



الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية  
وزارة التربية الوطنية

الديوان الوطني للامتحانات والمسابقات  
امتحان بكالوريا التعليم الثانوي  
الشعبة: تقني رياضي

دورة: 2022

المدة: 04 سا و 30 د

اختبار في مادة: الرياضيات

على المترشح أن يختار أحد الموضوعين الآتيين:  
الموضوع الأول

التمرين الأول: (04 نقاط)

$a$  و  $b$  عدنان طبيعيان حيث  $a = 2022$  و  $b = 124$

(1) عيّن باقي القسمة الإقليدية لكلّ من العددين  $a$  و  $b$  على 7

(2) أدرس حسب قيم العدد الطبيعي  $n$  بواقي القسمة الإقليدية للعدد  $5^n$  على 7

(3) بيّن أنّ العدد  $4 + a^a + b^b$  يقبل القسمة على 7

(4) نضع، من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ ،  $A_n = 2021^n + 2022^n + 2023^n + 2024^n$

- بيّن أنّ  $A_n \equiv 1 + 5^n + 6^n \pmod{7}$  ثمّ عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون  $A_n + 1$  مضاعفا للعدد 7

التمرين الثاني: (04 نقاط)

أجب بصحيح أو خاطئ مع التبرير في كلّ حالة مما يلي:

(1) من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$ ،  $n(n^2 - 1)$  مضاعف للعدد 3

(2) الدالة العددية  $x \mapsto x^2 + 2x + x \ln x$  حلّ للمعادلة التفاضلية  $y'' = 2 + \frac{1}{x}$  على  $]0; +\infty[$

(3) المستقيم ذو المعادلة  $y = x + e$  مماس لمنحنى الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = x + (x - 2)e^x$

(4)  $(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}^*$  بـ:  $v_n = \ln \frac{ne^n}{n+1}$

عبارة المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$  هي:  $S_n = \frac{n(n+1)}{2} - \ln(n+1)$

التمرين الثالث: (05 نقاط)

$(u_n)$  و  $(v_n)$  المتتاليتان العدديتان المعرّفتان على  $\mathbb{N}^*$  كما يلي:  $u_1 = 2$

ومن أجل كلّ عدد طبيعي غير معدوم  $n$ ،  $u_{n+1} = \frac{n}{2n+2} u_n - \frac{1}{n+1}$  و  $v_n = n u_n + 2$

(1) أحسب  $u_2$  و  $u_3$

(2) أ- برهن أنّ المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها  $\frac{1}{2}$

ب- أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$  ثم استنتج  $u_n$  بدلالة  $n$

(3) أحسب، بدلالة  $n$ ، المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$

(4) نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  غير معدوم،  $w_n = \frac{4n}{v_n - nu_n}$

أحسب، بدلالة  $n$ ، المجموع  $S'_n$  حيث  $S'_n = w_1 + w_2 + \dots + w_n$

التمرين الرابع: (07 نقاط)

$f$  الدالة العددية المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $f(x) = 1 + (x-1)\ln x$

( $C_f$ ) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O, \vec{i}; \vec{j})$  حيث  $\|\vec{i}\| = 2\text{ cm}$

(1) أ- أدرس حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  الموجب تماما إشارة كل من  $\ln x$  و  $\frac{x-1}{x}$

ب- استنتج حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  الموجب تماما إشارة  $\frac{x-1}{x} + \ln x$

(2) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

ب- أدرس اتجاه تغير الدالة  $f$  ثم شكّل جدول تغيراتها.

