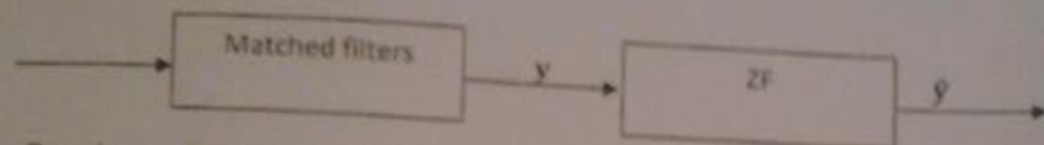


INTERROGATION 1

Dans un système CDMA ayant un facteur d'étalement $SF=16$, les utilisateurs sont détectés à l'aide d'un récepteur Décorrélateur (ZF) (schéma ci-dessous).



Dans la matrice d'inter-corrélation R , le facteur d'inter corrélation entre les codes d'étalements différents est $1/\sqrt{SF}$. Si on considère trois (03) utilisateurs, donner la matrice R .

Le vecteur b des données transmises par les 3 utilisateurs est $b = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix}$ ou $b_i = \pm 1$.

Le vecteur du bruit AWGN $(0, N_0)$ est $n = \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$. La matrice des énergies des données A est

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & 0 & 0 \\ 0 & A_2 & 0 \\ 0 & 0 & A_3 \end{bmatrix}$$

Donner l'expression du vecteur $y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix}$ représentant les sorties du matched filters en fonction de R , b et n .

En déduire l'expression du signal reçu y_1 de l'utilisateur 1.

Donner sa moyenne $E\{y_1\}$ sachant que la moyenne des signaux interférents est nulle.

Donner sa variance $E\{y_1^2\}$ sachant que les signaux interférents, le bruit et le signal utile sont indépendants.

Donner l'expression du SIR (rapport signal sur interférence) pour l'utilisateur 1, sachant que :

$$SIR = \frac{(E\{y_1\})^2}{E\{y_1^2\} - (E\{y_1\})^2}$$

Donner l'expression du signal \hat{y} reçu après décorrélation.

10/- $R = \begin{bmatrix} 1 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1 \end{bmatrix}$ \rightarrow Interrelation

20/- $y = RAB + n$

$y = \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1/4 & 1/4 \\ 1/4 & 1 & 1/4 \\ 1/4 & 1/4 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ A_2 \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$

$(3,3)$ $(3,3)$

30/- Pour y_1 de l'utilisateur 1. donc on peut calculer la matrice multiplication $(3,3)$

$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 & A_2/4 & A_3/4 \\ A_1/4 & A_2 & A_3/4 \\ A_1/4 & A_2/4 & A_3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$

$RA (3 \times 3)$ $(3 \times 1) \Rightarrow$ on peut calculer le produit \rightarrow taille du résultat.

$\begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \\ y_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_1 b_1 + \frac{A_2}{4} b_2 + \frac{A_3}{4} b_3 \\ A_1/4 b_1 + A_2 b_2 + \frac{A_3}{4} b_3 \\ \frac{A_1}{4} b_1 + \frac{A_2}{4} b_2 + A_3 b_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} n_1 \\ n_2 \\ n_3 \end{bmatrix}$

$\Rightarrow y_1 = A_1 b_1 + \frac{A_2}{4} b_2 + \frac{A_3}{4} b_3 + n_1$

Interrogation
Système
Emergent

HA-SIT
2014/2015

$$4/- E\{y_1\} = E\left\{A_1 b_1 + \frac{A_2}{4} b_2 + \frac{A_3}{4} b_3 + n_1\right\}$$

$$E\{y_1\} = E\{A_1 b_1\} + E\left\{\frac{A_2}{4} b_2\right\} + E\left\{\frac{A_3}{4} b_3\right\} + E\{n_1\}$$

