



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
وزارة التربية الوطنية



دورة: 2021

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:
الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

ليكن a و b عددين طبيعيين حيث: $a = 2926$ و $b = 1715$

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين a و b على العدد 13

(2) أ . بيّن أنّ: $b + 1 \equiv 0[13]$ ثمّ استنتج أنّ: $b \equiv -1[13]$

ب. بيّن أنّ العدد $a^{1442} + b^{2021}$ يقبل القسمة على 13

(3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي n : $A_n = 27^n + 1$

أ . تحقّق أنّ: $27 \equiv 1[13]$ ثمّ استنتج أنّ: $A_n \equiv 2[13]$

ب. عيّن الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $A_n + n + 11 \equiv 0[13]$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتالية العددية (u_n) هندسية حدودها موجبة تماما، حدّها الأوّل u_0 وأساسها q

حيث: $u_0 = 3$ و $u_1 \times u_3 = 144$

(1) احسب u_2 ثمّ بيّن أنّ: $q = 2$

(2) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي n ، $u_n = 3 \times 2^n$

(3) بيّن أنّ المتتالية (u_n) متزايدة تماما.

(4) عيّن قيمة الحدّ الخامس للمتتالية (u_n)

(5) من أجل كلّ عدد طبيعي n نضع: $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

أ . بيّن أنّ: $S_n = 3(2^{n+1} - 1)$

ب. عيّن العدد الطبيعي n حتى يكون: $S_n = 381$ (لاحظ أنّ: $2^7 = 128$)



التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدالة العددية f معرفة على \mathbb{R} بـ: $f(x) = x^3 + 3x^2 - 4$

و (C) تمثيلها البياني في المستوى المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أ. بين أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f'(x) = 3x(x+2)$

ب. ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $f'(x)$

ج. استنتج أن الدالة f متزايدة تماما على كل من $]-\infty; -2]$ و $[0; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-2; 0]$

(3) شكّل جدول تغيّرات الدالة f

(4) أ. تَحَقَّقْ أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $f(x) = (x-1)(x+2)^2$

ب. استنتج إحداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

(5) بيّن أن: $y = -3x - 5$ معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النقطة $I(-1; -2)$

(6) أ. احسب $f(-3)$ ، $f(-2)$ ، $f(0)$ و $f(1)$

ب. ارسم المماس (T) ثم المنحنى (C)



الموضوع الثاني

التمرين الأول: (06 نقاط)

لتكن الأعداد الطبيعية a ، b و c حيث: $a=2021$ ، $b=1442$ و $c=1954$

- (1) عيّن باقي القسمة الإقليدية للعددين a و c على 3
- (2) بيّن أنّ العددين a و b متوافقان بترديد 3
- (3) أ . بيّن أنّ العدد $a+b-c$ يقبل القسمة على 3
- ب. استنتج الأعداد الطبيعية n حتى يكون: $n+a+b-c \equiv 0[3]$
- (4) عيّن باقي قسمة العدد $(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021}$ على 3

التمرين الثاني: (06 نقاط)

المتتاليتان العدديتان (u_n) و (v_n) معرفتان على \mathbb{N} ب: $u_n = 3 \times 4^n$ و $v_n = 3n + 2$
لكل سؤال جواب واحد فقط صحيح من بين الأجوبة الثلاثة المقترحة، عيّنه مع التبرير.

(1) الحدّ الخامس للمتتالية (u_n) يساوي:

أ) 3072 ب) 768 ج) 12288

(2) (v_n) هي متتالية:

أ) حسابية. ب) هندسية. ج) لا حسابية ولا هندسية.

(3) (u_n) هي متتالية :

أ) متناقصة تماما. ب) غير رتيبة. ج) متزايدة تماما.