(3)  $h$  الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $h(x) = x - 2 + \ln x$

أ- بين أن الدالة  $h$  متزايدة تماما على  $]0; +\infty[$

ب- برهن أن المعادلة  $h(x) = 0$  تقبل حلاً وحيداً  $\alpha$  حيث  $1,5 < \alpha < 1,6$  ثم بين أن  $\ln(\alpha) = 2 - \alpha$

ج- بين أن  $y = \frac{-\alpha^2 + 3\alpha - 1}{\alpha} x$  معادلة  $\perp (T)$  مماس ( $C_f$ ) في النقطة ذات الفاصلة  $\alpha$

(4) أنشئ ( $T$ ) و ( $C_f$ ) على  $]0; 4[$  (نأخذ  $\frac{-\alpha^2 + 3\alpha - 1}{\alpha} \approx 0,8$ )

(5) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  موجب تماما،  $f(x) - x = (x-1)(-1 + \ln x)$

ب- أدرس حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  الموجب تماما إشارة  $f(x) - x$

(6)  $K$  الدالة المعرفة على المجال  $]0; +\infty[$  بـ :  $K(x) = -\frac{3}{4}x^2 + 2x + \left(\frac{1}{2}x^2 - x\right)\ln x$

أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  موجب تماما  $K'(x) = f(x) - x$

ب- أحسب مساحة حيز المستوي المحدد بـ ( $C_f$ ) والمستقيمت التي معادلاتها:  $y = x$  ،  $x = 1$  و  $x = e$

(7)  $g$  الدالة المعرفة على  $]-2; +\infty[$  بـ :  $g(x) = (x+1)\ln(x+2)$  ، ( $C_g$ ) تمثيلها البياني في المعلم السابق.

- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من  $]-2; +\infty[$  ،  $g(x) = f(x+2) - 1$  ،

- استنتج أن ( $C_g$ ) صورة ( $C_f$ ) بانسحاب يطلب تعيين شعاعه. (لا يُطلب إنشاء ( $C_g$ ))

## الموضوع الثاني

### التمرين الأول: (04 نقاط)

نضع من أجل كل عدد طبيعي  $n$  :  $a = 5n + 2$  ،  $b = n + 1$  ،  $c = 9n + 2$

$$d' = p \gcd(b; c) \quad , \quad d = p \gcd(a; b) \quad \text{و}$$

(1) عيّن القيم الممكنة لكل من  $d$  و  $d'$  ثم استنتج  $p \gcd(a; b; c)$

(2) عيّن قيم العدد الطبيعي  $n$  حتى يكون العدد  $b$  قاسما لـ  $a$

(3) نعتبر المعادلة:  $(E) \dots 17x - 4y = 29$  حيث  $x$  و  $y$  عدنان صحيحان.

بيّن أنّه إذا كانت الثنائية  $(x; y)$  حلا للمعادلة  $(E)$  فإنّ  $x \equiv 1[4]$  ثم حل المعادلة  $(E)$

(4) عيّن الثنائيات  $(x; y)$  حلول المعادلة  $(E)$  والتي تحقق  $xy < 279$

### التمرين الثاني: (04 نقاط)

عيّن الاقتراح الصحيح الوحيد من بين الاقتراحات الثلاثة في كلّ حالة من الحالات التالية مع التبرير.

(1) مجموعة حلول المعادلة  $e^{(\ln x)^2 - 6} = x$  ذات المجهول الحقيقي  $x$  في المجال  $]0; +\infty[$  هي:

$$S = \{e^{-2}; e^3\} \quad (\text{ج}) \quad S = \{-2; 3\} \quad (\text{ب}) \quad S = \{e^3\} \quad (\text{أ})$$

(2) باقي القسمة الإقليدية للعدد  $9^{2023}$  على 7 هو:

$$5 \quad (\text{ج}) \quad 3 \quad (\text{ب}) \quad 2 \quad (\text{أ})$$

(3) العدد الحقيقي  $\int_0^{\ln 4043} \frac{1}{1+e^{-x}} dx$  يساوي :

$$\ln 4043 \quad (\text{ج}) \quad \ln 2022 \quad (\text{ب}) \quad 2022 \quad (\text{أ})$$

(4) الدالة العددية المعرفة على  $]0; +\infty[$  كما يلي :  $F(x) = (x+2)\sqrt{x}$

$F$  دالة أصلية للدالة  $f$  على المجال  $]0; +\infty[$  . عبارة الدالة  $f$  هي :

$$f(x) = \frac{2x+3}{2x}\sqrt{x} \quad (\text{ج}) \quad f(x) = \frac{3x+2}{2x}\sqrt{x} \quad (\text{ب}) \quad f(x) = \frac{3x+2}{2x} \quad (\text{أ})$$

### التمرين الثالث: (05 نقاط)

$(u_n)$  المتتالية العددية المعرفة بحدّها الأول  $u_0 = 0$  حيث  $u_0 = 0$  ومن أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ،  $u_{n+1} = \frac{1}{2}(u_n - 2)$

(1) برهن بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي  $n$  ،  $u_n > -2$

(2) أدرس اتجاه تغيّر المتتالية  $(u_n)$  ثم استنتج أنّ  $(u_n)$  متقاربة .

