dit que la diode est passante ou polarisée en direct. Pour des valeurs importantes de I , la tension V varie peu et est de l'ordre de 0.6 à 0.7 V pour des diodes au silicium (0,2 V pour une diode au germanium). Cette tension est appelée **tension seuil** et se note V_s .

➤ **En sens inverse :**

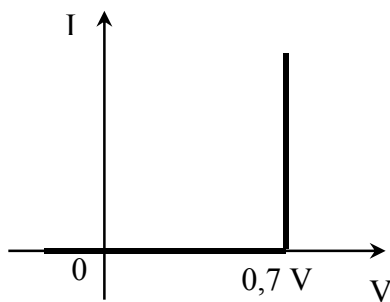
Si $V < 0$ et si $|V| \gg V_0$, alors $I \approx -I_s$

On dit que dans ce cas la diode est polarisée en inverse.

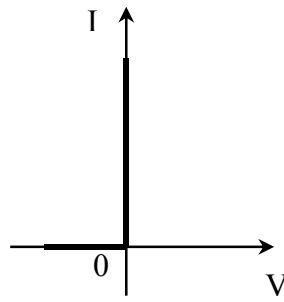
Pour des tensions inverses importantes (quelques dizaines de volts), on observe un effet de conduction forcé au travers de la jonction (**effet avalanche**) qui est en général destructeur.

- En général, on admet le fonctionnement suivant de la diode :
 - ✓ **diode polarisée en sens direct : $V = 0.7 \text{ V}$, $\forall I$; la diode est dite passante.**
 - ✓ **diode polarisée en sens inverse : $I = 0$, $\forall V$; la diode est dite bloquée.**

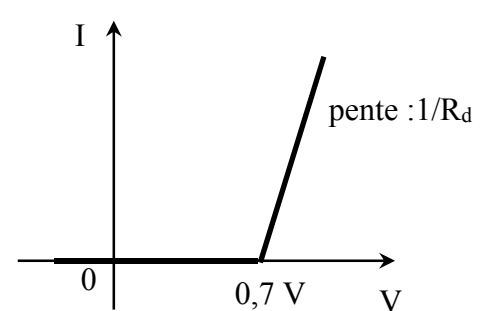
Ce modèle de diode dite parfaite est représenté sur la figure (a)



(a) diode parfaite



(b) diode idéale



(c) modèle dynamique

- Si on considère que la tension de 0,7 V est négligeable devant les autres tensions du circuit, on obtient alors le modèle de la diode dite idéale, dont la caractéristique est schématisée sur la figure (b)
- Si on souhaite un modèle plus proche de la caractéristique de la diode réelle, on peut adopter le modèle dit modèle dynamique représenté sur la figure (c) : on considère que cette caractéristique est formée de deux segments de droite :

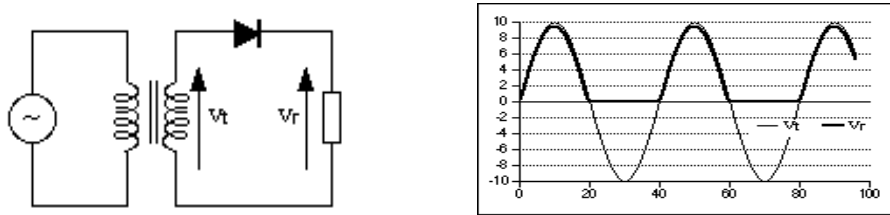
$$V < 0,7 \text{ volt} \Leftrightarrow I = 0 \text{ (diode bloquée)}$$

$$V > 0,7 \text{ volt} \Leftrightarrow I = \frac{V - 0,7}{R_d} \text{ avec } R_d \text{ résistance dynamique de la diode passante.}$$

2.3. Diodes particulières

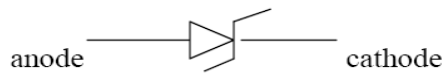
2.3.1. Diodes de redressement

Une des principales applications de la diode est le redressement de la tension alternative pour faire des générateurs de tension continue destinés à alimenter les montages électroniques.



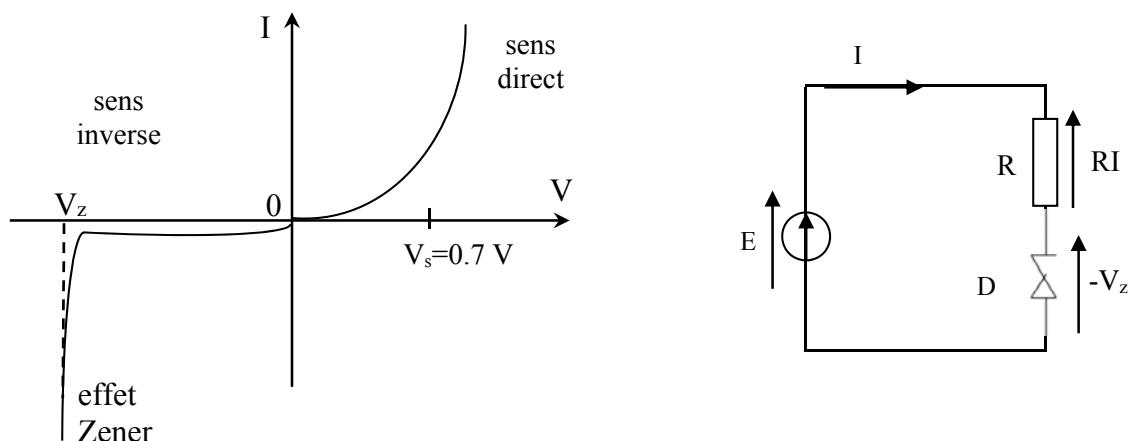
2.3.2. Diodes Zéner

Symbole :



Lorsque la diode est "polarisé en sens inverse" et la tension à ses bornes est trop forte on assiste au phénomène d'avalanche. Le courant inverse qui traverse la diode augmente subitement. On parle **d'effet Zéner** et de telles diodes sont appelées diodes Zéner.

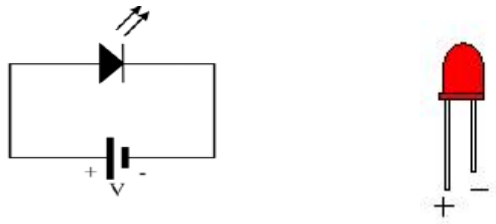
Quel que soit le courant qui la traverse, la diode Zéner présente à ses bornes, une tension quasiment constante appelée tension Zéner et noté V_z ($V_z = \text{qq V à qq 0,1 kV}$). Cette propriété est très utilisée dans les montages régulateurs de tension (protection des montages).



2.3.3. Diodes Schottky

La diode Schottky est utilisée en haute fréquence. Elle est constituée par une zone métallique (or, argent ou platine) et une zone N. Les électrons libres sont les seuls porteurs majoritaires dans la jonction. Cette jonction hétérogène est très utilisée dans les circuits logiques rapides.


2.3.4. Diodes électroluminescentes (LED)



La LED (Light Emitting Diode), également appelée diode électroluminescente, est une diode prévue pour fonctionner en polarisation directe, afin d'émettre des radiations lumineuses invisibles (infrarouge) ou visibles (rouge, orange, jaune, vert ou bleu).

Ces composants ont des caractéristiques intéressantes comme une durée de vie quasi illimitée (100 000 heures) et une petite taille. On les rencontre partout : feux tricolores de circulation, panneaux d'affichage électroniques (heure, température...). Les diodes à infrarouges servent beaucoup dans les télécommandes d'appareils TV ...

2.3.5. Diodes varicap

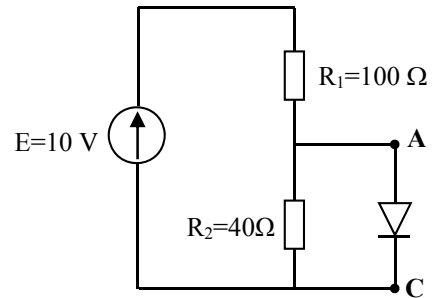
Symbole : 

Une diode possède une capacité (très faible). La capacité d'une diode polarisée en inverse diminue quand la tension inverse augmente. Ainsi on a un condensateur variable qui est commandé par une tension.

Exercices du chapitre 5

Exercice 1

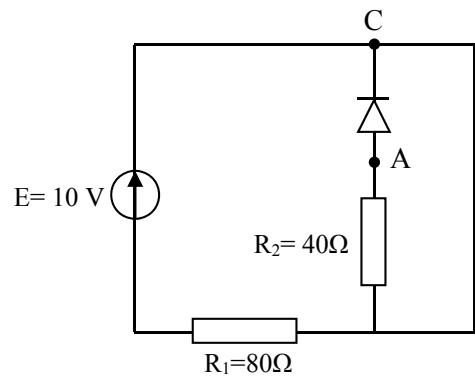
- 1- Dans le circuit représenté sur la figure ci-contre, déterminer l'état passant ou bloqué de la diode
- 2- Dans le cas où la diode est passante, déterminer le courant I qui la traverse.



On supposera que la diode est parfaite et possède une tension de seuil égale à 0,7 V.

Exercice 2

- 1- Dans le circuit représenté sur cette figure, déterminer l'état passant ou bloqué de la diode
- 2- Dans le cas où la diode est passante, déterminer le courant I qui la traverse.

