CORRIGEE-TYPE D'EPREUVE DU TROISIEME SEMESTRE

MODULE STAT ET PROBA . ANNEE SCOLAIRE 2016/2017

Question de cour : (2 points)

$$V(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i(x_i - \overline{x})^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i(x^2{}_i - 2x_i\,\overline{x} + \overline{x}^2) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i x^2{}_i - \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} 2\,n_i x_i\,\overline{x} + \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p}\overline{x}^2\,n_i$$

$$= \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i x^2{}_i - 2\overline{x}\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i\,x_i\right) + \overline{x}^2\left(\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i\right) = \left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i x^2{}_i\right] - 2\overline{x}\ (\overline{x}) + \overline{x}^2(1) = \left[\frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i x^2{}_i\right] - \overline{x}^2$$

Exercice N°01: (5 points)

1) La population etudiée est l'ensemble des salariées de l'entreprise considérée... ... ... (0.5 point)

2) Il s'agit du montant de la prime de fin d'année... ... ... (0.5 point)

3) Ce caractère pouvant prendre toutes les valeurs d'un intervalle, le caractère est quantitatif continue.. (0.5 point)

4) Le caractère étant continu, les modalités sont regroupées en intervalle(les classes)............................. . (0.5 point)

5) Notons $\overline{x}$ la moyenne cherchée. Pour calculer cette moyenne, on complète le tableau en calculant les milieux des classes. On a :

$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i c_i = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} n_i c_i = \frac{(41X3)+(79X8)+(78X12)+(2X15)}{41+79+78+2} = 8.6\ \ mille\ DA.$ ... ... (0.5 point)

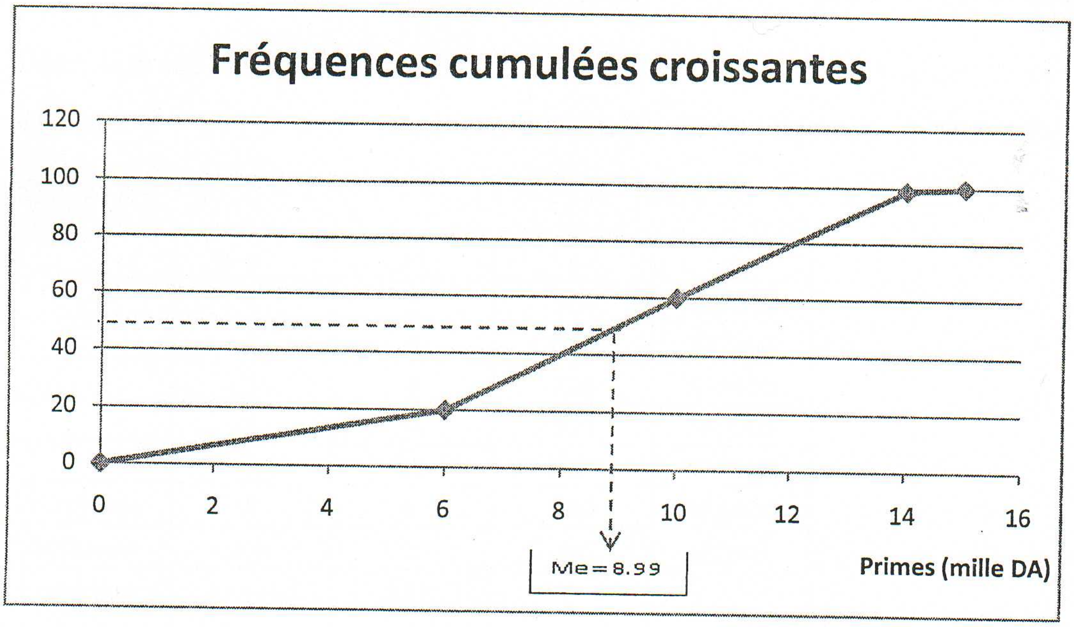
6) Notons V (x) la variance de la série statistique et σ(x) son écart-type. On a :

