

(EXAMEN + TEST) DE METHODES NUMERIQUES (Durée 1h30)

N.B. Utiliser 4 chiffres après la virgule, arrondir le 4^{ème} pour tous les calculs.

EXERCICE 1

On considère l'équation $f(x) = 0$, avec $f(x) = e^{-x} + x - 2$

1. Séparer les racines de cette équation.
2. Faire 2 itérations de la méthode de dichotomie à partir de l'intervalle $[1,2]$.
3. Approcher la racine à 10^{-2} près par la méthode de Newton en posant $x_0 = 2$. Déterminer le nombre d'itérations n à faire par cette méthode pour avoir $\Delta x \leq 10^{-4}$.

EXERCICE 2

En comparant à chaque fois avec la valeur exacte, évaluer numériquement l'intégrale suivante

$$I = \int_0^{1.2} \sin(2x) dx \text{ en utilisant :}$$

1. La méthode des trapèzes composite 4 intervalles.
2. La méthode de Simpson composite 2 intervalles.

EXERCICE 3

On considère l'équation différentielle suivante
$$\begin{cases} y'(t) + 2y(t) = 4t \\ y(0) = 1 \end{cases}$$

1. Vérifier que $y(t) = 2e^{-2t} + 2t - 1$ est la solution analytique exacte de cette équation.
2. Donner une estimation de $y(0.2)$ en utilisant la méthode d'Euler avec un pas $h = 0.1$ puis en utilisant la méthode RK2 avec un pas $h = 0.2$. Comparer avec la valeur exacte.

TEST DE TD

On considère la fonction $f(x) = \ln(x) - x + 2$

1. Séparer les racines de l'équation $f(x) = 0$ en posant $f(x) = f_1(x) - f_2(x)$ avec $f_1(x) = \ln(x)$.
2. Faire 2 itérations de la méthode de Dichotomie à partir de l'intervalle $[3, 4]$ puis 2 itérations de la méthode de Newton à partir de $x_0 = 3$.
3. Evaluer numériquement $\int_1^4 f(x) dx$ par la méthode des rectangles composite 3 intervalles.
4. Calculer l'erreur absolue. Pour quel nombre d'intervalles cette erreur est inférieure à 0.1 ?