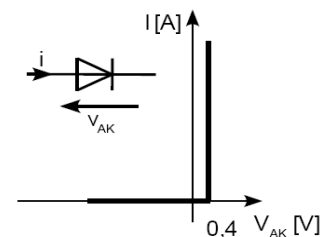


On supposera que la diode est parfaite et possède une tension de seuil égale à 0,7 V.

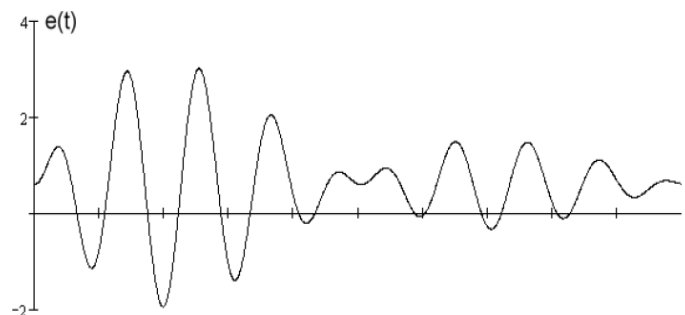
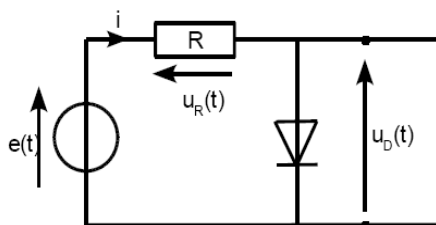
Exercice 3

Une diode a les caractéristiques suivantes :

- 1- Est-ce la caractéristique d'une diode réelle, parfaite ou idéale ?
- 2- Expliquer brièvement le fonctionnement de cette diode.
- 3- On utilise le montage ci-dessous. La résistance $R = 1000 \Omega$.



Représenter en fonction des temps les tensions u_R et u_D .

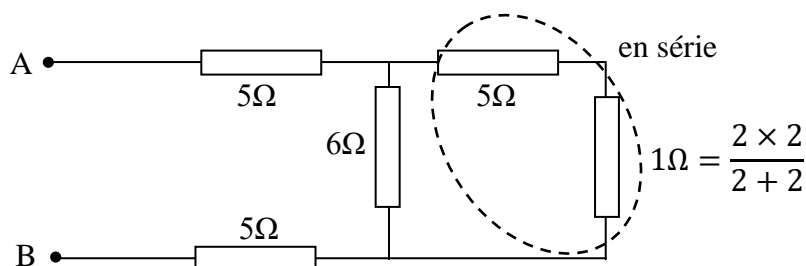
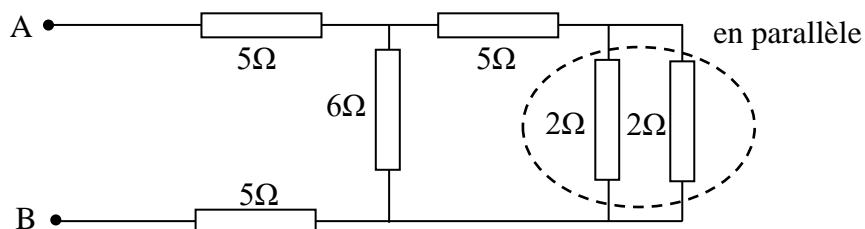
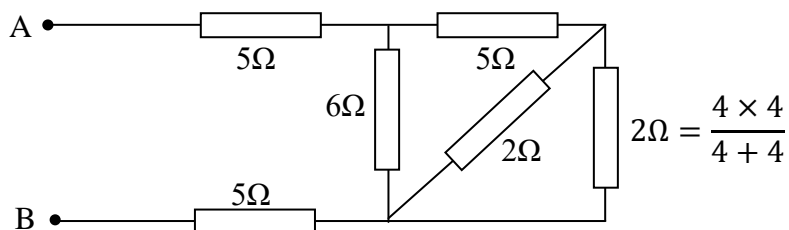
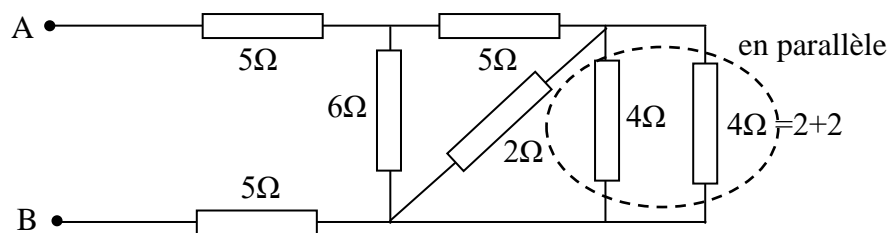
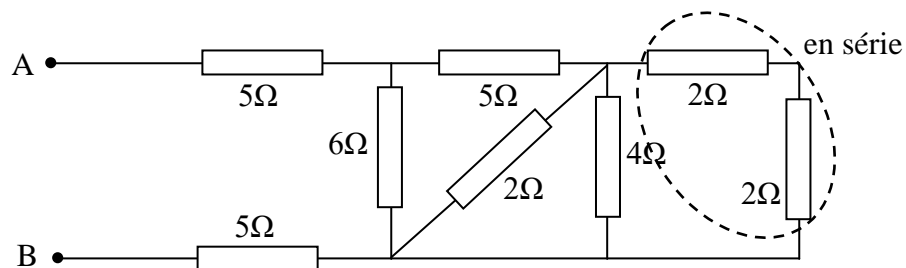


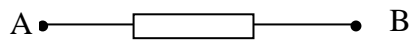
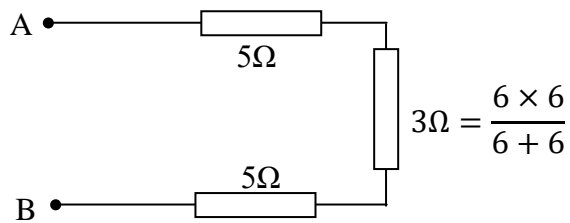
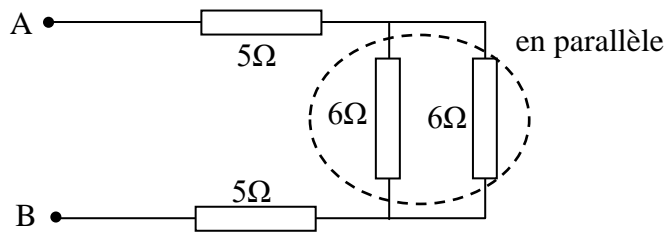
Solutions des Exercices

Chapitre 1 : Réseaux électriques en régime continu

Exercice 1

Calculer la résistance équivalente vue des points A et B pour le réseau suivant :

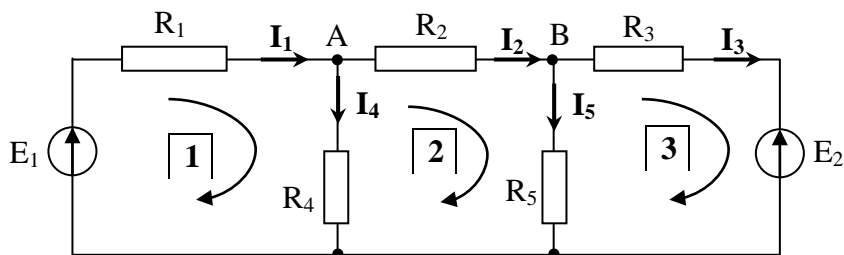




$$R_{AB} = 5 + 3 + 5 = 13 \, \Omega$$

Exercice 2

Déterminer les intensités I_1, I_2, I_3, I_4 et I_5 dans chaque branche du réseau suivant :



on va utiliser les lois de Kirchhoff :

➤ Loi des nœuds :
$$\begin{cases} \text{nœud A : } I_1 = I_2 + I_4 \\ \text{nœud B : } I_2 = I_5 + I_3 \end{cases}$$

➤ Loi des mailles :
$$\begin{cases} \text{maille 1: } R_1 I_1 + R_4 I_4 - E_1 = 0 \\ \text{maille 2: } R_2 I_2 + R_5 I_5 - R_4 I_4 = 0 \\ \text{maille 3: } R_3 I_3 + E_2 - R_5 I_5 = 0 \end{cases}$$

D'après le 1^{er} système d'équation on a :
$$\begin{cases} I_4 = I_1 - I_2 \\ I_5 = I_2 - I_3 \end{cases}$$

On remplace ces deux valeurs dans le 2^{ème} système d'équation on aura donc :

$$\begin{cases} R_1 I_1 + R_4 (I_1 - I_2) = E_1 \\ R_2 I_2 + R_5 (I_2 - I_3) - R_4 (I_1 - I_2) = 0 \\ R_3 I_3 - R_5 (I_2 - I_3) = -E_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} (R_1 + R_4) I_1 - R_4 I_2 = E_1 \\ -R_4 I_1 + (R_2 + R_5 + R_4) I_2 - R_5 I_3 = 0 \\ -R_5 I_2 + (R_3 + R_5) I_3 = -E_2 \end{cases}$$