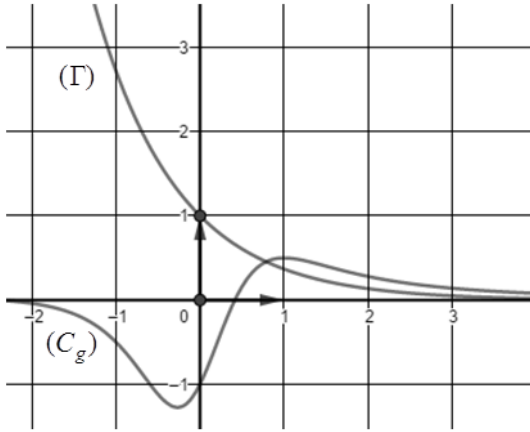
(3)  $(v_n)$  المتتالية العددية المعرفة على  $\mathbb{N}$  كما يلي  $v_n = \frac{1}{u_{n+1} - u_n}$

أ- برهن أنّ المتتالية  $(v_n)$  هندسية أساسها 2 ثم أكتب  $v_n$  بدلالة  $n$

ب- أحسب، بدلالة  $n$ ، المجموع  $S_n$  حيث  $S_n = \frac{1}{v_0} + \frac{1}{v_1} + \dots + \frac{1}{v_n}$

(4) أ- بين أنه من أجل كل عدد طبيعي  $n$ ،  $u_n = 2\left(\frac{1}{2^n} - 1\right)$  ثم احسب  $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

ب- أحسب بدلالة  $n$  المجموع  $S'_n$  حيث  $S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n$



التمرين الرابع: (07 نقاط)

(I) المستوي منسوب إلى المعلم المتعامد المتجانس  $(O; \vec{i}, \vec{j})$

(Gamma) التمثيل البياني للدالة  $x \mapsto e^{-x}$  و  $(C_g)$  التمثيل

البياني للدالة  $g$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $g(x) = \frac{x^2 + 2x - 1}{(x^2 + 1)^2}$

$\alpha$  فاصلة نقطة تقاطع  $(Gamma)$  و  $(C_g)$

(كما هو مبين في الشكل المقابل)

(1) بقراءة بيانية، حدّد حسب قيم العدد الحقيقي  $x$  إشارة  $g(x) - e^{-x}$

(2) تحقّق حسابيا أنّ  $0,7 < \alpha < 0,8$

(II) الدالة العددية المعرفة على  $\mathbb{R}$  بـ:  $f(x) = e^{-x} - \frac{x+1}{x^2+1}$ ،  $(C_f)$  تمثيلها البياني في معلم متعامد متجانس.

(1) أحسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  ثم أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$  وفسر النتيجة بيانيا .

(2) أ- بين أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$ ،  $f'(x) = g(x) - e^{-x}$

ب- استنتج اتجاه تغير الدالة  $f$  وشكل جدول تغيّراتها.

(3) أ- أحسب  $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - e^{-x}]$  وفسر النتيجة بيانيا.

ب- أدرس الوضعية النسبية للمنحنين  $(C_f)$  و  $(Gamma)$

(4) أ- أكتب معادلة لـ  $(T)$  مماس  $(C_f)$  في النقطة ذات الفاصلة 0

ب- أنشئ  $(T)$  و  $(Gamma)$  و  $(C_f)$  (نأخذ  $f(\alpha) \approx -0.6$ )

ج- ناقش بيانيا، حسب قيم الوسيط الحقيقي  $m$ ، عدد وإشارة حلول المعادلة  $f(x) - m = 0$

