

Exercice 2 Caractéristique d'une onde

L'indice de réfraction d'un milieu transparent dépend de la température du milieu mais aussi de la fréquence de l'onde considérée.

Un rayon lumineux se propage dans l'air. Il arrive sur un morceau de flint (le flint est un verre à base de plomb utilisé en optique) avec un angle d'incidence de 20° avec la normale à la surface de verre.

L'indice de réfraction du flint est $n = 1,585$ pour une radiation de longueur d'onde $\lambda = 486 \text{ nm}$.

Que deviennent les quantités suivantes : fréquence, vitesse de l'onde et longueur d'onde lorsque la lumière passe de l'air au flint (on assimile l'air au vide).

Faire les applications numériques dans les milieux 1 (l'air) et 2 (le flint).

Solution

CONSEIL : on s'interroge ici sur les modifications des différentes quantités associées à une onde au cours de sa propagation : fréquence, longueur d'onde et célérité. Une notion essentielle est la conservation de la fréquence d'une onde.

Une onde lumineuse est caractérisée par sa fréquence f : la fréquence est une grandeur invariante de l'onde. Une onde de longueur d'onde $\lambda_2 = 486 \text{ nm}$ dans le flint, dont l'indice est $n_2 = 1,585$, a une fréquence :

$$f = \frac{v_2}{\lambda_2} = \frac{c}{n_2 \lambda_2} = 3,895 \cdot 10^{14} \text{ Hz.}$$

Par définition de l'indice d'un milieu, les vitesses de l'onde dans les milieux 1 et 2 sont données par :

- dans l'air, $n_1 = 1, v_1 = \frac{c}{n_1} = 3 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- dans le flint, $n_2 = 1,585, v_2 = \frac{c}{n_2} = 1,89 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

- dans le flint, $n_2 = 1,585, v_2 = \frac{c}{n_2} = 1,89 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

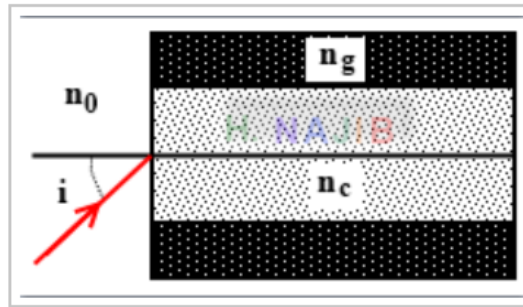
Dans le flint, on a $\lambda_2 = 486 \text{ nm}$. La longueur d'onde λ_1 dans l'air se déduit de la vitesse v_1 et de la fréquence f :

$$\lambda_1 = \frac{v_1}{f} = \frac{n_2 \lambda_2}{n_1} = 770 \text{ nm.}$$

En conclusion, lorsque la lumière passe d'un milieu à un autre, seule la fréquence est conservée ; sa vitesse de propagation et sa longueur d'onde sont modifiées.

- Fibre optique à saut d'indice

Une fibre optique, de longueur $\ell = 1 \text{ km}$, est formée d'une tige à section circulaire en matériau transparent d'indice $n_c = 1,500$ constituant le cœur, entouré d'un matériau transparent d'indice $n_g = 1,489$ constituant la gaine. La fibre est placée dans l'air d'indice $n_0 = 1$ et reçoit sur sa face d'entrée un rayon lumineux.



1) Exprimer en fonction de l'ouverture numérique :

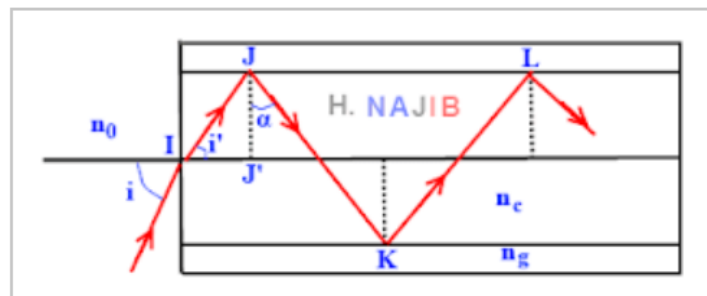
$$ON = (n_c^2 - n_g^2)^{1/2}$$

la valeur maximale i_{\max} de l'angle d'incidence i pour laquelle la lumière est transmise le long de la fibre.

2) La fibre sert à transmettre des signaux codés sous forme numérique, on suppose qu'il s'agit d'impulsions de durée nulle émises par une diode laser. Quelle durée τ doit séparer deux impulsions successives pour qu'elles ne se superposent pas à la sortie de la fibre ; on déterminera la différence Δt entre les durées minimale t_{\min} et maximale t_{\max} de la transmission le long de la fibre.

Corrigé

1)



Il y a transmission du rayon lumineux dans la fibre (fig. 5) s'il y a réflexion totale en J, K, L, etc.

En J: réflexion totale si $\sin a \geq n_g/n_c$

Le triangle IJJ' donne: $a + i' + n/2 = \pi$

ou $a = \pi/2 - i'$

soit: $\sin a = \cos i' \geq n_g/n_c$

En I: $n_0 \sin i = n_c \sin i' = n_c (1 - \cos^2 i')^{1/2}$

d'où:

$$n_0 \sin i \leq (n_c^2 - n_g^2)^{1/2} = ON$$

$$i_{\max} = \text{Arcsin}(ON) = 10,45^\circ$$

2) Le chemin parcouru pour une incidence i est:

$$D = l/\cos i' = n_c l / (n_c^2 - \sin^2 i)$$

avec $l = 1 \text{ km}$

or $D = vt_D = ct_D/n_c$

d'où: $t_D = n_c D/c = n_c^2 l / (c(n_c^2 - \sin^2 i))$

$t_{\min}(i = 0) = n_c^2 l / c$

$t_{\max}(i = i_{\max}) = n_c^2 l / cn_g$

$$\Delta t = (n_c l / c)(n_c/n_g - 1) = 37 \text{ ns}$$

les deux impulsions devront être séparées d'une durée égale à 37 ns.