Ce système d'équation peut être résolu en utilisant le calcul matriciel (méthode de Cramer) :

$$\begin{pmatrix} (R_1 + R_4) & -R_4 & 0 \\ -R_4 & (R_2 + R_5 + R_4) & -R_5 \\ 0 & -R_5 & (R_3 + R_5) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} E_1 \\ 0 \\ -E_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} 3 \cdot 10^3 & -2 \cdot 10^3 & 0 \\ -2 \cdot 10^3 & 5 \cdot 10^3 & -2 \cdot 10^3 \\ 0 & -2 \cdot 10^3 & 3 \cdot 10^3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 10 \\ 0 \\ -20 \end{pmatrix}$$

On calcule le Déterminant Δ :

$$\Delta = \begin{vmatrix} 3 \cdot 10^3 & -2 \cdot 10^3 & 0 \\ -2 \cdot 10^3 & 5 \cdot 10^3 & -2 \cdot 10^3 \\ 0 & -2 \cdot 10^3 & 3 \cdot 10^3 \end{vmatrix} = 45 \times 10^9$$

Les intensités des courants sont calculées comme suit :

$$I_1 = \frac{\begin{vmatrix} 10 & -2 \cdot 10^3 & 0 \\ 0 & 5 \cdot 10^3 & -2 \cdot 10^3 \\ -20 & -2 \cdot 10^3 & 3 \cdot 10^3 \end{vmatrix}}{\Delta} = 0.66 \text{ mA}$$

$$I_2 = \frac{\begin{vmatrix} 3 \cdot 10^3 & 10 & 0 \\ -2 \cdot 10^3 & 0 & -2 \cdot 10^3 \\ 0 & -20 & 3 \cdot 10^3 \end{vmatrix}}{\Delta} = -1.33 \text{ mA}$$

$$I_3 = \frac{\begin{vmatrix} 3 \cdot 10^3 & -2 \cdot 10^3 & 10 \\ -2 \cdot 10^3 & 5 \cdot 10^3 & 0 \\ 0 & -2 \cdot 10^3 & -20 \end{vmatrix}}{\Delta} = -7.55 \text{ mA}$$

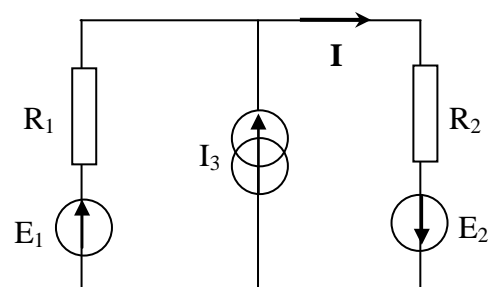
On déduit les courants I_4 et I_5 :

$$I_4 = I_1 - I_2 = 2 \text{ mA} \quad \text{et} \quad I_5 = I_2 - I_3 = 6.22 \text{ mA}$$

Exercice 3

Déterminer le courant I circulant dans la résistance

R_2 en appliquant le principe de superposition.



➤ Les deux sources E_2 et I_3 sont passivés :

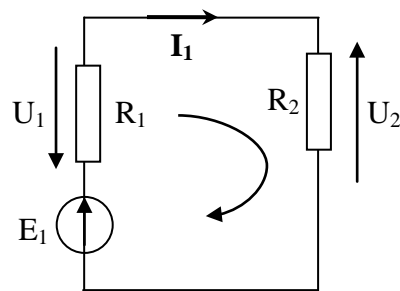
D'après la loi des mailles :

$$E_1 - U_1 - U_2 = 0$$

$$\Rightarrow E_1 - R_1 I_1 - R_2 I_1 = 0$$

$$\Rightarrow E_1 = (R_1 + R_2) I_1$$

$$I_1 = \frac{E_1}{(R_1 + R_2)}$$

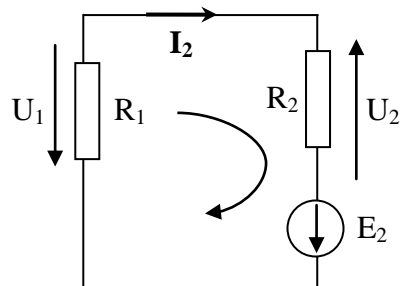


➤ Les deux sources E_1 et I_3 sont passivés :

D'après la loi des mailles :

$$E_2 = U_1 + U_2 = R_1 I_2 + R_2 I_2 = (R_1 + R_2) I_2$$

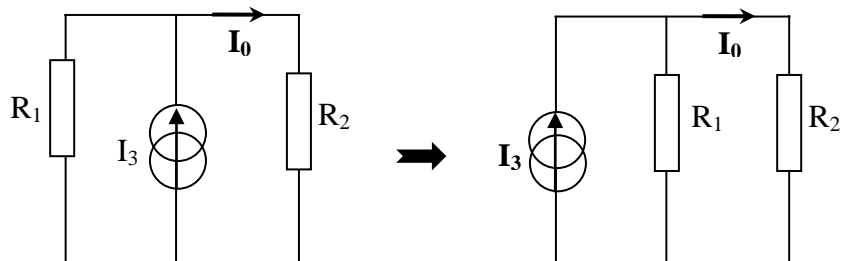
$$I_2 = \frac{E_2}{(R_1 + R_2)}$$



➤ Les deux sources de tensions E_1 et E_2 sont passivés :

D'après le principe du pont diviseur de courant :

$$I_0 = \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} I_3$$



➤ Enfin le courant circulant dans la résistance R_2 est la somme des trois courants :

$$I = I_1 + I_2 + I_0 = \frac{E_1}{(R_1 + R_2)} + \frac{E_2}{(R_1 + R_2)} + \frac{R_1}{(R_1 + R_2)} I_3$$

$$I = \frac{(E_1 + E_2 + R_1 I_3)}{(R_1 + R_2)}$$

Application Numérique :

$$I = \frac{(10+20+(10 \times 0.1))}{(10+5)} = 2.067 \text{ A}$$

Exercice 4

Déterminer l'intensité du courant I circulant à travers la résistance R_3 , en utilisant :

1. Lois de Kirchhoff :

➤ Nœud A : $I_1 = I_2 + I$

➤ Loi des mailles:

maille 1: $E_1 - R_1 I_1 - R_2 I_2 - R_0 I_1 = 0$

maille 2: $E_2 - R_3 I + R_2 I_2 = 0$

on a un système à trois équations pour trois inconnus :

$$\begin{cases} I_1 - I_2 - I = 0 \\ (R_1 + R_0)I_1 + R_2 I_2 = E_1 \\ R_2 I_2 - R_3 I = -E_2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{pmatrix} 1 & -1 & -1 \\ (R_1 + R_0) & R_2 & 0 \\ 0 & R_2 & -R_3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} I_1 \\ I_2 \\ I \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ E_1 \\ -E_2 \end{pmatrix}$$

On peut facilement calculer le courant I circulant dans la branche BC :

$$\text{Déterminant : } \Delta = \begin{vmatrix} 1 & -1 & -1 \\ (R_1 + R_0) & R_2 & 0 \\ 0 & R_2 & -R_3 \end{vmatrix} = -R_2 R_3 - R_3(R_1 + R_0) - (R_1 + R_0)R_2$$

$$I = \frac{\begin{vmatrix} 1 & -1 & 0 \\ (R_1 + R_0) & R_2 & E_1 \\ 0 & R_2 & -E_2 \end{vmatrix}}{\Delta} = \frac{-R_2 E_2 - R_2 E_1 - (R_1 + R_0)E_2}{\Delta}$$

$$I = \frac{R_2 E_1 + (R_0 + R_1 + R_2)E_2}{R_2(R_0 + R_1) + R_3(R_0 + R_1 + R_2)}$$

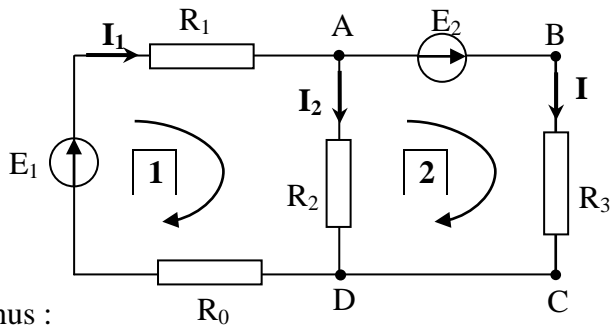
Application Numérique :

$$I = \frac{20 \times 20 + (10 + 10 + 20)10}{20(10 + 10) + 10(10 + 10 + 20)} = 1A$$

$$I = 1A$$

2. Théorème de Thévenin :

➤ Pour appliquer le théorème de Thévenin, on décompose le réseau en cherchant d'abord le modèle équivalent vu des bornes A et D :