(5) علما أنه من أجل كل عدد حقيقي  $x$  من المجال  $[-1; 0]$  :  $\frac{1}{2}x + 1 \leq \frac{1}{x^2 + 1} \leq \frac{5}{4(1-x)}$

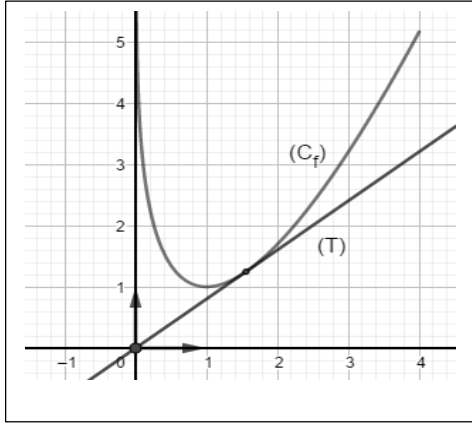
أ- عيّن حصرا للعدد  $I$  حيث :  $I = \int_{-1}^0 \frac{dx}{x^2 + 1}$

ب- أحسب  $J$  حيث :  $J = \int_{-1}^0 \frac{x}{x^2 + 1} dx$  ثم استنتج حصرا لـ  $A$ ، مساحة الحيز المستوي المحدّد

بالمنحنين  $(Gamma)$  و  $(C_f)$  والمستقيمين اللذين معادلتاهما:  $x = 0$  و  $x = -1$

العلامة		عناصر الإجابة (الموضوع الأول)							
مجموع	مجزأة								
الموضوع الأول									
التمرين الأول: (04 نقاط)									
01	0.5 0.5	$a \equiv 6[7]$ $b \equiv 5[7]$						(1)	
01.5	0.75	بواقي القسمة الإقليدية للعدد $5^n$ على 7 : $5^6 \equiv 1[7], 5^5 \equiv 3[7], 5^4 \equiv 2[7], 5^3 \equiv 6[7], 5^2 \equiv 4[7], 5^1 \equiv 5[7], 5^0 \equiv 1[7]$						(2)	
	0.75	n	6k	6k+1	6k+2	6k+3	6k+4		6k+5
		بواقي قسمة $5^n$ على 7	1	5	4	6	2		3
01	0.5x2	$a^a + b^b + 4 \equiv (-1)^{2022} + 5^{6 \times 20 + 4} + 4[7]$ $a^a + b^b + 4 \equiv 0[7]$						(3)	
0.5	0.25	تبيان أن : $A_n = 2021^n + 2022^n + 2023^n + 2024^n [7]$						(4)	
	0.25	تمنح 0.25 لكل محاولة قيم $n$ هي $6k + 2$ أو $6k + 3$ حيث $k$ عدد طبيعي							
التمرين الثاني: (04 نقاط)									
01	0.5	صحيحة لأن						(1)	
	0.5	بواقي قسمة $n$ على 3	0	1	2				
		بواقي قسمة $n^2 - 1$ على 3	2	0	0	0			
		بواقي قسمة $n(n^2 - 1)$ على 3	0	0	0	0			
01	0.5 0.5	صحيحة لأن: بفرض أن $F(x) = x^2 + 2x + x \ln x$ نجد $F''(x) = 2 + \frac{1}{x}$						(2)	
01	0.5	$f'(x) = 1 + (x - 1)e^x$ خاطئة لأن :						(3)	
	0.5	$f'(x_0) = 1$ معناه $x_0 = 1$ $y = x - e$ معادلة لمماس المنحى عند النقطة ذات الفاصلة 1							
01	0.5	صحيحة لأن :						(4)	
	0.5	$S_n = (1 + 2 + \dots + n) + \ln \frac{1 \times 2 \times \dots \times n}{2 \times 3 \times \dots \times (n + 1)}$ $S_n = \frac{n(n + 1)}{2} - \ln(n + 1)$							

