

Solution Examen du module « Statistiques & Probabilités »

Exercice 1 (08.00 pts):

Un enseignant a observé le nombre de fois qu'un étudiant consulte son portable durant une séance de TD. Les résultats ont été inscrits dans le tableau suivant :

Nombre de consultations	1	2	3	4	5	6
Nombre d'étudiants	2	4	7	8	6	3

- la population : un groupe d'étudiants, la taille : $2+4+7+8+6+3 = 30$
l'unité statistique (individu) : un étudiant, la variable statistique : nombre de consultations du portable, le type : quantitative discrète, ses différentes modalités. $M = \{ 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Calculer la fréquence relative, les effectifs cumulés croissants et décroissants, les fréquences cumulées croissantes et décroissantes (**prendre 04 chiffres après la virgule**)

Nombre de consultations (x_i)	Nombre d'étudiants (n_i)	$n_{i;cc}$	$n_{i;cd}$	f_i	$f_{i;cc}$	$f_{i;cd}$
1	2	2	30	0.0667	0.0667	1
2	4	6	28	0.1333	0.2	0.9333
3	7	13	24	0.2333	0.4333	0.8
4	8	21	17	0.2667	0.7	0.5667
5	6	27	9	0.2	0.9	0.3
6	3	30	3	0.1	1	0.1

3.

Diagramme en bâtons :

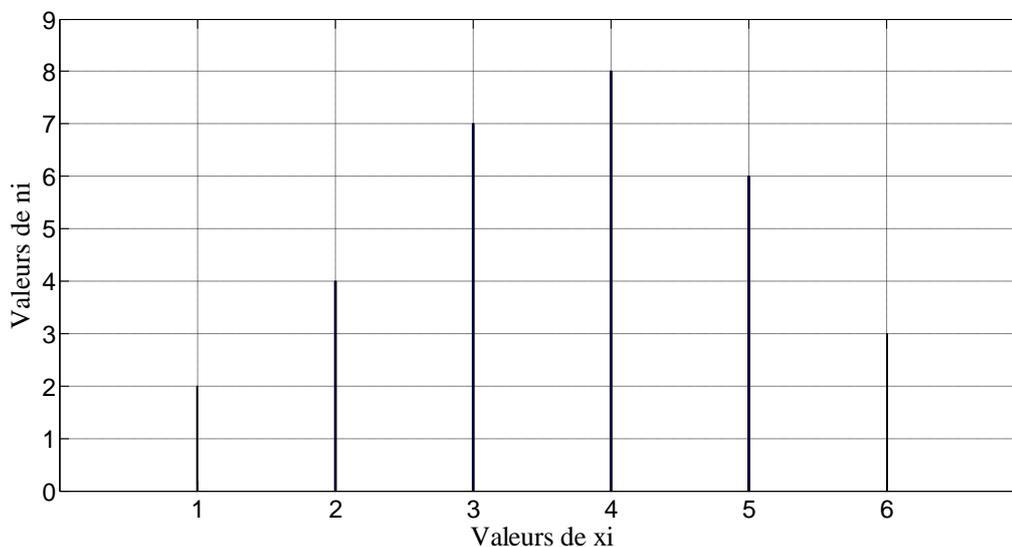
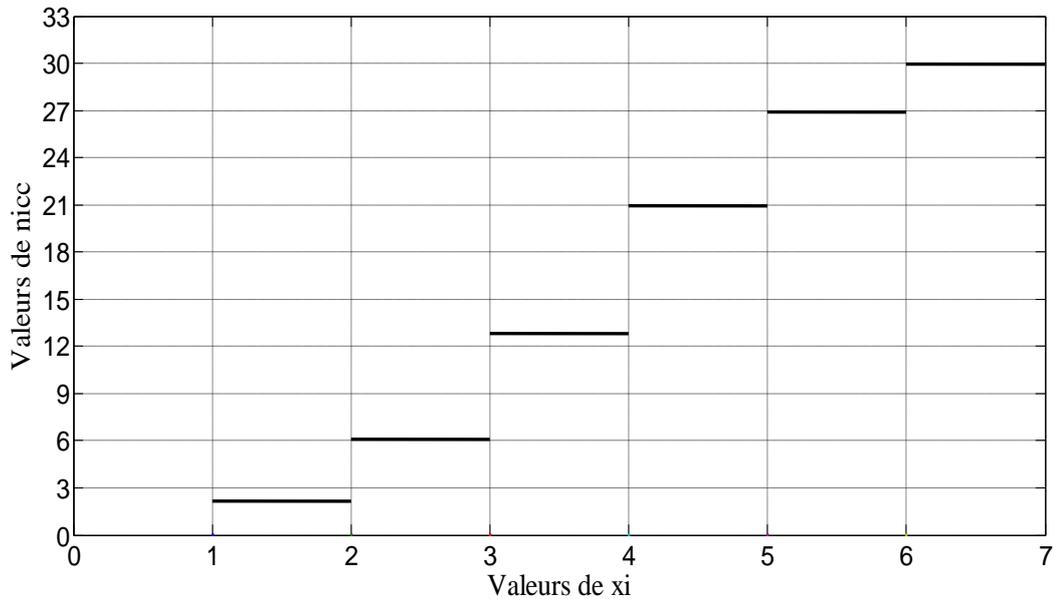


Diagramme des effectifs cumulés croissants.