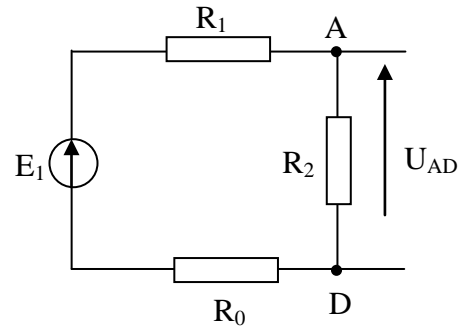


on détermine U_{AD} en utilisant le pont diviseur de tension :

$$U_{AD} = \frac{R_2}{R_0 + R_1 + R_2} E_1$$

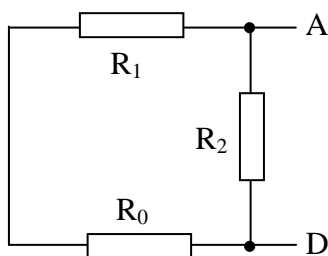
Application numérique :

$$U_{AD} = \frac{20}{10 + 10 + 20} 20 = 10 \text{ V}$$

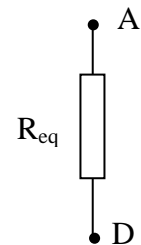
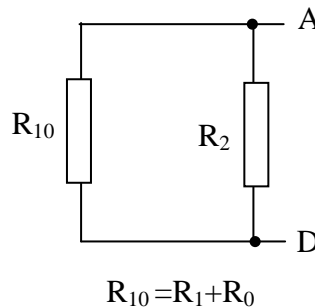


- La résistance équivalente vue des bornes A et D s'obtient en remplaçant le générateur E_1 par un fil :

R_1 et R_0 sont groupées en série



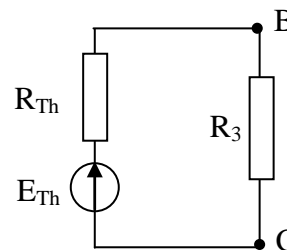
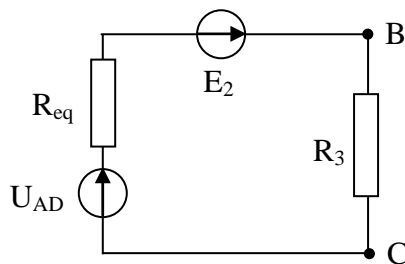
R_{10} et R_2 sont groupées en parallèle



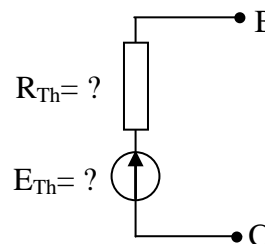
$$R_{eq} = \frac{R_2 R_{10}}{R_2 + R_{10}}$$

Application numérique : $R_{eq} = 10 \Omega$

- On remplace dans le montage initial la partie vue des bornes B et C et on applique le modèle de Thévenin :

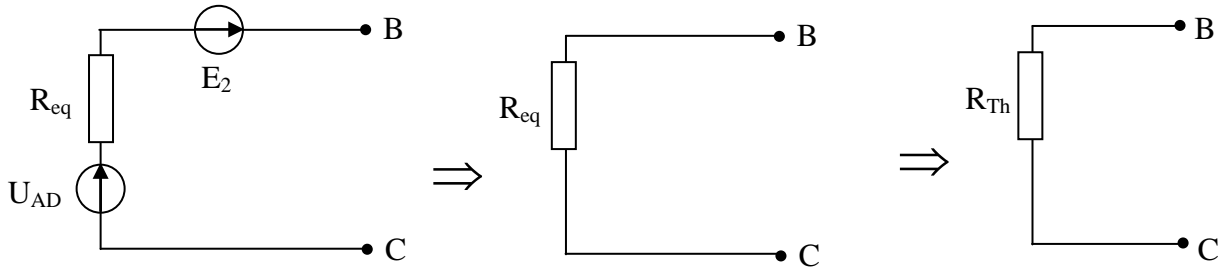


Calcul de la résistance et le générateur de Thévenin ?



- ♦ Résistance de Thévenin R_{Th} :

On remplace E_2 et U_{AD} par des fils :

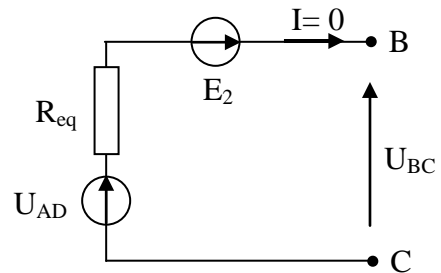


On conclue que : $R_{Th} = R_{eq}$

♦ Générateur de Thévenin E_{Th} :

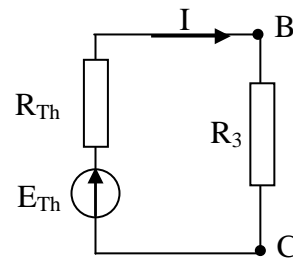
On obtient E_{Th} en calculant la tension entre les bornes B et C en circuit ouvert :

$$E_{Th} = U_{BC} = U_{AD} + E_2$$



➤ Enfin, le courant circulant à travers R_3 vaut :

$$I = \frac{E_{Th}}{R_{Th} + R_3} \Rightarrow I = \frac{U_{AD} + E_2}{R_{eq} + R_3}$$



Application numérique :

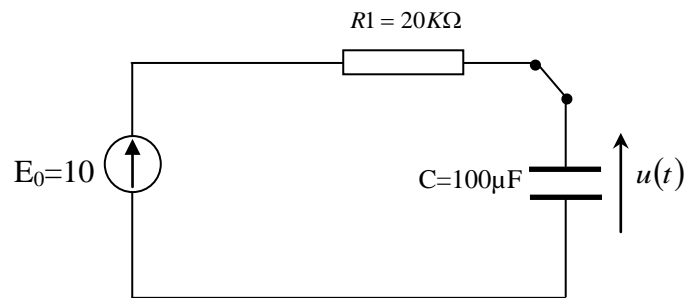
$$I = \frac{10 + 10}{10 + 10} = 1A$$

Chapitre 2 : Réseaux électriques en régime transitoire

Exercice 1

Tracer l'évolution de la tension $u(t)$:

→ A partir de l'instant $t=0$, le commutateur reste dans la position A, le circuit équivalent est représenté sur la figure suivante :



Ce circuit est exactement le même que celui étudié au cours. On peut donc immédiatement écrire :

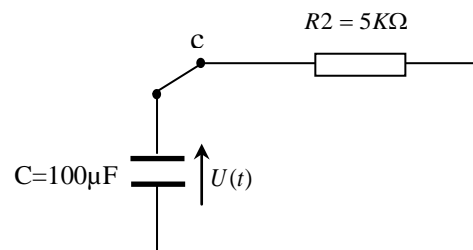
$$u(t) = E_0 \left(1 - e^{-t/\tau_1} \right)$$

Avec : $\tau_1 = R_1 C = 20 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 2s$

Donc :
$$u(t) = 10 \left(1 - e^{-t/2} \right)$$

- Ce circuit classique correspond à la charge d'un condensateur au travers d'une résistance.

→ A $t=10s$, on bascule le commutateur dans la position C. Notre circuit correspond à celui représenté sur la figure ci-dessous.



Nous pouvons considérer l'instant $t=10s$

Comme notre nouvelle origine des temps.

$$U_1 = U(t = 10s) = 10 \left(1 - e^{-\frac{10}{2}} \right) = 9.93 V$$

- On peut considérer qu'au moment du basculement du commutateur sur C, on a en fait $U_1 = E_0 = 10V$, c-à-d que le circuit aura atteint son régime permanent.

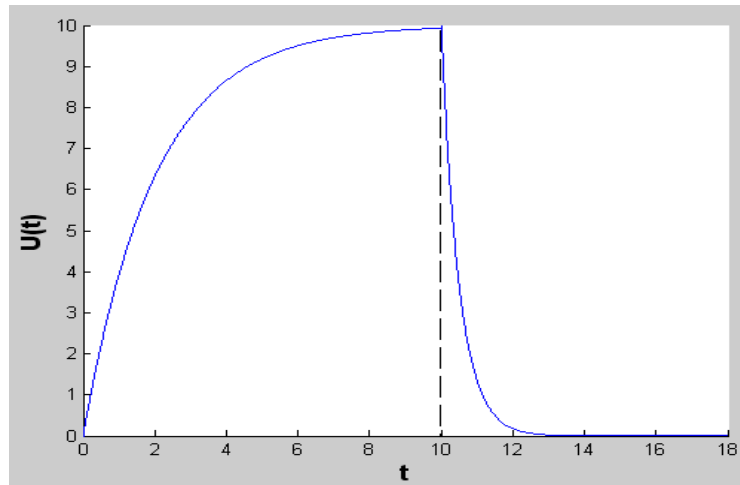
D'après le schéma de la figure (voir le cours) ; on tire :

$$U(t) = E_0 \left(e^{-\frac{t}{\tau_2}} \right)$$

Avec : $\tau_2 = R_2 C = 5 \cdot 10^3 \cdot 100 \cdot 10^{-6} = 0.5s$

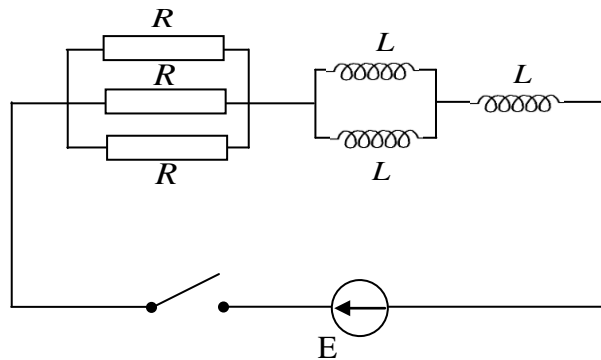
→ $U(t) = 10 \left(e^{-\frac{t}{0.5}} \right) \longrightarrow U(t) = 10e^{-2t}$

Traçons l'évolution de $U(t)$ depuis le basculement initiale du commutateur sur A.



