



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
الشعبة: آداب وفلسفة، لغات أجنبية

دورة: 2022

المدة: 02 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:  
الموضوع الأول

التمرين الأول: (06 نقاط)

$(u_n)$  المتتالية الحسابية التي أساسها  $r$  وحدها الأول  $u_0$  حيث:  $u_0 = 3$  و  $u_0 + u_1 = 8$

(1) بيّن أنّ:  $r = 2$  ثم اكتب عبارة  $u_n$  بدلالة  $n$  واحسب  $u_{1443}$

(2) بيّن أنّ: 4047 حدّ من حدود المتتالية  $(u_n)$  ثم احسب المجموع  $S$  حيث:  $S = u_{1443} + u_{1444} + \dots + u_{2022}$

(3) نضع من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ ،  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

(أ) بيّن أنّ:  $S_n = n^2 + 4n + 3$

(ب) عيّن العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $S_n = 120$

التمرين الثاني: (06 نقاط)

$a$  و  $b$  عددان طبيعيين حيث:  $a = 2022$  و  $b = 1443$

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من  $a$  و  $b$  على 5 ثم استنتج أنّ:  $a + b \equiv 0[5]$

(2) (أ) تحقّق أنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد  $(a + a^2 + a^3)$  على 5 هو 4

(ب) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  بحيث يقبل العدد  $(a + a^2 + a^3 + n)$  القسمة على 5

(3) تحقّق أنّ:  $a + b + 4 \equiv -1[5]$  ثم بيّن أنّ العدد  $(a + b + 4)^b + (a + b + ab)^a$  يقبل القسمة على 5

التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = -x^2 + 4x - 3$

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(2) أحسب  $f'(x)$  ثم ادرس اتجاه تغيّر الدالة  $f$  وشكّل جدول تغيّراتها.

(3) أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  في النقطة التي فاصلتها 1

(4) (أ) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$ ،  $f(x) = (1-x)(x-3)$

(ب) استنتج إحداثيي نقطتي تقاطع المنحنى  $(C_f)$  مع حامل محور الفواصل.

(5) حل في  $\mathbb{R}$  المعادلة  $f(x) = -3$  ثم استنتج فاصلتي النقطتين من  $(C_f)$  اللتين ترتيبتهما -3.

(6) أنشئ المماس  $(T)$  ثم المنحنى  $(C_f)$ .

انتهى الموضوع الأول

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (06 نقاط)

$a$  و  $b$  عدنان طبيعيان حيث باقي القسمة الإقليدية للعدد  $a$  على 9 هو 8 و  $a+b \equiv 3[9]$

(1) بيّن أنّ باقي القسمة الإقليدية للعدد  $b$  على 9 هو 4

(2) تحقّق أنّ العددين  $b$  و 103 متوافقان بترديد 9

(3) أ) بيّن أنّ :  $a \equiv -1[9]$  و  $103^3 \equiv 1[9]$

ب) تحقّق أنّ :  $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 2[9]$

(4) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $a^{2022} + 103^3 + n \equiv 0[9]$

### التمرين الثاني: (06 نقاط)

$(u_n)$  المتتالية الهندسية التي أساسها  $q$  موجب تماما وحدها الأول  $u_0$  حيث:  $u_0 = 3$  و  $u_0 + u_1 + u_2 = 21$

(1) بيّن أنّ  $q^2 + q - 6 = 0$  ثم استنتج أنّ  $q = 2$

(2) أحسب  $u_1$  و  $u_2$

(3) أ) أكتب عبارة الحد العام  $u_n$  بدلالة  $n$

ب) هل العدد 96 حد من حدود المتتالية  $(u_n)$  ؟

(4) أ) أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S_n$  حيث :  $S_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$

ب) عيّن العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $S_n = 93$  (لاحظ أنّ :  $32 = 2^5$ )

### التمرين الثالث: (08 نقاط)

$f$  الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  كما يلي:  $f(x) = (x-2)^2(2x+1)$  ،

$(C_f)$  تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$ .

(1) تحقّق أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  ،  $f(x) = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4$

(2) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

(3) بيّن أنّه من أجل كلّ عدد حقيقي  $x$  ،  $f'(x) = 2(x-2)(3x-1)$

(4) أ) أدرس إشارة  $f'(x)$  على  $\mathbb{R}$

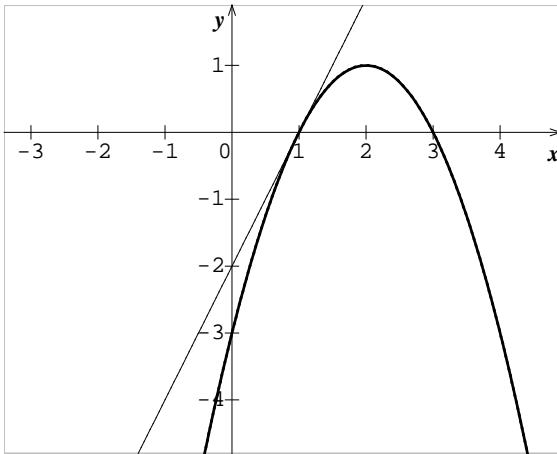
ب) استنتج اتجاه تغيّر الدالة  $f$  على  $\mathbb{R}$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(5) أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس المنحنى  $(C_f)$  في النقطة التي فاصلتها 0