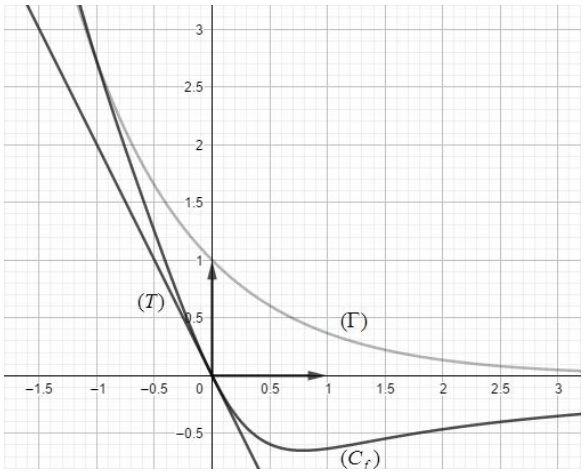
التمرين الثالث: (05 نقاط)															
01	0.5 0.5	$u_3 = -\frac{1}{3}$ و $u_2 = 0$	(1)												
2.25	0.75	$v_{n+1} = (n+1) \left( \frac{n}{2n+2} \frac{v_n - 2}{n} - \frac{1}{n+1} \right) + 2 = \frac{1}{2} v_n - \frac{1}{2}$	(2)												
	0.5	ومنه $(v_n)$ متتالية هندسية اساسها $\frac{1}{2}$													
	0.50	$v_n = 4 \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1}$ $u_n = \frac{2}{n} \left[ 2 \left( \frac{1}{2} \right)^{n-1} - 1 \right]$													
0.75	0.75	$S_n = 8 \left[ 1 - \left( \frac{1}{2} \right)^n \right]$	(3)												
01	0.50 0.50	$w_n = \frac{4n}{v_n - n u_n} = 2n$ $S'_n = 2 + 4 + 6 + \dots + 2n = n(n+1)$ ومنه $S'_n = w_1 + w_2 + \dots + w_n$	(4)												
التمرين الرابع: (07 نقاط)															
01	0.50	<table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>\frac{x-1}{x}</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td><math>\ln x</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	$x$	0	1	$+\infty$	$\frac{x-1}{x}$	-	0	+	$\ln x$	-	0	+	(1)
	$x$	0	1	$+\infty$											
$\frac{x-1}{x}$	-	0	+												
$\ln x$	-	0	+												
0.25	أ- إشارة كل من $\ln x$ و $\frac{x-1}{x}$														
	0.25	<table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>\frac{x-1}{x} + \ln x</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr></table>	$x$	0	1	$+\infty$	$\frac{x-1}{x} + \ln x$	-	0	+	(2)				
	$x$	0	1	$+\infty$											
$\frac{x-1}{x} + \ln x$	-	0	+												
0.25	ب- إشارة $\frac{x-1}{x} + \ln x$														
1.25	0.25	$\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = +\infty$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$	(2)												
	0.25	$f'(x) = \ln x + \frac{x-1}{x}$													
	0.25	<table><tr><td><math>x</math></td><td>0</td><td>1</td><td><math>+\infty</math></td></tr><tr><td><math>f'(x)</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td><math>f(x)</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>\searrow</math> 1 <math>\nearrow</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr></table> <p>الدالة <math>f</math> متناقصة تماما على <math>[0;1]</math> و متزايدة تماما على <math>[1;+\infty[</math> جدول التغيرات:</p>		$x$	0	1	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 1 $\nearrow$	$+\infty$
$x$	0	1	$+\infty$												
$f'(x)$	-	0	+												
$f(x)$	$+\infty$	$\searrow$ 1 $\nearrow$	$+\infty$												