Exercice 2

Donner la loi de variation avec le temps de l'intensité du courant $i(t)$



- On doit premièrement simplifier le circuit :

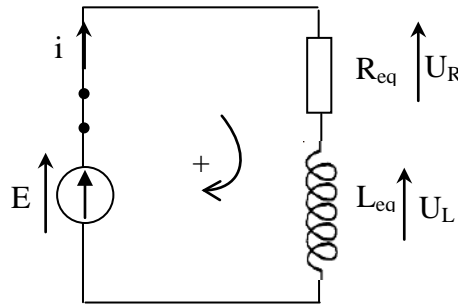
$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{R} + \frac{1}{R} + \frac{1}{R} = \frac{3}{R} \quad \rightarrow \quad R_{eq} = \frac{R}{3} = \frac{6000}{3} = 2000 \, \Omega$$

$$L_{eq} = L + L_{eq1} \quad , \quad L_{eq1} = \frac{1}{\frac{1}{L} + \frac{1}{L}} \quad \rightarrow \quad L_{eq1} = \frac{L}{2}$$

$$\rightarrow L_{eq} = L + \frac{L}{2} = \frac{3}{2}L = \frac{3}{2} \times 30 \, mH = 45 \, mH$$

- Le nouveau circuit équivalent est :

→ à $t=0$, on ferme l'interrupteur :



D'après la loi des mailles :

$$E - U_R - U_L = 0$$

$$U_R + U_L = E$$

$$\text{Tel que : } \begin{cases} U_R = R_{eq} i \\ U_L = L_{eq} \frac{di}{dt} \end{cases}$$

Donc on aura :
$$L_{eq} \frac{di}{dt} + R_{eq} i = E \quad (*)$$

→ Équation différentielle de premier ordre avec second membre et qui admet une solution générale : $i = i_1 + i_2$

$$\begin{cases} i_1 : \text{solution homogène} \\ i_2 : \text{solution particulière} \end{cases}$$

- Solution homogène : solution de l'équation différentielle sans second membre.

$$\rightarrow (*) \leftrightarrow L_{eq} \frac{di}{dt} + R_{eq} i = 0 \rightarrow \frac{di}{dt} = \frac{-R_{eq} i}{L_{eq}} \rightarrow \frac{di}{i} = -\frac{R_{eq}}{L_{eq}}$$

$$\rightarrow \int \frac{di}{i} = -\frac{R_{eq}}{L_{eq}} \int dt \rightarrow \ln i = -\frac{R_{eq} t}{L_{eq}} + cst \rightarrow i_1(t) = e^{-\frac{R_{eq}}{L_{eq}} t + cst}$$

$$\rightarrow i_1(t) = K e^{-\frac{R_{eq}}{L_{eq}} t} \quad \text{ou bien : } \boxed{i_1(t) = k e^{-\frac{t}{\tau}} / \tau = \frac{L_{eq}}{R_{eq}}}$$

- Solution particulière :

à $t \rightarrow \infty$, c-à-d en régime permanent (continu), le courant est constant : $i = cst$

donc la tension entre les bornes de la bobine :
$$U_L = L_{eq} \frac{di}{dt} = 0$$

On aura : $U_R + U_L = E \rightarrow U_R = E \rightarrow R_{eq} i = E \rightarrow i_1 = \frac{E}{R_{eq}}$

- Solution générale : $i(t) = i_1 + i_2$

$$\rightarrow i(t) = k e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R_{eq}}$$

- Détermination de la constant K se fera à l'aide des conditions initiales :

à l'instant $t = 0$, l'intensité du courant est nulle, donc

$$i(t = 0) = 0 \rightarrow ke^0 + \frac{E}{R_{eq}} = 0 \rightarrow k = \frac{-E}{R_{eq}}$$

$$\text{Enfin : } i(t) = \frac{E}{R_{eq}} \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}} \right) \quad \text{avec : } \tau = \frac{L_{eq}}{R_{eq}}$$

Application Numérique : $\frac{E}{R_{eq}} = \frac{6}{2000} = 3 \times 10^{-3}$; $\tau = \frac{L_{eq}}{R_{eq}} = \frac{45 \times 10^{-3}}{2 \times 10^3} = 22,5 \times 10^{-6}$

$$i(t) = 3 \times 10^{-3} \left(1 - e^{\frac{-t}{\tau}} \right) \quad ; \quad \tau = 22,5 \times 10^{-6} \text{ s}$$

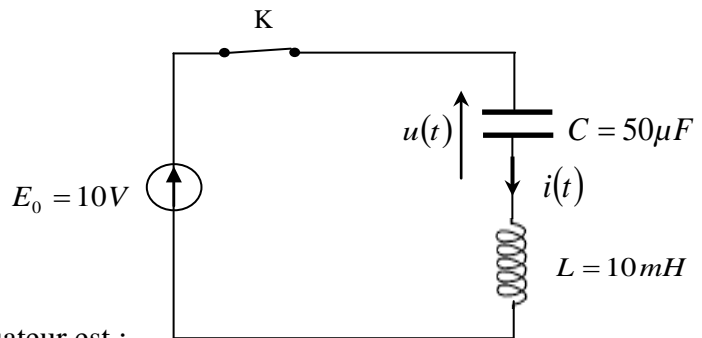
Exercice 3

Déterminer les variations de $U(t)$:

- La tension aux bornes de la bobine

est égale à : $U_L = L \frac{di}{dt}$

Par ailleurs, la tension aux bornes du condensateur est :



$$U(t) = \frac{1}{C} \int i(t) \cdot dt$$

$$\text{Soit } i(t) = C \frac{du}{dt}$$

→ La loi des mailles dans le circuit, après fermeture de l'interrupteur nous donne donc :

$$E_0 = U_L + U(t) = L \frac{di}{dt} + \frac{1}{C} \int i \, dt$$

Soit, en exprimant $i(t)$ en fonction de $U(t)$:

$$E_0 = LC \frac{d^2 U}{dt^2} + U(t) \quad (1)$$

→ Equation différentielle du deuxième (second) ordre avec second membre. On peut l'écrire sous la forme suivante :

$$\boxed{\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 U}{dt^2} + \frac{2\lambda}{\omega_0} \frac{du}{dt} + u(t) = k} \quad (2)$$

Tel que $\begin{cases} \omega_0 : \text{pulsation propre du circuit} \\ \lambda : \text{facteur d'amortissement} \end{cases}$

En comparant les deux équations (1) et (2), on trouve :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad \lambda = 0, \quad k = E_0$$

Donc : (1) \leftrightarrow $\boxed{\frac{1}{\omega_0^2} \frac{d^2 U}{dt^2} + u(t) = E_0}$

Puisque $\lambda = 0$, on écrit directement l'expression de la solution :

$$\boxed{u(t) = k + A \cos \omega_0 t \leftrightarrow u(t) = E_0 + A \cos \left(\frac{t}{\sqrt{LC}} \right)}$$

- Pour déterminer A, on utilise les conditions initiales :

à l'instant $t = 0$, le condensateur n'est pas chargé. La tension à ses bornes est donc nulle :

$$u(t = 0) = E_0 + A = 0 \rightarrow A = -E_0$$

D'où : $\boxed{u(t) = E_0 \left(1 - \cos \left(\frac{t}{\sqrt{LC}} \right) \right)}$

Chapitre 3 : Réseaux électriques en régime Sinusoïdal

Exercice 1

$$\begin{cases} U_{\text{eff}} = 15V & : \text{valeur efficace de la tension} \\ T = 1 \text{ ms} & : \text{période} \end{cases}$$

1- Calculer la valeur maximale de la tension, la fréquence et la pulsation :

$$* u_{\text{max}} = U_m = U_{\text{eff}} \sqrt{2} = 15 \times \sqrt{2} \cong 21.2 \text{ V}$$

$$* f = \frac{1}{T} = \frac{1}{10^{-3}} = 10^3 \text{ Hz}$$

$$* \omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 10^3 = 2000\pi \cong 6283 \text{ rad.s}^{-1}$$

2- Exprimer la tension instantanée :

La valeur instantanée de la tension s'écrit sous la forme suivante :

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) \quad ; \quad \varphi = ?$$

A l'instant $t = 0$, $u = 10 \text{ V}$; donc :

$$u(t = 0) = U_m \cos(\omega(0) + \varphi) = 10$$

$$\rightarrow U_m \cos \varphi = 10$$

$$\rightarrow \cos \varphi = \frac{10}{U_m} = \frac{10}{21.2} \cong 0.4717$$

$$\rightarrow \varphi = \arccos(0.4717) \cong 1.08 \text{ rad}$$

$$\text{enfin : } \boxed{u(t) = 21.2 \cos(2000 \pi t + 1.08)}$$

3- L'amplitude complexe de cette tension :

$$u(t) \Leftrightarrow \underline{U} = U_{eff} \sqrt{2} e^{j(\omega t + \varphi)}$$

$$\boxed{\underline{U} = 21.2 e^{j(2000\pi t + 1.08)}}$$

Exercice 2

- Calculer la somme des trois tensions :

$$U_1(55 \text{ V}, 90^\circ) \quad ; \quad U_2(75 \text{ V}, 45^\circ) \quad ; \quad U_3(100 \text{ V}, 0^\circ)$$

