

Examen Final

Exercice 1(10 pts)

La réponse impulsionnelle d'un canal à trajets multiples est donnée par :

$h(t) = 0.6\delta(t) + 0.3\delta(t - T) + 0.2\delta(t - 2T)$ ou T est la période symbole et δ l'impulsion de Dirac.

- 1- Donner l'expression du signal reçu $r(t)$, lorsqu'un signal $s(t)$ est émis à travers ce canal.
- 2- Donner l'expression de la fonction de transfert $H(f)$.
- 3- Calculer le signal reçu lorsque la séquence suivante $s(t) : -1-1+1+1$ est transmise (on négligera le bruit $n(t)$).
- 4- Tracer le signal reçu en fonction de t/T .
- 5- Conclure.

En supposant qu'une station de base (BS) communique (à travers le canal h) avec deux mobiles (MS) en transmettant les deux codes d'étalement $t_1(n) = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$ et $t_2(n) = [1 \ -1 \ 1 \ -1]$.

6- $t_1(n)$ et $t_2(n)$ sont-ils orthogonaux ?

En ne tenant compte que des deux premières composantes du canal h et en négligeant le bruit.

- 7- Calculer le signal reçu r_1 lorsque t_1 est transmis.
- 8- Calculer le signal reçu r_2 lorsque t_2 est transmis.
- 9- Calculer les coefficients de corrélation ρ (respectivement) entre r_1 et t_1 , r_1 et t_2 , r_2 et t_1 , r_2 et t_2 .
- 10- Calculer les coefficients de corrélation ρ entre r_1 et r_2 . Conclure.

Exercice 2(10 pts)

Dans un système CDMA, le facteur d'étalement est $SF=256$. Le débit binaire est $R= 15 \text{ kbit/s}$.

- 1- Donner le taux d'étalement W en chips/s. En déduire la durée chip T_c . Donner la période bit T_b .
- 2- Qu'est ce qui limite la capacité d'un système CDMA ?
- 3- En CDMA que signifie le terme MAI ?
- 4- En supposant que la puissance du signal reçu au niveau de la station de base (BS) est la même pour tous les utilisateurs (P_n pour chaque utilisateur) :
 - donner l'expression de l'Energie par bit E_b .
 - donner l'expression des MAI en fonction de P_n et du nombre d'utilisateurs K .
- 5- En supposant que les MAI sont caractérisés comme un processus AWGN de moyenne nulle :
 - donner la densité de bruit N_0 reçu par chaque utilisateur.
- 6- Combien d'utilisateurs K , une cellule peut desservir, quand le niveau de performance requis $SIR=9 \text{ dB}$. (SIR =Signal to interference ratio).

$$h(t) = 0,6 \delta(t) + 0,3 \delta(t-T) + 0,2 \delta(t-2T)$$

1) $r(t) = h(t) * s(t)$

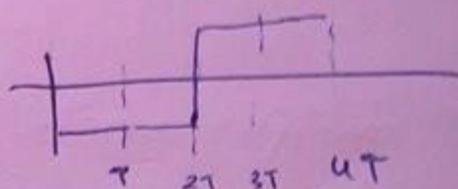
$$r(t) = 0,6 s(t) + 0,3 s(t-T) + 0,2 s(t-2T)$$

2) la fonction de transfert $H(f)$:

$$H(f) = 0,6 + 0,3 e^{-2\pi i f T} + 0,2 \cdot e^{-4\pi i f T}$$

3)

$$s(t) = -1 \quad -1 \quad +1 \quad +1$$



a) pour $t = T$:

$$r(T) = 0,6 s(T) = 0,6 \times (-1) = -0,6$$

b) pour $t = 2T$:

$$r(t) = 0,6 s(2T) + 0,3 s(T) = 0,6 \times (-1) + 0,3 \times (-1)$$

$$r(t) = -0,9$$

c) pour $t = 3T$:

$$r(t) = 0,6 s(3T) + 0,3 s(2T) + 0,2 s(T)$$

$$r(t) = 0,6 \times (1) + 0,3 \times (-1) + 0,2 \times (-1)$$

$$r(t) = 0,1$$

d) pour $t = 4T$:

$$r(t) = 0,6 s(4T) + 0,3 s(3T) + 0,2 s(2T)$$

$$r(t) = 0,6 \cdot (1) + 0,3 \times (1) + 0,2 \times (-1)$$

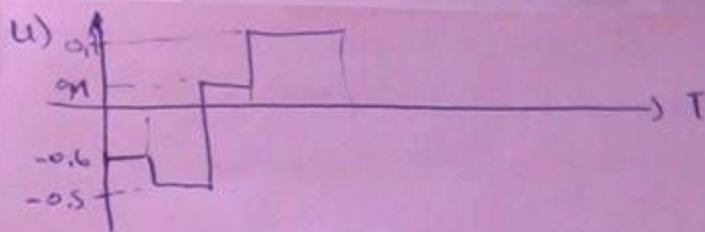
$$r(t) = 0,7$$

réponse impulsionnelle d'un canal à trajets multiples est donnée par $r(t) = 0.6\delta(t) + 0.3\delta(t-T) + 0.2\delta(t-2T)$, où T est la période symbolique et δ l'impulsion Dirac.