1.75	0.25	$h'(x) = 1 + \frac{1}{x}$	(3)																		
	0.25	من أجل كل $x \in ]0; +\infty[$ ، $h'(x) > 0$ ، ومنه $h$ متزايدة تماما على $x \in ]0; +\infty[$																			
	0.5	ب- مبرهنة القيم المتوسطة $h(\alpha) = 0$ معناه $\ln(\alpha) = 2 - \alpha$																			
	0.5	$y = f'(\alpha)(x - \alpha) + f(\alpha) = \left( \ln \alpha + \frac{\alpha - 1}{\alpha} \right)(x - \alpha) + 1 + (\alpha - 1) \ln \alpha$ -ج- $(T): y = \frac{-\alpha^2 + 3\alpha - 1}{\alpha}x$																			
	0.25	انشاء $(C_f)$ و $(T)$	(4)																		
0.75	0.5																				
	0.25	أ- $(x - 1)(-1 + \ln x) = -x + x \ln x + 1 - \ln x = (x - 1) \ln x + 1 - x = f(x) - x$	(5)																		
	0.75	ب- إشارة $f(x) - x$ <table border="1" data-bbox="424 1433 1316 1675"><thead><tr><th><math>x</math></th><th>0</th><th>1</th><th><math>e</math></th><th><math>+\infty</math></th></tr></thead><tbody><tr><td><math>x - 1</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td><td>+</td></tr><tr><td><math>-1 + \ln x</math></td><td>-</td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr><tr><td><math>(x - 1)(-1 + \ln x)</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td><td>+</td></tr></tbody></table>		$x$	0	1	$e$	$+\infty$	$x - 1$	-	0	+	+	$-1 + \ln x$	-	-	0	+	$(x - 1)(-1 + \ln x)$	+	0
$x$	0	1	$e$	$+\infty$																	
$x - 1$	-	0	+	+																	
$-1 + \ln x$	-	-	0	+																	
$(x - 1)(-1 + \ln x)$	+	0	-	+																	
0.75	0.25	أ- تبين أن : $K'(x) = -\frac{3}{2}x + 2 + (x - 1) \ln x + \frac{1}{2}x - 1 = f(x) - x$	(6)																		
	0.5	ب- المساحة : $S = \int_1^e (x - f(x))dx = [-k(x)]_1^e = \left( \frac{5}{4} + \frac{1}{4}e^2 - e \right) u.a$																			
0.50	0.25	- تبين أنه من أجل كل عدد حقيقي $x$ من $]-2; +\infty[$ ، $g(x) = f(x + 2) - 1$	(7)																		
	0.25	- $(C_g)$ صورة $(C_f)$ بانسحاب ذي الشعاع $\vec{u} \begin{pmatrix} -2 \\ -1 \end{pmatrix}$																			

الموضوع الثاني		
التمرين الأول: (04 نقاط)		
1.75	0.75 0.75 0.25	<p>القيم الممكنة <math>d</math> و <math>d'</math> :</p> $\begin{cases} d \setminus a \\ d \setminus b \end{cases} \text{ ومنه } d \setminus (5b-a) \text{ اي } d \setminus 3 \text{ ومنه } d \in \{1;3\}$ $\begin{cases} d' \setminus b \\ d' \setminus c \end{cases} \text{ ومنه } d' \setminus (9b-c) \text{ اي } d' \setminus 7 \text{ ومنه } d' \in \{1;7\}$ <p>الاستنتاج: <math>\text{pgcd}(a;b;c)=1</math></p>
0.50	0.50	<p>تعيّن قيم العدد الطبيعي <math>n</math></p> $\frac{5n+2}{n+1} = 5 - \frac{3}{n+1} \text{ معناه } (n+1) \setminus 3 \text{ اي } n \in \{0;2\}$
01	0.50 0.50	<p>إذا كانت الثنائية <math>(x; y)</math> حلا للمعادلة <math>(E)</math> فإن <math>17x \equiv 29[4]</math> اي <math>x \equiv 1[4]</math></p> $S = \{(4k+1; 17k-3) \mid k \in \mathbb{Z}\}$
0.75	0.50 0.25	$\begin{cases} 17x-4y=29 \\ xy < 279 \end{cases} \text{ ومنه } \begin{cases} 17x-4y=29 \\ xy < 279 \end{cases}$ <p>ومنه <math>k \in \{-2; -1; 0; 1\}</math></p> <p>اذن <math>S' = \{(-7; -37), (-3; -20), (1; -3), (5; 14)\}</math></p>
التمرين الثاني: (04 نقاط)		
01	0.50 0.50	<p>الاقتراح الصحيح هو ج)</p> <p>لأن: <math>e^{(\ln x)^2 - 6} = x</math> معناه <math>(\ln x - 3)(\ln x + 2) = 0</math> اي <math>x \in \{e^{-2}; e^3\}</math></p>
01	0.50 0.50	<p>الاقتراح الصحيح هو أ.)</p> $2^{3k+1} \equiv 2[7] \text{ ومنه } 2^3 \equiv 1[7]$ <p>وبما ان <math>2023 = 3 \times 674 + 1</math> فإن <math>2^{2023} \equiv 2[7]</math></p>
01	0.50 0.50	<p>الاقتراح الصحيح هو أ.) لأن: <math>\int_0^{\ln 4043} \frac{1}{1+e^{-x}} dx = [\ln(e^x + 1)]_0^{\ln 4043} = \ln 2022</math></p>
01	0.50 0.50	<p>الاقتراح الصحيح هو ب) لأن: <math>F'(x) = \frac{(3x+2)\sqrt{x}}{2x}</math></p>
التمرين الثالث: (05 نقاط)		
01	+0.25 0.75	<p>البرهان بالتراجع أنّه من أجل كلّ عدد طبيعي <math>n</math>، <math>u_n &gt; -2</math></p>