(4) المجموع: $v_0 + v_1 + \dots + v_{35}$ يساوي:

أ) 3815 ب) 1962 ج) 1890

التمرين الثالث: (08 نقاط)

الدالة العددية g معرفة على \mathbb{R} ب: $g(x) = x^3 - 6x^2 + 9x$

و (C) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x)$

(2) أ . بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي x ، $g'(x) = 3(x-3)(x-1)$

ب. ادرس حسب قيم العدد الحقيقي x إشارة $g'(x)$



(3) استنتج أن الدالة g متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 1]$ و $[3; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1; 3]$

(4) شكّل جدول تغيّرات الدالة g

(5) أ . بيّن أنه من أجل كل عدد حقيقي x ، $g(x) = x(x-3)^2$

ب. استنتج احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل.

(6) بيّن أن: $y = -3x + 8$ معادلة لـ (T) المماس لـ (C) عند النقطة $A(2; 2)$

(7) أ . احسب $g(0)$ و $g(4)$

ب. ارسم المماس (T) و المنحنى (C)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)
مجموعة	مجزأة	
التمرين الأول: (06 نقاط)		
01,50	2x0,75	(1) باقي قسمة العدد a على 13 هو 1 و باقي قسمة العدد b على 13 هو 12
02,25	0,5	(2) أ . تبين أن: $b+1 \equiv 0[13]$
	0,25	استنتاج أن: $b \equiv -1[13]$
	3x0,5	ب. لدينا: $a^{1442} \equiv 1[13]$ و $b^{2021} \equiv -1[13]$ منه : $a^{1442} + b^{2021} \equiv 0[13]$
02,25	0,5	(3) أ . التَّحَقُّقُ أنَّ: $27 \equiv 1[13]$
	2x0,5	لدينا: $27^n \equiv 1[13]$ منه : $27^n + 1 \equiv 2[13]$
	3x0.25	ب. لدينا: $A_n + n + 11 \equiv 0[13]$ معناه: $n \equiv 0[13]$ بالتالي: $n = 13k ; k \in \mathbb{N}$
التمرين الثاني: (06 نقاط)		
01,50	0,75 0,75	(1) $u_2 = 12$ تبين أن: $q = 2$
0,75	0,5+0,25	(2) لدينا: $u_n = u_0 \times q^n$ ، منه : $u_n = 3 \times 2^n$
0,50	2x0,25	(3) لدينا $u_{n+1} - u_n = 3 \times 2^n$ إذن: $u_{n+1} - u_n > 0$ بالتالي (u_n) متزايدة تماما.
0,75	0,5+0,25	(4) الحد الخامس هو u_4 ، منه : $u_4 = 48$
02,50	0,75 0,5	(5) أ . لدينا: $S_n = u_0 \times \frac{q^{n+1} - 1}{q - 1}$ إذن: $S_n = 3 \times \frac{2^{n+1} - 1}{2 - 1}$
	0,25	بالتالي: $S_n = 3(2^{n+1} - 1)$
	4x0,25	ب. تعيين العدد الطبيعي n حتى يكون: $S_n = 381$ $S_n = 381$ تعني $3(2^{n+1} - 1) = 381$ نجد $n = 6$
التمرين الثالث: (08 نقاط)		
01,00	2x0,5	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$
02,50	2x0,5	(2) أ . $f'(x) = 3x(x + 2)$
	2x0,5	ب. إشارة $f'(x)$
	2x0,25	ج. f متزايدة تماما على كلٍّ من $]-\infty; -2]$ و $[0; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[-2; 0]$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)															
مجموعة	مجزأة																
0,50	0,5	<div>(3) جدول تغيرات الدالة f</div> <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>-2</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$f'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>$f(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>0</td><td>-4</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	+	$f(x)$	$-\infty$	0	-4	$+\infty$
	x	$-\infty$	-2	0	$+\infty$												
$f'(x)$	+	0	-	+													
$f(x)$	$-\infty$	0	-4	$+\infty$													
01,00	0,5	(4) أ. التَّحَقَّق: $f(x) = (x-1)(x+2)^2$															
	2x0,25	ب. احداثيات نقطتي تقاطع المنحنى (C) مع حامل محور الفواصل هي: $(-2;0)$ و $(1;0)$															
01,00	4x0,25	(5) لدينا: $y = f'(-1)(x+1) + f(-1)$ و $f'(-1) = -3$ و $f(-1) = -2$ منه المعادلة: $y = -3x - 5$															
02,00	4x0,25	(6) أ. $f(1) = 0$ و $f(0) = -4$ ، $f(-2) = 0$ ، $f(-3) = -4$															
	0,25	ب. رسم المماس (T)															
	0,75	رسم المنحنى (C)															