$V(x) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} n_i(c_i - \overline{x})^2 = \frac{1}{4}\sum_{i=1}^{4} n_i(c_i - 8.6)^2 = \frac{41X(3-8.6)^2+79X(8-8.6)^2+78X(12-8.6)^2+2X(15-8.6)^2}{41+79+78+2} =$

$V(x) = 11.48$ ... ... (0.5 point)

On a donc : $\sigma(x) = \sqrt{V(x)} = \sqrt{11.48} = 3.38$ mille DA. ... ... (0.5 point)

7) Tracer la courbe cumulative des effectifs.. (0.5 point)



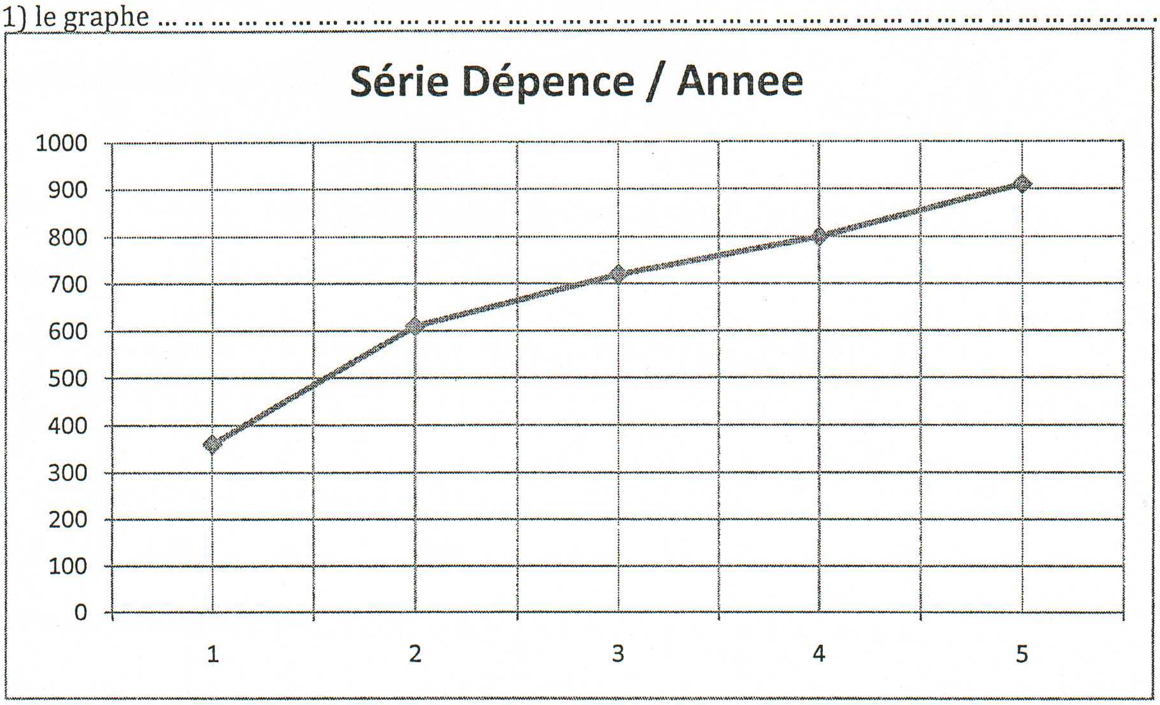
8) On obtient Me ≈ 8.89 mille DA ....(0.5 point)

50% des salariés touchent une prime inférieure à 8.89 mille DA.

50% des salariés touchent une prime supérieure à 8.89 mille DA. ....(0.5 point)

Exercice N°02: (5 points)

1) le graphe .... (0.5 point)



2) le nuage de points est allongé, l'ajustement affine est justifié .... (0.5 point)

3) la méthode des moindres carrés

$\overline{x} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} x_i = 3$ .... (0.5 point) , $V(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} x_i^2 \ - \overline{x^2} = 2$ ....(0.5 point)

$\overline{y} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} y_i = 680$ .... (0.5 point) , $\text{cov}(X) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} x_i y_i - \overline{xy} = 258$ .... (0.5 point)

$a = \frac{\text{cov}(X)}{V(X)} = 129$ ....(0.5 point) b= $\overline{y} - 129\overline{x} = 293$ .... (0.5 point)