01	0.75 0.25	<p>اتجاه تغيّر المتتالية <math>(u_n)</math>: من أجل كلّ عدد طبيعي <math>n</math>، <math>u_{n+1} - u_n = -\frac{1}{2}(u_n + 2)</math>،  بما أن من أجل كل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math> <math>u_n &gt; -2</math> فإن من أجل كل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math> <math>u_{n+1} - u_n &lt; 0</math> ومنه <math>(u_n)</math> متناقصة تماما  التقارب: <math>(u_n)</math> متقاربة لأنها محدودة من الأسفل و متناقصة تماما</p>	(2)								
1.75	0.50 0.50	<p>أ- <math>(v_n)</math> هندسية أساسها 2: من أجل كل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math> <math>v_{n+1} = \frac{1}{u_{n+2} - u_{n+1}} = \frac{1}{\frac{1}{2}(u_{n+1} - u_n)} = 2v_n</math>  <math>v_n</math> بدلالة <math>n</math>: من أجل كل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math> <math>v_n = -2^n</math></p>	(3)								
	0.75	<p>ب- المجموع <math>S_n</math>: من أجل كل <math>n</math> من <math>\mathbb{N}</math> <math>S_n = -\frac{\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 1}{-\frac{1}{2}} = 2\left[\left(\frac{1}{2}\right)^{n+1} - 1\right]</math></p>									
1.25	0.5 0.25	<p>أ- تبين أنّ <math>u_n = 2\left(\frac{1}{2^n} - 1\right)</math>  <math>S_n = (u_1 - u_0) + (u_2 - u_1) + \dots + (u_n - u_{n-1}) + \frac{1}{v_n}</math>  <math>S_n = u_n - u_0 + \frac{1}{v_n}</math>  <math>u_n = S_n - \frac{1}{v_n} = 2\left(\frac{1}{2^n} - 1\right)</math>  <math>\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n = \lim_{n \rightarrow +\infty} 2\left[\frac{1}{2^n} - 1\right] = -2</math></p>	(4)								
	0.50	<p>ب- حساب المجموع <math>S'_n</math>:  <math>S'_n = u_0 + u_1 + \dots + u_n = 4\left[1 - \left(\frac{1}{2}\right)^{n+1}\right] - 2(n+1)</math>  <math>S'_n = 2 - 2n - \frac{1}{2^{n-1}}</math></p>									
التمرين الرابع: (07 نقاط)											
0.50	0.50	<p>إشارة <math>g(x) - e^{-x}</math></p> <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\alpha</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr> <td><math>g(x) - e^{-x}</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> </table>	$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$	$g(x) - e^{-x}$	-	0	+	(I (1
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$								
$g(x) - e^{-x}$	-	0	+								
0.50	0.50	<p>التحقّق أنّ: <math>0,7 &lt; \alpha &lt; 0,8</math>  الدالة <math>x \mapsto g(x) - e^{-x}</math> مستمرة على <math>\mathbb{R}</math> و <math>(g(0.7) - e^{-0.7})(g(0.8) - e^{-0.8}) &lt; 0</math></p>	(2								
0.75	0.25 0.25	<p>حساب النهايتين: <math>\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0</math> <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty</math></p>	(II (1								