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)															
مجموعة	مجزأة																
التمرين الأول: (06 نقاط)																	
01,50	2x0,75	(1) باقي القسمة الإقليدية للعدد a على 3 هو 2 باقي القسمة الإقليدية للعدد c على 3 هو 1															
0,75	0,75	(2) تبيان أن العددين a و b متوافقان بترديد 3 : $a-b=579$															
02,50	2x0,75	(3) أ . تبيان أن العدد $a+b-c \equiv 2+2-1[3]$ منه : $a+b-c \equiv 0[3]$															
	2x0,50	ب. $n+a+b-c \equiv 0[3]$ معناه : $n \equiv 0[3]$ نجد : $n=3k ; k \in \mathbb{N}$															
01,25	4x0,25 0,25	(4) لدينا : $a \times c \equiv -1[3]$ و $b \times c \equiv -1[3]$ منه : $(a \times c)^{1442} \equiv 1[3]$ و $(b \times c)^{2021} \equiv -1[3]$ بالتالي : $(a \times c)^{1442} + (b \times c)^{2021} \equiv 0[3]$															
التمرين الثاني: (06 نقاط)																	
01,50	01+0,50	(1) الإجابة الصحيحة هي: (ب) ، التبرير.															
01,50	01+0,50	(2) الإجابة الصحيحة هي: (أ) ، التبرير.															
01,50	01+0,50	(3) الإجابة الصحيحة هي: (ج) ، التبرير.															
01,50	01+0,50	(4) الإجابة الصحيحة هي: (ب) ، التبرير.															
التمرين الثالث: (08 نقاط)																	
01,00	0,5x2	(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} g(x) = -\infty$															
02,00	01	(2) أ . $g'(x) = 3(x-3)(x-1)$															
	2x0,50	ب. إشارة $g'(x)$															
00,50	2x0,25	(3) g متزايدة تماما على كل من $]-\infty; 1]$ و $[3; +\infty[$ ومتناقصة تماما على $[1; 3]$															
00,50	0,50	(4) جدول تغيرات الدالة g <table><tr><td>x</td><td>$-\infty$</td><td>1</td><td>3</td><td>$+\infty$</td></tr><tr><td>$g'(x)$</td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr><tr><td>$g(x)$</td><td>$-\infty$</td><td>4</td><td>0</td><td>$+\infty$</td></tr></table>	x	$-\infty$	1	3	$+\infty$	$g'(x)$	+	0	-	+	$g(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$
x	$-\infty$	1	3	$+\infty$													
$g'(x)$	+	0	-	+													
$g(x)$	$-\infty$	4	0	$+\infty$													

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)
مجموعة	مجزأة	
01,00	0,50	(5) أ . $g(x) = x(x-3)^2$
	2x0,25	ب. احداثيات نقطتي تقاطع (C) مع حامل محور الفواصل هي: (0 ; 0) و (3 ; 0)
01,00	4x0,25	(6) $y = g'(2)(x-2) + g(2)$ و $g'(2) = -3$ و $g(2) = 2$ ، $y = -3x + 8$
02,00	0,25x2	(7) أ . $g(4) = 4$ و $g(0) = 0$
	0,50	ب. رسم المماس (T)
	01	رسم المنحنى (C)