Exercice 2 (06.00 pts):

Les notes des étudiants dans le module « Statistiques & probabilités » sont réparties comme suit :

03.50	11.00	10.50	10.25	08.75	09.00	11.25	02.25	01.75	06.50
07.50	10.00	13.25	04.75	00.50	16.00	15.50	04.25	11.25	12.50
09.75	13.00	06.50	10.75	11.00	10.50	10.50	12.25	03.50	02.00

1- Mettre les données sous forme d'un tableau et calcul des effectifs cumulés croissants,

Notes (x_i)	[0, 4[[4, 8[[8, 10[[10, 12[[12, 14[[14, 20]
Nombre d'étudiants (n_i)	6	5	3	10	4	2
$n_{i,cc}$	6	11	14	24	28	30
d_i	1.5	1.25	1.5	5	0.5	0.3333
c_i	2	6	9	11	13	17

2-

a- Calcul de la classe modale

On calcule d'abord la densité d'effectif de chaque classe par la formule : $d_i = \frac{n_i}{A_i}$

La plus grande densité est égale à 5 alors [10, 12[est la classe modale.

b- Calcul de la moyenne

On calcule le centre c_i de chaque classe puis on applique la formule :

$$Moy = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^r n_i c_i = \frac{6 * 2 + 5 * 6 + 3 * 9 + 10 * 11 + 4 * 13 + 2 * 17}{30} = 8.8333$$

c- Calcul de la médiane

On cherche d'abord la classe qui atteindra la moitié de l'effectif total et cela à partir de l'effectif

cumulé croissant. On aura la moitié de l'effectif total $\frac{N}{2} = \frac{30}{2} = 15$

La classe correspondante sera : [10,12[

On applique la formule ;

Avec : $a_i = 10$, $A_i = 2$, $n_i = 10$, $N = 30$ et $n_{(i-1)cc} = 14$

$$Me = a_i + A_i \left[\frac{\left(\frac{N}{2} - n_{(i-1)cc} \right)}{n_i} \right] = 10 + 2 \left[\frac{15 - 14}{10} \right]$$

Me = 10.2

Exercice 3 (06.00 pts):

Une enquête a été réalisée sur le nombre d'enfants par famille auprès d'un certain nombre de familles. Cette enquête a donné les résultats suivants :

Nombre d'enfants (x_i)	0	1	2	3	4	5
Nombre de familles (n_i)	12	n_2	35	9	n_5	2

On a la moyenne = 1.8375 et la variance = **1.4111**

On applique la formule de la moyenne :

$$Moy = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^r n_i x_i = \frac{12 * 0 + 1 * n_2 + 35 * 2 + 9 * 3 + 4 * n_5 + 5 * 2}{12 + n_2 + 35 + 9 + n_5 + 2} = 1.8375$$

$$\frac{n_2 + 4 * n_5 + 107}{n_2 + n_5 + 58} = 1.8375 \Rightarrow 0.8375 * n_2 - 2.1625 * n_5 = 0.425 \quad (1)$$

On applique la formule de la variance :

$$V(X) = \frac{\sum_{i=1}^n n_i (x_i - \bar{x})^2}{N}$$

$$= \frac{12 * (0 - 1.8375)^2 + n_2 * (1 - 1.8375)^2 + 35 * (2 - 1.8375)^2 + 9 * (3 - 1.8375)^2}{12 + n_2 + 35 + 9 + n_5 + 2}$$

$$+ \frac{n_5 * (4 - 1.8375)^2 + 2 * (5 - 1.8375)^2}{12 + n_2 + 35 + 9 + n_5 + 2} = 1.4111$$

Après calculs on obtient l'équation suivante :

$$0.7014 * n_2 + 4.6764 * n_5 = 39.2809 \quad (2)$$

En réunissant les deux équations, on obtient :

$$\begin{cases} 0.8375 * n_2 - 2.1625 * n_5 = 0.425 & (1) \\ 0.7014 * n_2 + 4.6764 * n_5 = 39.2809 & (2) \end{cases}$$

En résolvant les équations, on aura : $n_2 = 16$ et $n_5 = 6$