\Rightarrow Chaque tension peut être écrite sous la forme instantanée :

$$u(t) = U_m \cos(\omega(0) + \varphi)$$

\Rightarrow Elle peut être associée à un nombre complexe :

$$\underline{U} = U_m e^{j(\omega t + \varphi)} = U_m [\cos(\omega t + \varphi) + j \sin(\omega t + \varphi)]$$

\Rightarrow Pour faciliter les calculs, on réduit l'expression du nombre complexe

$$\boxed{\underline{U} = U_m e^{j\varphi} = U_m (\cos \varphi + j \sin \varphi)} \quad \text{ / } (\omega t) \text{ est toujours constante (même fréquence).}$$

$$U_1(55 \text{ V}, 90^\circ) \Leftrightarrow \underline{U}_1 = 55 e^{j(\pi/2)} = 55 \left(\cos \frac{\pi}{2} + j \sin \frac{\pi}{2} \right) = 55j$$

$$U_2(75 \text{ V}, 45^\circ) \Leftrightarrow \underline{U}_2 = 75 e^{j(\pi/4)} = 75 \left(\cos \frac{\pi}{4} + j \sin \frac{\pi}{4} \right) = 75 \left(\frac{\sqrt{2}}{2} + j \frac{\sqrt{2}}{2} \right) = 75 \frac{\sqrt{2}}{2} (1 + j)$$

$$U_3(100 \text{ V}, 0^\circ) \Leftrightarrow \underline{U}_3 = 100 e^{j(0)} = 100(\cos 0 + j \sin 0) = 100$$

la somme des tensions :

$$\begin{aligned}\underline{U}_{tot} &= \underline{U}_1 + \underline{U}_2 + \underline{U}_3 = \left(100 + \frac{75\sqrt{2}}{2}\right) + j \left(55 + \frac{75\sqrt{2}}{2}\right) = 153.03 + j 108.03 \\ &= U_m e^{j\varphi} = |\underline{U}_{tot}| e^{j(\arg \underline{U}_{tot})}\end{aligned}$$

le module du nombre complexe : $|\underline{U}_{tot}| = \sqrt{(153.03)^2 + (108.03)^2} = 187.32$

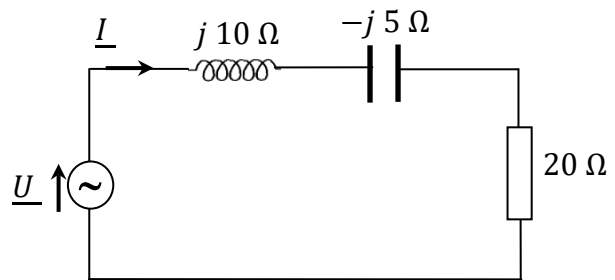
l'argument est obtenu par la relation : $\varphi = \arctg\left(\frac{108.03}{153.03}\right) = 0.615 \text{ rad}$

enfin, on peut en déduire la valeur instantanée de la sommes des tension :

$$u_{tot}(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi) = 187.32 \cos(\omega t + 0.615)$$

Exercice 3

Les composants de ce circuit sont directement caractérisés par leurs valeurs complexes.



1- Calculer la valeur maximale I_m du courant I :

* on calcule tout d'abord l'impédance complexe équivalente Z_{eq} :

$$Z_{eq} = Z_R + Z_L + Z_C = 20 + j10 - j5 = 20 + j5$$

* on a : $\underline{U} = Z_{eq} \underline{I} \Rightarrow \underline{I} = \frac{\underline{U}}{Z_{eq}} \quad (*)$

* donc le module de \underline{I} : $|\underline{I}| = \frac{|\underline{U}|}{|Z_{eq}|} \Rightarrow I_m = \frac{U_m}{|Z_{eq}|} = \frac{U_{eff} \cdot \sqrt{2}}{|Z_{eq}|}$

AN : $I_m = \frac{U_{eff} \cdot \sqrt{2}}{|Z_{eq}|} = \frac{100 \cdot \sqrt{2}}{\sqrt{20^2 + 5^2}} = 6.84 \text{ A} \Rightarrow I_m = 6.84 \text{ A}$

2- Calculer la phase du courant I :

les valeurs complexes du courant et de la tension sont de la forme :

$$\begin{cases} \underline{U} = U_m e^{j(\omega t + \varphi_u)} \\ \underline{I} = I_m e^{j(\omega t + \varphi_i)} \end{cases} \xrightarrow[\text{réduite}]{\text{forme}} \begin{cases} \underline{U} = U_m e^{j\varphi_u} \Rightarrow \arg(\underline{U}) = \varphi_u = 0 \\ \underline{I} = I_m e^{j\varphi_i} \Rightarrow \arg(\underline{I}) = \varphi_i \end{cases}$$

- Puisque la tension \underline{U} est à l'origine des phases : $\varphi_u = 0 \leftrightarrow \underline{U} = U_m$
- D'après la relation précédente (*) :

$$\underline{I} = \frac{\underline{U}}{Z_{eq}} \rightarrow \arg(\underline{I}) = \arg(\underline{U}) - \arg(Z_{eq})$$

$$\Rightarrow \varphi_i = 0 - \arctg\left(\frac{5}{20}\right) = -\arctg(-0.25) = -0.24$$

$$\boxed{\varphi_i = -0.24 \text{ (rad)}}$$

3- L'expression temporelle du courant $i(t)$ et de la tension $u(t)$:

$$u(t) = U_m \cos(\omega t + \varphi_u) = U_{eff} \sqrt{2} \cos(\omega t + \varphi_u) = 100\sqrt{2} \cos(2\pi f \cdot t + 0)$$

$$\boxed{u(t) = 100\sqrt{2} \cos(100\pi t)}$$

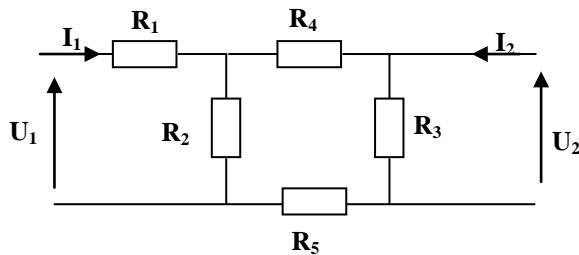
Chapitre 4 : Quadripôles passifs - Filtres

Exercice 1

Déterminer les paramètres \mathbf{Z} du réseau suivant :

➤ On a les équations du quadripôle :

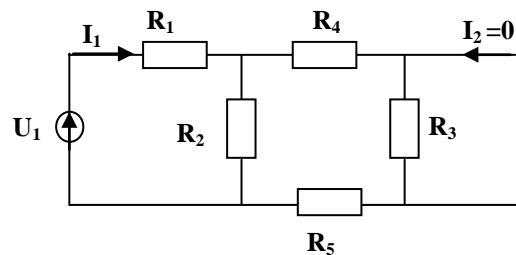
$$\begin{cases} U_1 = Z_{11} I_1 + Z_{12} I_2 \\ U_2 = Z_{21} I_1 + Z_{22} I_2 \end{cases}$$



➤ On ouvre les bornes de la sortie : $I_2 = 0$ (sortie en circuit ouvert)

$$\diamond Z_{11} = \left. \frac{U_1}{I_1} \right|_{I_2=0} = Z_{eq} = R_{eq}$$

$$R_{eq} = R_1 + R_2 \parallel (R_3 + R_4 + R_5)$$



$$\boxed{R_{eq} = R_1 + \frac{R_2 (R_3 + R_4 + R_5)}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} = Z_{11}}$$

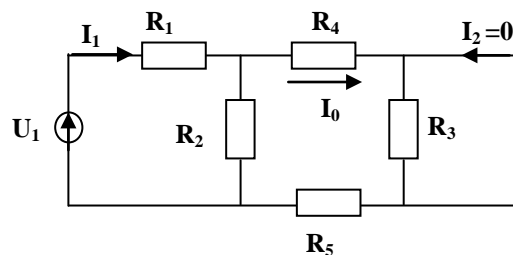
AN :

$$R_{eq} = 6 + \frac{3(1+4+1)}{3+1+4+1} = 8 \Omega$$

$$\boxed{Z_{11} = R_{eq} = 8 \Omega}$$

$$\diamond Z_{21} = \left. \frac{U_2}{I_1} \right|_{I_2=0}$$

$$\text{On a : } U_2 = R_3 I_0$$



En utilisant le pont diviseur de courant, on obtient la valeur de I_0 :

$$I_0 = \frac{R_2}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} I_1$$

Donc :

$$U_2 = \frac{R_3 R_2}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5} I_1 \Rightarrow \boxed{Z_{21} = \frac{U_2}{I_1} = \frac{R_3 R_2}{R_2 + R_3 + R_4 + R_5}}$$