- 1- Donner l'expression du signal reçu $r(t)$, lorsqu'un signal $s(t)$ est émis à travers ce canal.
 - 2- Donner l'expression de la fonction de transfert $H(f)$.
 - 3- Calculer le signal reçu lorsque la séquence suivante $s(t) : -1-1+1+1$ est transmise (on négligera le bruit $n(t)$).
- Tracer le signal reçu en fonction de t/T .
Conclure

$2T$)

$(t-2T)$



r) conclusion:

~~on remarque absence de multi-trajet~~

on remarque que le signal reçu n'est le même que celui envoyé, il y a des pertes causées par les multi-trajets "atténuation d'amplitude"

6) t_1 et t_2 sont orthogonaux !!

t_1 et t_2 sont orthogonaux si: $t_1 \cdot t_2^T = 0$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = 0 \Rightarrow \text{donc } t_1 \text{ et } t_2 \text{ sont orthogonaux.}$$

- $h(t) = 0.6\delta(t) + 0.3\delta(t-T)$

7) $t_n = [1 \ 1 \ 1 \ 1]$; $r_n(t) = 0.6 \delta_n(t) + 0.3 \delta_n(t-T)$

→ pr $t = T$:

$$r_n(t) = 0.6 \delta_n(T) = 0.6 \times (1) = 0.6$$

→ pr $t = 2T$:

$$r_n(t) = 0.6 \times \delta_n(2T) + 0.3 \delta_n(T) = 0.6 + 0.3 = 0.9$$

→ pr $t = 3T$:

$$r_n(t) = 0.6 \delta_n(3T) + 0.3 \delta_n(2T) = 0.6 + 0.3 = 0.9$$

(2)

Pr $t = 4T$:

$$r_1(t) = 0,6 t_1(4T) + 0,3 t_1(3T) = 0,6 + 0,3 = 0,9$$

g) $t_2 = (1 \ -1 \ 1 \ -1)$

$$r_2(t) = 0,6 t_2(t) + 0,3 t_2(t-T)$$

→ Pr $t = T$:

$$r_2(t) = 0,6 t_2(T) = 0,6 \times 1 = 0,6$$

→ Pr $t = 2T$:

$$\begin{aligned} r_2(t) &= 0,6 t_2(2T) + 0,3 t_2(T) = \\ &= 0,6 \times (-1) + 0,3(1) = -0,3 \end{aligned}$$

→ Pr $t = 3T$:

$$\begin{aligned} r_2(t) &= 0,6 t_2(3T) + 0,3 t_2(2T) \\ &= 0,6 \times (1) + 0,3(-1) = 0,3 \end{aligned}$$

→ Pr $t = 4T$:

$$\begin{aligned} r_2(t) &= 0,6 t_2(4T) + 0,3 t_2(3T) \\ &= 0,6(-1) + 0,3(1) = -0,3 \end{aligned}$$

e) les coeff de corrélation!

$$r_{1,t_1} \Rightarrow r_{1,t_1}^T = [0,6 \ 0,9 \ 0,9 \ 0,9] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 3,3$$

$$r_{1,t_2} \Rightarrow r_{1,t_2}^T = [0,6 \ 0,9 \ 0,9 \ 0,9] \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 1 \\ -1 \end{bmatrix} = -0,3$$

$$r_1 = t_1 \Rightarrow r_1 \cdot t_1^T = [0.6 \quad -0.3 \quad 0.3 \quad -0.3] \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix} = 0.3$$

$$r_2 = t_2 \Rightarrow r_2 \cdot t_2^T = [0.6 \quad -0.3 \quad 0.3 \quad -0.3] \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ -1 \\ -1 \end{bmatrix} = 1.1$$

10)

$$r_1 \cdot r_2^T = [0.6 \quad 0.9 \quad 0.9 \quad 0.9] \begin{bmatrix} 0.6 \\ -0.3 \\ 0.3 \\ -0.3 \end{bmatrix} = 0.09$$

Conclusion:

r_1 et r_2 il sont pas corrélés (coefficient de corrélation $\neq 0$)
 donc on peut dire ils sont orthogonaux donc y'aura
 pas d'interférence entre les signaux à envoyer

1. Le temps d'étalement en chip/s

$$W = \frac{1}{T_c} \text{ et on a : } SF = \frac{T_b}{T_c} \text{ et } w = \frac{1}{R}$$

donc

$$W = \frac{SF}{T_b} = R \cdot SF = 15.256 = 3840 \text{ Kchip/s}$$

La durée de chip T_c

$$T_c = \frac{1}{W} = \frac{1}{3840 \cdot 10^3} = 0,26 \mu s$$

La période bit T_b

$$SF = \frac{T_b}{T_c} \Rightarrow T_b = SF \cdot T_c = 256 \cdot 0,26 \cdot 10^{-6} = 66,56 \mu s$$

2. La CDMA est limitée par les MAI.

3. Les MAI signifient les interférences entre les usagers MAI (Multiple Access Interferences).

4. L'expression de l'énergie de bit E_b

On a

$$P_n = R \cdot E_b = \frac{E_b}{T_b}$$

Donc :

$$E_b = P_n \cdot T_b = \frac{P_n}{R}$$

L'expression des MAI

$$MAI = (K - 1)P_n$$

5. Pour un processus AWGN la densité spectrale de puissance :

$$DSP = \frac{N_0}{2}$$

6. Le signal to interference ration (SIR) nommé aussi carrier to interference ratio (CIR) est définie par:

$$\frac{S}{I} = \frac{P_r}{\sum_{i=1}^N P_i}$$

- Let N be the number of co-channel interfering cells
- P_r is the desired signal power from the desired base station
- P_i is the interference power caused by the i^{th} interfering co-channel cell base station.

$$10 \log_{10}(K - 1) = 9 \text{ dB} \Rightarrow K \approx 9$$