	0.25	التفسير البياني: $(C_f)$ يقبل مستقيم مقارب معادلته $y = 0$											
1.25	0.50	أ- بيّن أنه من أجل كلّ عدد حقيقي $x$ ، $f'(x) = g(x) - e^{-x}$	(2)										
	0.50	ب- إستنتاج اتجاه تغير الدالة: الدالة $f$ متناقصة تماما على $]-\infty; \alpha]$ ومتزايدة تماما على $[\alpha; +\infty[$ جدول تغيّراتها											
	0.25	<table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td><math>\alpha</math></td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr> <td><math>f'(x)</math></td><td>-</td><td>0</td><td>+</td></tr> <tr> <td><math>f(x)</math></td><td><math>+\infty</math></td><td><math>f(\alpha)</math></td><td>0</td></tr> </table>		$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$	$f'(x)$	-	0	+	$f(x)$	$+\infty$
$x$	$-\infty$	$\alpha$	$+\infty$										
$f'(x)$	-	0	+										
$f(x)$	$+\infty$	$f(\alpha)$	0										
1.25	0.50	أ- $\lim_{x \rightarrow -\infty} [f(x) - e^{-x}] = 0$	(3)										
	0.25	التفسير: $(\Gamma)$ و $(C_f)$ متقاربان بجوار $+\infty$											
	0.50	ب- الوضعية النسبية للمنحنيين $(\Gamma)$ و $(C_f)$ <table border="1"> <tr> <td><math>x</math></td><td><math>-\infty</math></td><td>-1</td><td><math>+\infty</math></td></tr> <tr> <td><math>-x-1</math></td><td>+</td><td>0</td><td>-</td></tr> <tr> <td>الوضعية</td><td><math>(C_f)</math> فوق <math>(\Gamma)</math></td><td></td><td><math>(C_f)</math> تحت <math>(\Gamma)</math></td></tr> </table> $(C_f) \cap (\Gamma) = \{A(-1; e)\}$		$x$	$-\infty$	-1	$+\infty$	$-x-1$	+	0	-	الوضعية	$(C_f)$ فوق $(\Gamma)$
$x$	$-\infty$	-1	$+\infty$										
$-x-1$	+	0	-										
الوضعية	$(C_f)$ فوق $(\Gamma)$		$(C_f)$ تحت $(\Gamma)$										
02	0.50	أ- معادلة $(T)$ : $y = -2x$	(4)										
	0.25X3	ب- أنشئ $(T)$ و $(\Gamma)$ و $(C_f)$ 											
	0.25	ج- المناقشة البيانية : إذا كان $m < f(\alpha)$ فإن المعادلة لا تقبل حلا إذا كان $m = f(\alpha)$ فإن للمعادلة حلا موجبا تماما إذا كان $m = 0$ فإن للمعادلة حلا معدوما إذا كان $m > 0$ فإن للمعادلة حلا سالبا تماما											
	0.25												

		إذا كان $f(\alpha) < m < 0$ فإن للمعادلة حلين موجبيين تماما	
	0.25	أ- حصر العدد $I$ $\int_{-1}^0 \left( \frac{1}{2}x + 1 \right) dx \leq \int_{-1}^0 \left( \frac{1}{x^2 + 1} \right) dx \leq \int_{-1}^0 \left( \frac{5}{4(1-x)} \right) dx$ $\frac{3}{4} \leq I \leq \frac{5}{4} \ln 2$	(5)
0.75	0.25	ب- حساب $J$ $J = \int_{-1}^0 \frac{x}{x^2 + 1} dx = \frac{1}{2} \left[ \ln(x^2 + 1) \right]_{-1}^0 = \frac{-\ln 2}{2}$	
	0.25	حصر المساحة $\frac{3}{4} - \frac{\ln 2}{2} \leq I + J \leq \frac{5}{4} - \frac{\ln 2}{2} \quad \text{ومنه} \quad A = \int_{-1}^0 \frac{x+1}{x^2 + 1} dx = I + J \quad u.a$ $\frac{3 - 2\ln 2}{4} \leq A \leq \frac{3}{4} \ln 2 \quad \text{أي}$	