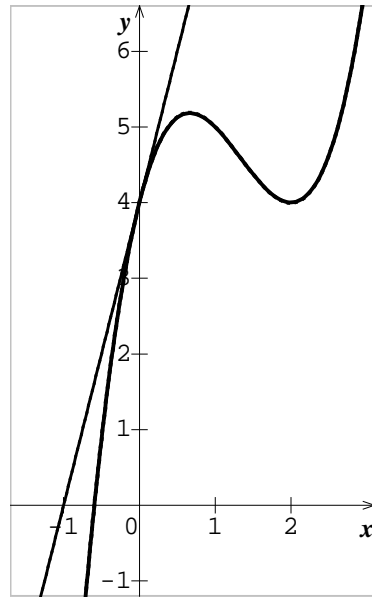
(6) أ) تحقّق أنّ المنحنى  $(C_f)$  يشمل النقطتين  $A(2; 0)$  و  $B\left(\frac{-1}{2}; 0\right)$

ب) أنشئ المماس  $(T)$  ثم المنحنى  $(C_f)$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)										
مجموع	مجزأة											
التمرين الأول: ( 06 نقاط )												
2.50	0.50+0.50	لدينا : $u_0 + u_1 = 8$ معناه $2u_0 + r = 8$ ومنه $r = 2$	(1)									
	0.50+0.50	$u_n = 2n + 3$ ومنه $u_n = u_0 + nr$										
	0.5	$u_{1443} = 2(1443) + 3 = 2889$										
02	0.50+0.50	$u_n = 4047$ ومنه $2n + 3 = 4047$ ومنه $n = 2022$	(2)									
	0.50+0.50	$S = \frac{2022 - 1443 + 1}{2}(u_{1443} + u_{2022})$ ومنه $S = 290(2889 + 4047) = 2011440$										
01.5	0.50+0.50	أ- $S_n = \frac{n+1}{2}(u_0 + u_n) = n^2 + 4n + 3$	(3)									
	0.25+0.25	ب- $S_n = 120$ ومنه $n^2 + 4n + 3 = 120$ ومنه $n = 9$										
التمرين الثاني: ( 06 نقاط )												
02	0.50+0.50	$2022 = 5 \times 404 + 2$ ومنه $a \equiv 2[5]$ $1443 = 5 \times 288 + 3$ ومنه $b \equiv 3[5]$	(1)									
	0.50+0.50	استنتاج : $a + b \equiv 2 + 3[5]$ ومنه $a + b \equiv 0[5]$										
02	0.50+0.50	أ- التحقق $a + a^2 + a^3 \equiv 2 + 4 + 8[5]$ ومنه $a + a^2 + a^3 \equiv 4[5]$	(2)									
	0.50+0.50	ب- قيم $n$ $a + a^2 + a^3 + n \equiv 0[5]$ معناه $n + 4 \equiv 0[5]$ ومنه $n = 5k + 1$										
02	01	- التحقق : $a + b + 4 \equiv 0 + 4[5]$ ومنه $a + b + 4 \equiv -1[5]$	(3)									
	0.50+0.50	-تبيان $(a + b + ab)^a + (a + b + 4)^b \equiv 1^{2022} + (-1)^{1443}[5]$ ومنه $(a + b + ab)^a + (a + b + 4)^b \equiv 0[5]$										
التمرين الثالث: ( 08 نقاط )												
01	0.50+0.50	$\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	(1)									
02.5	01	- حساب $f'(x) = -2x + 4$	(2)									
	0.50	- إشارة $f'(x)$										
	0.25+0.25	- $f$ متزايدة تماما على $]-\infty; 2]$ ومتناقصة تماما على $[2; +\infty[$										
02.5	0.5	- جدول تغيرات $f$	(2)									
		<table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td>2</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>-\infty</math></td><td>1</td><td><math>-\infty</math></td></tr></table>		$x$	$-\infty$	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	$f(x)$
$x$	$-\infty$	2	$+\infty$									
$f'(x)$	+	0	-									
$f(x)$	$-\infty$	1	$-\infty$									

01	0.50+0.50	معادلة المماس $(T): y = 2x - 2$	(3)
01	0.5	أ- $(1-x)(x-3) = -x^2 + 4x - 3 = f(x)$	(4)
	0.25	ب- استنتاج إحداثيي نقطتي	
	0.25	$f(x) = 0$ معناه $x = 1 ; x = 3$ ومنه $(C_f) \cap (xx') = \{A(1;0), B(3;0)\}$	
01	0.5	- حل المعادلة $f(x) = -3$ معناه $x(4-x) = 0$ ومنه $x = 4$ أو	(5)
	0.5	$x = 0$ - فاصلتا النقطتين من $(C_f)$ اللتين ترتيبهما -3 هما 4 ، 0	
01.5	01+0.50	إنشاء المماس $(T)$ و المنحنى $(C_f)$ . 	(6)