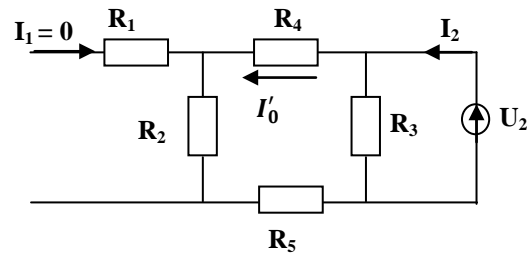
$$\text{AN : } Z_{21} = \frac{1 \times 3}{3+1+4+1} = \frac{1}{3} \Omega \Rightarrow \boxed{Z_{21} = \frac{1}{3} \Omega}$$

➤ Maintenant, pour calculer les deux autres paramètres il faut ouvrir les bornes d'entrée $I_1=0$ (entrée en circuit ouvert) :

$$\diamond Z_{22} = \left. \frac{U_2}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$Z_{22} = R'_{eq} = R_3 \parallel (R_2 + R_4 + R_5)$$

$$\boxed{Z_{22} = \frac{R_3 (R_2 + R_4 + R_5)}{R_3 + R_2 + R_4 + R_5}}$$



AN :

$$Z_{22} = \frac{1(3+4+1)}{1+3+4+1} = \frac{8}{9} \Omega \Rightarrow \boxed{Z_{11} = \frac{8}{9} \Omega}$$

$$\diamond Z_{12} = \left. \frac{U_1}{I_2} \right|_{I_1=0}$$

$$\text{On a : } U_1 = R_2 I'_0$$

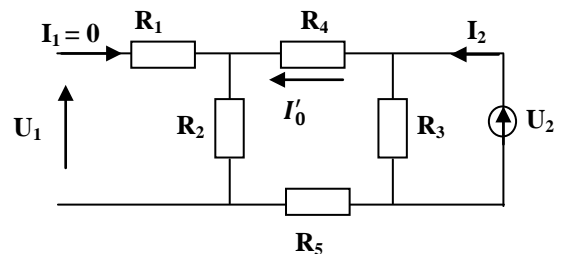
En utilisant le pont diviseur de courant, on obtient :

$$I'_0 = \frac{R_3}{R_3 + R_2 + R_4 + R_5} I_2$$

Donc :

$$U_1 = \frac{R_3 R_2}{R_3 + R_2 + R_4 + R_5} I_2 \Rightarrow \boxed{Z_{12} = \frac{U_1}{I_2} = \frac{R_3 R_2}{R_3 + R_2 + R_4 + R_5}}$$

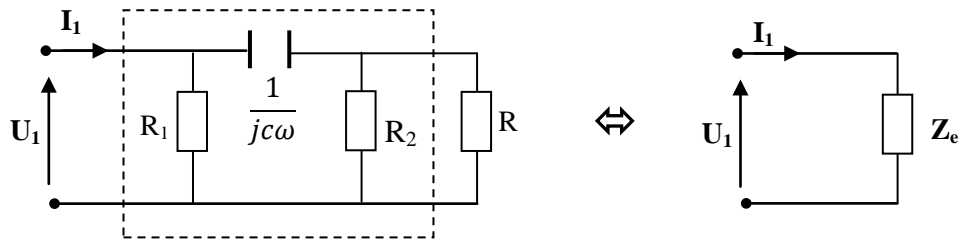
$$\text{Application Numérique : } Z_{12} = \frac{3 \times 1}{1+3+4+1} = \frac{1}{3} \Omega \Rightarrow \boxed{Z_{21} = \frac{1}{3} \Omega = Z_{12}}$$



Exercice 2

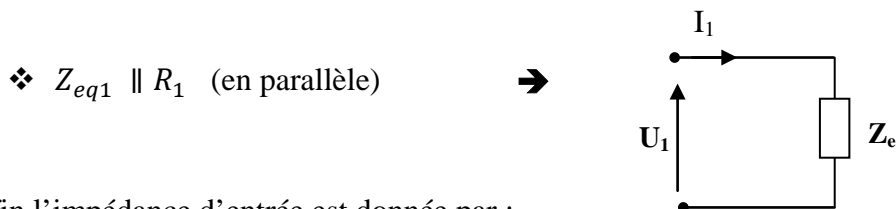
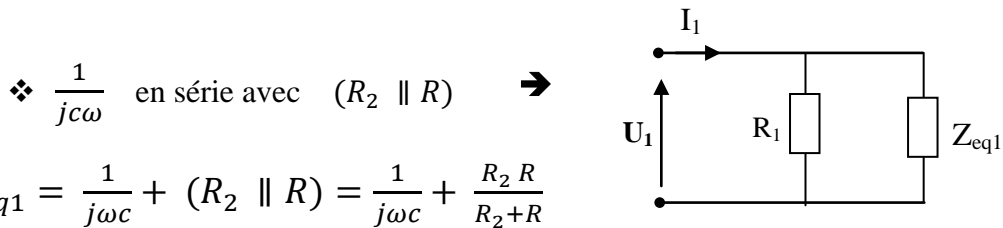
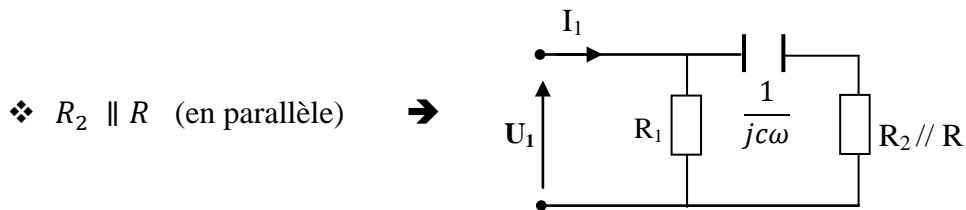
Déterminer l'impédance d'entrée Z_e du quadripôle :

En notation complexe le circuit devient



Calculons maintenant l'impédance d'entrée : $Z_e = \frac{U_1}{I_1}$

Il s'agit tout simplement de calculer l'impédance équivalente vue des bornes d'entrée :



enfin l'impédance d'entrée est donnée par :

$$Z_e = (Z_{eq1} \parallel R_1) = \frac{R_1 Z_{eq1}}{R_1 + Z_{eq1}} = \frac{R_1 \left(\frac{1}{j\omega C} + \frac{R_2 R}{R_2 + R} \right)}{R_1 + \frac{1}{j\omega C} + \frac{R_2 R}{R_2 + R}}$$

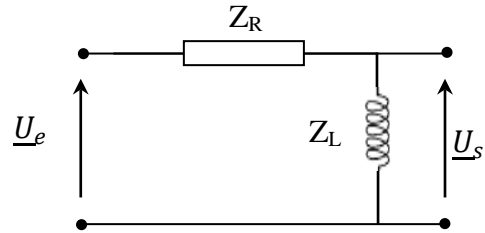
$$Z_e = \frac{R_1 R_2 R C \omega - j R_1 (R_2 + R)}{(R_1 R_2 + R_1 R + R_2 R) C \omega - j (R_2 + R)}$$

Exercice 3▪ **Fonction de transfert**

$$\underline{U}_s = \frac{Z_L}{Z_R + Z_L} \underline{U}_e = \frac{jL\omega}{R + jL\omega} \underline{U}_e = \frac{1}{1 + j \frac{R}{L\omega}} \underline{U}_e$$

(Pont diviseur de tension)

$$\Rightarrow \underline{H} = \frac{\underline{U}_s}{\underline{U}_e} = \frac{jL\omega}{R + jL\omega} = \frac{1}{1 + j \frac{R}{L\omega}}$$

▪ **Amplitude $G(\omega)$ et phase $\varphi(\omega)$:**

Soit :

$$G(\omega) = |\underline{H}| = \frac{L\omega}{\sqrt{R^2 + (L\omega)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{L\omega}\right)^2}}$$

et

$$\begin{aligned} \varphi(\omega) &= \arg(\underline{H}) = \arg(jL\omega) - \arg(R + jL\omega) = \arctg(\infty) - \arctg\left(\frac{L\omega}{R}\right) \\ &= \frac{\pi}{2} - \arctan\left(\frac{L\omega}{R}\right) \end{aligned}$$

▪ **Pulsation de coupure ω_c**

$$\Rightarrow \text{on a : } G(\omega_c) = \frac{G_{\max}}{\sqrt{2}} \quad G_{\max} = ?$$

$$G(\omega) = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{L\omega}\right)^2}} \quad \text{donc : } G \nearrow \Rightarrow \left(\frac{R}{L\omega}\right) \searrow 0 \Rightarrow \omega \nearrow \Rightarrow \omega \rightarrow \infty \quad (\text{filtre passe-haut})$$

$$G_{\max} = G(\omega \rightarrow \infty) = 1$$

$$G(\omega_c) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{R}{L\omega_c}\right)^2}} \Rightarrow 2 = 1 + \left(\frac{R}{L\omega_c}\right)^2$$

$$\Rightarrow \boxed{\omega_c = R/L} \quad \text{fréquence de coupure}$$

▪ **Expression du gain G_{dB} et de la phase φ en fonction de ω et ω_c :**

$$\underline{H} = \frac{1}{1 + j \frac{\omega_c}{\omega}} \Rightarrow G = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega}\right)^2}}$$