* Interference = 0 et AWGN = 0

$$E\{y_1\} = E\{A_1 b_1\} = A_1 E\{b_1\} \Rightarrow E\{y_1\} = A_1$$

$$5/- E\{y_1^2\} = E\left\{\left(A_1 b_1 + \frac{A_2}{4} b_2\right)^2 + \left(\frac{A_3}{4} b_3 + n_1\right)^2 + 2\left(A_1 b_1 + \frac{A_2}{4} b_2\right)\left(\frac{A_3}{4} b_3 + n_1\right)\right\}$$

$$E\{y_1^2\} = E\left\{\left(A_1^2 b_1^2 + \frac{A_2^2}{16} b_2^2 + \frac{A_1 A_2}{2} b_1 b_2\right) + \left(\frac{A_3^2}{16} b_3^2 + n_1^2 + \frac{A_3}{2} b_3 n_1\right) + \frac{A_1 A_3}{2} b_1 b_3 + 2A_1 b_1 n_1 + \frac{A_2 A_3}{4} b_2 b_3 + \frac{A_2}{2} b_2 n_1\right\}$$

$$E\{y_1^2\} = E\left\{A_1^2 b_1^2 + n_1^2 + 2A_1 b_1 n_1\right\} = E\{A_1^2 b_1^2\} + E\{n_1^2\} + 2E\{A_1 b_1 n_1\}$$

$$E\{n_1^2\}$$

$$4/- E\{y_1\} = E\left\{A_1 b_1 + \frac{A_2}{4} b_2 + \frac{A_3}{4} b_3 + n_1\right\}$$

$$E\{y_1\} = E\{A_1 b_1\} + E\left\{\frac{A_2}{4} b_2\right\} + E\left\{\frac{A_3}{4} b_3\right\} + E\{n_1\}$$

* Interference = 0 et AWGN = 0

$$E\{y_1\} = E\{A_1 b_1\} = A_1 E\{b_1\} \Rightarrow E\{y_1\} = A_1$$

$$5/- E\{y_1^2\} = E\left\{\left(A_1 b_1 + \frac{A_2}{4} b_2\right)^2 + \left(\frac{A_3}{4} b_3 + n_1\right)^2 + 2\left(A_1 b_1 + \frac{A_2}{4} b_2\right)\left(\frac{A_3}{4} b_3 + n_1\right)\right\}$$

$$E\{y_1^2\} = E\left\{\left(A_1^2 b_1^2 + \frac{A_2^2}{16} b_2^2 + \frac{A_1 A_2}{2} b_1 b_2\right) + \left(\frac{A_3^2}{16} b_3^2 + n_1^2 + \frac{A_3}{2} b_3 n_1\right) + \frac{A_1 A_3}{2} b_1 b_3 + 2A_1 b_1 n_1 + \frac{A_2 A_3}{4} b_2 b_3 + \frac{A_2}{2} b_2 n_1\right\}$$

$$E\{y_1^2\} = E\left\{A_1^2 b_1^2 + n_1^2 + 2A_1 b_1 n_1\right\} = E\{A_1^2 b_1^2\} + E\{n_1^2\} + 2E\{A_1 b_1 n_1\}$$

$$E\{n_1^2\}$$

$$E\{y_1^2\} = E\{A_1^2 b_1^2\} + \frac{N_0}{2}$$

$$\Rightarrow E\{y_1^2\} = A_1^2 E\{b_1^2\} + \frac{N_0}{2}$$

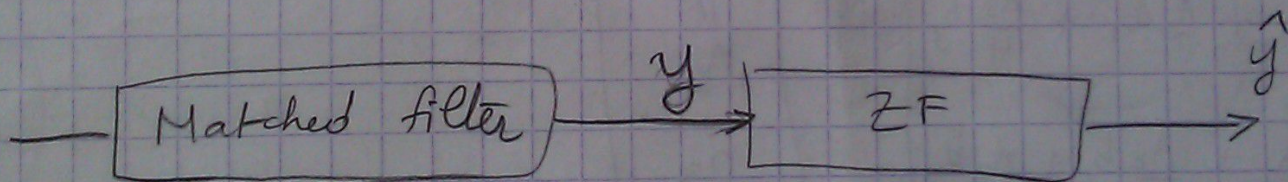
6/- SIR = $\frac{(E\{y_1\})^2}{E\{y_1^2\} - (E\{y_1\})^2}$

\Downarrow
 $E\{y_1^2\} = A_1^2 + \frac{N_0}{2}$

$$SIR = \frac{A_1^2}{E\{A_1^2 + \frac{N_0}{2}\} - A_1^2} \Rightarrow$$

$$SIR = \frac{2A_1^2}{N_0}$$

7/-



$$\hat{y} = R^{-1} y$$

fin