Donc la droite d'ajustement est : y= $129x + 293$

4) $129 \times 3 + 293 = 680$ donc le point moyen $Gm(3 ; 680)$ est sur la droite d'ajustement...... (0.5 point)

5) pour x_i= 9 on a y= $129 \times 9 + 293 = 1454$ .... (0.5 point)

	x	x²	y	y²
	1	1	360	129600
	2	4	610	372100
	3	9	720	518400
	4	16	800	640000
	5	25	910	828100
moyenne	**3**	**9**	**680**	**462400**
variance	v(x)	**2**	v(y)	35240
covariance	cov(x;y)	**258**		
la droite	a	**129**		
	b	**293**		

Exercice N°03: (4 points)

1) Ω = {(p ; p, p) ; (p ; p ,f) ; (p, f ; p) ; (p ,f ; f), (f, p; p), (f, p,f) ,(f, f ; p), (f, f ; f) }

Card Ω =8 …………………………………………………………………………………………….(0.5 point)

X∈{0 ;1 ;2 ;3}, donc $P(X=0) = \frac{1}{8}$, $P(X=1) = \frac{3}{8}$, $P(X=2) = \frac{3}{8}$, $P(X=3) = \frac{1}{8}$
la loi de probabilité de X est …………………………………………………………………………… (1.5 points)

x	0	1	2	3
P	1/8	3/8	3/8	1/8

2) l'espérance mathématique $\mathbf{E(X)} = 0 \times \frac{1}{8} + 1 \times \frac{3}{8} + 2 \times \frac{3}{8} + 3 \times \frac{1}{8} = \mathbf{1.5}$ …………………….(1 point)

La variance $V(\mathbf{X}) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{p} \mathbf{p}\mathrm{i}x_i^2 \quad - \mathbf{E}^2(\mathbf{X}) \quad = 0.75\ \bar{A}$ ……………………………………….(1 point)

Exercice N°04(4 points)

1)Elle correspondent a un lancement successif et avec remise c-a-d : Les répétitions sont possibles , l'ordre est important donc on a des listes :

Card $\Omega_1 = 6^{10}$

A : « Obtenir au moins deux 6 en lançant 10 dés » et si on pose :

A_1 : « ne pas obtenir de 6 en lançant 10 dés » le numéro 6 est absent dans les résultats on trouve

$(6-1)^{10} = 5^{10}$ *de* 10 − *uplets ne contient pas le numero* 6 *donc* :

$P(A_1) = \frac{5^{10}}{6^{10}}$ ………………………………………………………………………… (0.5 point),

et si on pose :

A_2 : « Obtenir exactement un 6 en lançant 10 dés » Il ya 10 positions possibles pour le 6 et chaque autre élément peut prendre 5 valeurs possibles cela fait donc 10x(5^9) *element Alors* :

$P(A_2) = \frac{5^9}{6^{10}} \times 10$ ………………………………………………………………………… (0.5 point)

La probabilité qu'il u ait au plus un 6 est donc : $P(A_1) + P(A_2) = \frac{5^{10}}{6^{10}} + \frac{5^9}{6^{10}} \times 10 = \frac{5^{10}}{6^{10}} \times 3$

(puisque A_1 et A_2 sont disjoints .) ………………………………………………………… (0.5 point)

La probabilité d' obtenir au moins deux 6 est alors

$P(A) = 1 - P[(A_1 \cup A_2)^c] = 1 - \frac{5^{10}}{6^{10}} \times 3 \approx 0.5154$ ……………………………… (0.5 point)

2-(meme chose) Les répétitions sont possibles , l'ordre est important donc on a des listes

Card$\Omega_2 = 36^5$

B : Obtenir au moins une paire de 6 en lançant 5 paires de dés

B^c : pas de paires de 6………………………………………………………………………… (0.5 point)

$P(B^c) = \frac{35^5}{36^5}$ ………………………………………………………………………… (0.5 point)

donc $P(B) = 1 - P(B^c) = 0.131$ ………………………………………………………… (0.5 point)

Donc le plus probable est l'événement : A ………………………………………………………………(0.5 point)