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الثاني)												
مجموع	مجزأة													
التمرين الأول: ( 06 نقاط )														
01	0.50+0.50	$b \equiv 4[9]$ ومنه $a \equiv 8[9]$ و $b + 8 \equiv 3[9]$	(1)											
01	0.50+0.50	التحقق أنّ العددين $b$ و $103$ متوافقان بترديد 9 $103 \equiv 4[9]$ و $b \equiv 4[9]$ ومنه $103 \equiv b[9]$	(2)											
03	01 0.50+0.50	أ) تبين أنّ : $a \equiv -1[9]$ و $103^3 \equiv 1[9]$ $a \equiv 8[9]$ ومنه $a - 9 \equiv 8 - 9[9]$ أي $a \equiv -1[9]$ $103^3 \equiv 1[9]$ ومنه $103 \equiv 4[9]$ أي $103^3 \equiv 4^3[9]$	(3)											
	0.50+0.25 0.25	ب) التحقق أنّ: $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 2[9]$ $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv (-1)^{2022} + 1^{1443} [9]$ $a^{2022} + (16 \times b)^{1443} \equiv 2[9]$												
01	0.50+0.50	قيم $n$ حتى يكون $a^{2022} + 103^3 + n \equiv 0[9]$ هي $n = 9k + 7$	(4)											
التمرين الثاني ( 06 نقاط )														
02	0.25x2 0.25x2 0.50+0.50	- تبين أنّ $q^2 + q - 6 = 0$ $u_0 + u_1 + u_2 = 21$ تكافئ $3 + 3q + 3q^2 = 21$ تكافئ $1 + q + q^2 = 7$ $1 + q + q^2 = 7$ تكافئ $q^2 + q - 6 = 0$ تكافئ $q = 2$	(1)											
01	0.5+0.5	حساب $u_2$ و $u_1$ $u_1 = 6 \times 2 = 12$ و $u_1 = 3 \times 2 = 6$	(2)											
01.5	0.50+0.50	أ- عبارة الحد العام : $u_n = 3 \times 2^n$	(3)											
	0.50	ب- $u_n = 96$ معناه $3 \times 2^n = 96$ أي $n = 5$												
01.5	0.75+0.25	أ- $S_n = 3(2^{n+1} - 1)$	(4)											
	0.50	ب- $S_n = 93$ معناه $3(2^{n+1} - 1) = 93$ أي $n = 4$												
التمرين الثالث ( 08 نقاط )														
0.5	0.50	التحقق أنّ : $(x - 2)^2(2x + 1) = 2x^3 - 7x^2 + 4x + 4$	(1)											
01	0.5+0.5	حساب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = -\infty$	(2)											
01	0.5+0.5	تبين أنّ: $f'(x) = 6x^2 - 14x + 4 = 2(x - 2)(3x - 1)$	(3)											
02	01	أ- إشارة $f'(x)$ <table><tr><td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\frac{1}{3}</math></td><td>2</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	$x$	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	(4)
	$x$	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	$+\infty$									
$f'(x)$	+	0	-	0	+									
0.25+0.25	ب- $f$ متناقصة تماما على $[\frac{1}{3}; 2]$ ومتزايدة تماما على كل من													

		$]-\infty; \frac{1}{3}] \text{ و } [2; +\infty[$																	
	0.5	<p>- جدول تغيرات <math>f</math></p> <table> <tr> <td><math>x</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>\frac{1}{3}</math></td> <td>2</td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td> <td>+</td> <td>0</td> <td>-</td> <td>0</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td> <td><math>-\infty</math></td> <td><math>f(\frac{1}{3})</math></td> <td><math>f(2)</math></td> <td><math>+\infty</math></td> </tr> </table>	$x$	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	$+\infty$	$f'(x)$	+	0	-	0	+	$f(x)$	$-\infty$	$f(\frac{1}{3})$	$f(2)$	$+\infty$	
$x$	$-\infty$	$\frac{1}{3}$	2	$+\infty$															
$f'(x)$	+	0	-	0	+														
$f(x)$	$-\infty$	$f(\frac{1}{3})$	$f(2)$	$+\infty$															
01	0.75+0.25	معادلة المماس $(T): y = 4x + 4$	(5)																
	0.5+0.5	<p>أ- التحقق أنّ <math>(C_f)</math> يشمل <math>A(2; 0)</math> و <math>B(\frac{-1}{2}; 0)</math></p> <p><math>f(2)=0</math> , <math>f(-\frac{1}{2})=0</math></p>																	
02.5	01+0.5	<p>ب- إنشاء <math>(T)</math> و <math>(C_f)</math></p> 	(6)																