➤ Le gain G_{dB} :

$$G_{dB} = 20 \log G = 20 \log \left(\frac{1}{\sqrt{1 + (\omega_c/\omega)^2}} \right) = -10 \log \left(1 + \left(\frac{\omega_c}{\omega} \right)^2 \right)$$

➤ La phase : $\varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan \left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)$

▪ **Diagramme de Bode**

On fait intervenir la pulsation réduite $x = \omega/\omega_c$:

$$\begin{cases} G_{dB} = -10 \log \left(1 + \frac{1}{\left(\frac{\omega}{\omega_c} \right)^2} \right) = -10 \log \left(1 + \frac{1}{x^2} \right) = -10 \log (1 + x^{-2}) \\ \varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan x \end{cases}$$

➤ **Asymptotes de la réponse en gain :**

$$x \rightarrow 0^+ \Rightarrow G_{dB} \cong -\log x^{-2} = +20 \log x \quad (\text{asymptote oblique, de pente } 20\text{dB par décade})$$

$$x \rightarrow \infty \Rightarrow G_{dB} \cong -10 \log 1 = 0 \quad (\text{asymptote horizontale})$$

➤ **Asymptote de la réponse en phase :**

$$x \rightarrow 0 \Rightarrow \varphi \rightarrow \frac{\pi}{2} - \arctg(0) = \frac{\pi}{2}$$

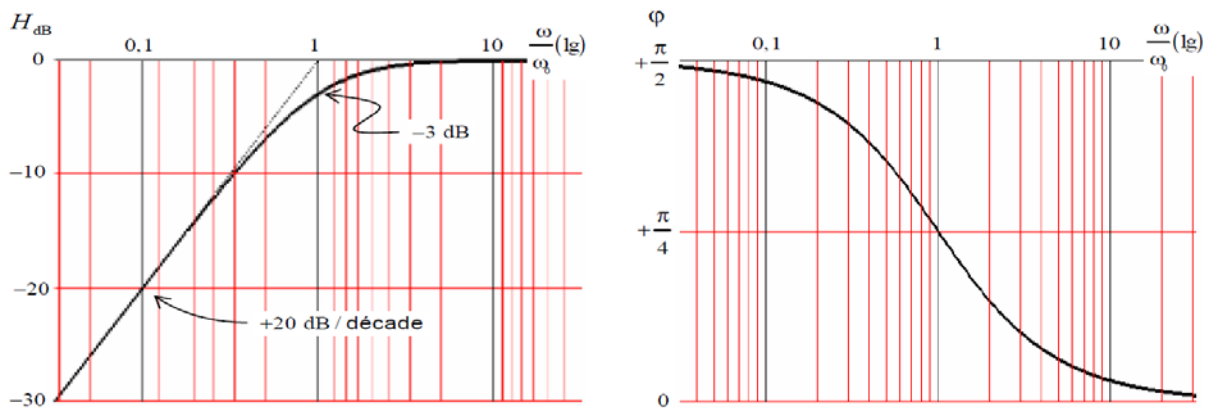
$$x \rightarrow \infty \Rightarrow \varphi \rightarrow 0$$

- Aux très basses fréquences, le gain G_{dB} est une droite de pente +20dB/décade. Aux très hautes fréquences, le gain est confondu avec l'axe $0x$.
- La phase admet pour asymptote $\varphi = \pi/2$ en basse fréquence et $\varphi = 0$ en hautes fréquences.
- Sachant que $G_{dB}(\omega_c) = -3\text{dB}$ et $\varphi(\omega_c) = +\pi/4$ pour $x = 1$ ($\omega = \omega_c$), on peut représenter le diagramme de Bode comme suit :

$$\begin{cases} G_{dB} = -10 \log(1 + x^{-2}) \\ \varphi = \frac{\pi}{2} - \arctan x \end{cases}$$

x	10^{-2}	10^{-1}	1	10	100
G_{dB}	-40	- 20	- 3	- 0.04	- 0.00043
φ	89.43°	84.29°	45.02°	5.71°	0.57°
	1.561 rd	1.471 rd	0.785 rd	0.099 rd	0.0099 rd

Le diagramme de Bode :

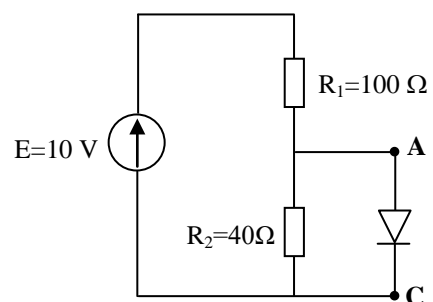


Chapitre 5 : Diodes à semiconducteur

Exercice 1

➤ Déterminer l'état passant ou bloqué de la diode :

- La meilleure technique pour rechercher si une diode est passante consiste à supposer à priori que la diode est bloquée. Si tel est le cas, ceci est très facile à vérifier ; si elle est passante, on aboutit très vite à une absurdité qui montre qu'elle ne peut pas être bloquée.
- Supposons donc que la diode soit bloquée. Dans ce cas, aucun courant ne circule dans la diode et les deux résistances forment un diviseur de tension :



On a donc :

$$V_A = \frac{R_2}{R_1 + R_2} E = \frac{40}{140} \times 10 \text{ V} = 2,8 \text{ V}$$

La diode présenterait donc une différence de potentiel à ses bornes de 2,8 V, ce qui est impossible. La diode est donc passante et présente à ses bornes une différence de potentiel de 0,7 V.

➤ Déterminer le courant I qui traverse la diode passante :

Calculons maintenant le courant I dans la diode. Soit I_1 le courant dans R_1 et I_2 le courant dans R_2 . Orientons ces trois courants vers le bas.

$$\text{On a donc : } I_1 = \frac{E + V_A}{R_1} = \frac{10 - 0,7}{100} = 93 \text{ mA} \quad \text{et} \quad I_2 = \frac{V_A}{R_2} = \frac{0,7}{40} = 17,5 \text{ mA}$$

$$\text{D'après la loi des nœuds en A : } \boxed{I = I_1 - I_2 = 75,5 \text{ mA}}$$

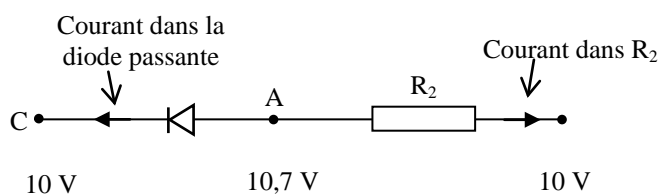
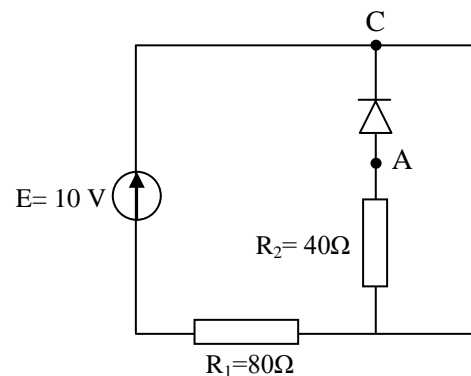
Exercice 2

➤ Déterminer l'état passant ou bloqué de la diode :

- En utilisant la même technique que dans l'exercice 1, supposons que la diode soit bloquée. Aucun courant ne circule dans la résistance R_2 . Le circuit se résume à une simple maille. Comme il n'y a pas de chute de potentiel aux bornes de R_2 , l'anode et la cathode de la diode sont aux mêmes potentiels. La tension V aux bornes de la diode est nulle, ce qui est tout à fait cohérent avec le fait que la diode soit bloquée.

- Si on suppose que la diode est passante, on a obligatoirement $V_A - V_C = 0,7 \text{ V}$;

Or $V_C = 10 \text{ V} \Rightarrow V_A = 10,7 \text{ V}$, ce qui donnerait la configuration suivante :



qui est manifestement impossible. La diode est donc bien bloquée.

- Si l'hypothèse diode bloquée ne conduit pas à une absurdité, il vaut mieux, comme ici, vérifier que l'hypothèse diode passante est fausse avant de conclure.

Bibliographie

1. **Cours d'Electronique**, Hammoud Ladjouze, Office des Publications Universitaires 2010.
2. **Manuel d'Electronique Appliquée (tome 1)**, Boualem Sansal, La Cédrais
3. **Electrocinétique**, Jean Dervieux et Jean-Pierre Simond, Ellipses 2005.
4. **Electronique**, Gilles Choisy, Ellipses 2003.
5. **Electricité générale**, Tahar Neffati, Dunod 2003.
6. **Electricité – Electromagnétisme**, Frédéric Bancel, Dunod 1999.
7. **Electrocinétique – Electronique**, Dominique Meier, Dominique Irlinger et Olivier Kempf, Ellipses 1998.
8. **Electrocinétique et Electronique**, Jean-Pierre Faroux et Jacque Renault, Dunod 1997.
9. **Electrocinétique**, Hubert Lumbroso, Dunod 1996.
10. **Exercices et problèmes d'Electricité générale**, Yves Granjon, Dunod 2003.
11. **Exercices sur les circuits électriques**, Yves Granjon, Masson 1997.
12. **Cours EEA2**, Université Montpellier II : UFR Sciences.

Sites internet consultés :

13. http://www.physique-appliquee.net/physique/sinus/sinus_cours/regsinus.html.